

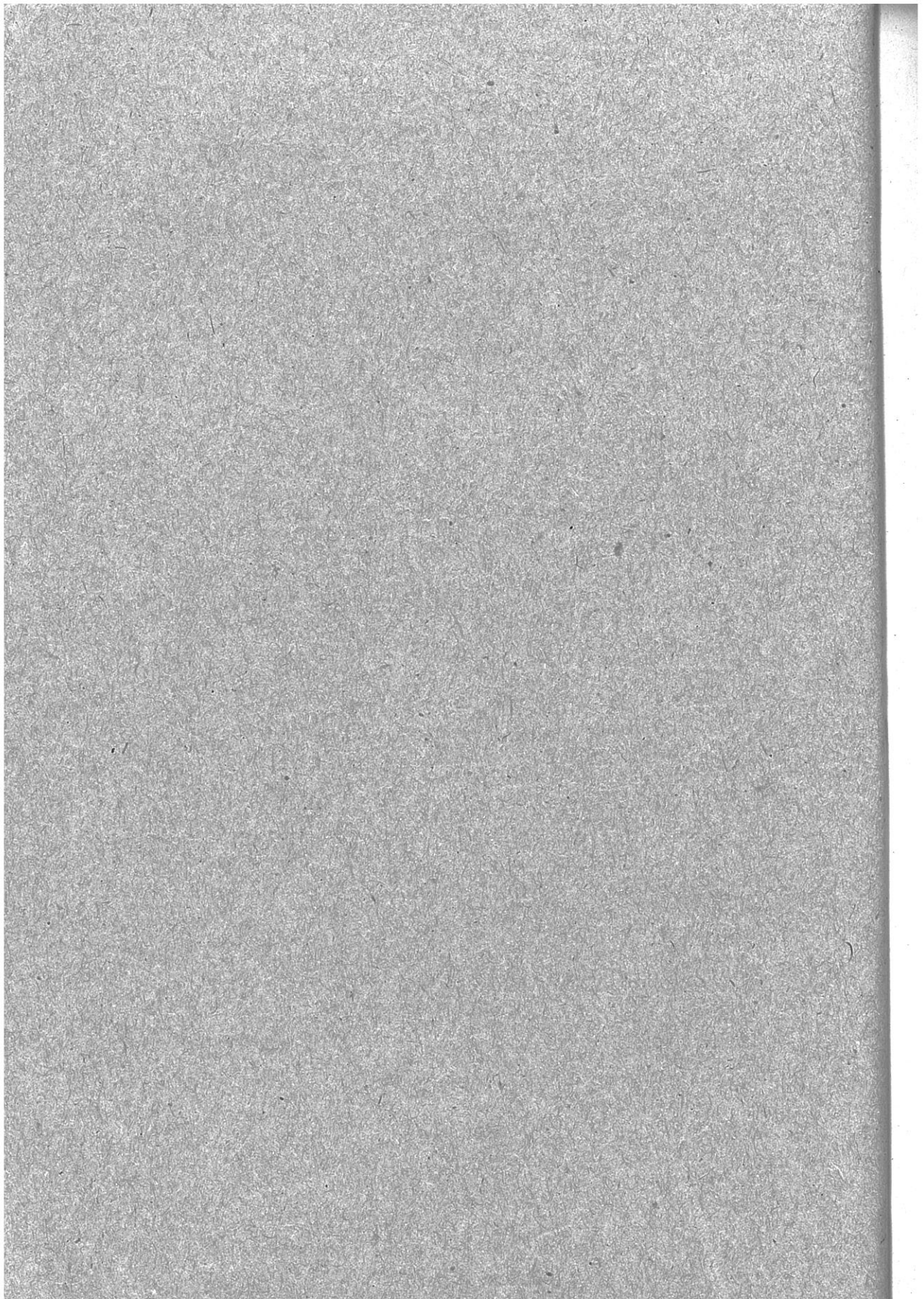
ပြည်ထောင်စုသမ္မတမြန်မာနိုင်ငံတော်အစိုးရ
ပညာရေးဝန်ကြီးဌာန

သင်္ချာအတွဲ(၁)

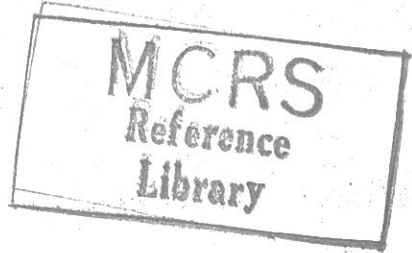
သတ္တမတန်း

အခြေခံပညာသင်ရိုးညွှန်းတမ်း၊ သင်ရိုးမာတိကာနှင့်
ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကော်မတီ

၂၀၁၆-၂၀၁၇



ပြည်ထောင်စုသမ္မတမြန်မာနိုင်ငံတော်အစိုးရ
ပညာရေးဝန်ကြီးဌာန



သင်္ချာအတွဲ(၁) သတ္တမတန်း

အခြေခံပညာသင်ရိုးညွှန်းတမ်း၊ သင်ရိုးမာတိကာနှင့်
ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကော်မတီ

၂၀၁၆-၂၀၁၇

၂၀၁၅ ခုနှစ်၊ စက်တင်ဘာလ၊ အုပ်စု- ၃၂၀၀၀၀
၂၀၁၆-၂၀၁၇ ပညာသင်နှစ်

အခြေခံပညာ သင်ရိုးညွှန်းတမ်း၊ သင်ရိုးမာတိကာနှင့်
ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကော်မတီ၏ မူပိုင်ဖြစ်သည်။

မာတိကာ

အခန်း	အကြောင်းအရာ	စာမျက်နှာ
1.	ရာရှင်နယ်ကိန်းများ	၁
1.1	အပိုင်းကိန်းများကို တိုးချဲ့ရန်လိုအပ်ခြင်း	၁
1.2	ရာရှင်နယ်ကိန်းများ	၂
1.3	ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို နှိုင်းယှဉ်ခြင်း	၃
1.4	ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို မြားဖြင့် ဖော်ပြခြင်း	၅
1.5	ပကတိတန်ဖိုး	၆
1.6	ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းခြင်း	၇
1.7	ပေါင်းခြင်းဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိများ	၁၅
1.8	ရာရှင်နယ်ကိန်းများနုတ်ခြင်း	၁၈
1.9	ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု မြောက်ခြင်း	၂၀
1.10	လှန်ကိန်း	၂၂
1.11	ရာရှင်နယ်ကိန်းများ စားခြင်း	၂၃
1.12	မြောက်ခြင်းဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိများ	၂၄
1.13	ရာရှင်နယ်ကိန်းများ၏ အခြားဂုဏ်သတ္တိများ	၂၇
2.	ရာရှင်နယ်ကိန်းများ၏ ထပ်ညွှန်းများ	၃၀
2.1	အခြေကိန်းနှင့်ထပ်ညွှန်း	၃၀
2.2	အခြေတူထပ်ကိန်းများ မြောက်ခြင်း	၃၃
2.3	အခြေတူထပ်ကိန်းများစားခြင်း	၃၅
2.4	ထပ်ဆင့်ထပ်ကိန်း	၄၀
3.	နှစ်ထပ်ကိန်းနှင့် နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများ	၄၃
3.1	နှစ်ထပ်ကိန်း	၄၃
3.2	နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများ	၄၆
4.	အက္ခရာကိန်းတန်းများနှင့် ဆိုင်ရာလုပ်ထုံးများ	၅၉
4.1	အက္ခရာကိန်းများ ပေါင်းခြင်း	၅၉
4.2	အက္ခရာကိန်းများ နုတ်ခြင်း	၆၁
4.3	အက္ခရာကိန်းများ မြောက်ခြင်း	၆၂
4.4	အက္ခရာကိန်းများ စားခြင်း	၇၀

မာတိကာ

အခန်း	အကြောင်းအရာ	စာမျက်နှာ
5.	အမြောက်ပုံသေနည်းများနှင့် ဆွဲကိန်းခွဲနည်းများ	၇၉
5.1	အုပ်စုဖွဲ့၍ ဆွဲကိန်းရှာခြင်း	၈၁
5.2	ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းခြင်းနှင့် ထိုကိန်းနှစ်ခု ခြားနားခြင်းတို့၏ မြောက်လဒ်ကို ရှာခြင်း	၈၃
5.3	နှစ်ထပ်ကိန်းနှစ်ခုတို့၏ ခြားနားခြင်းကို ဆွဲကိန်းခွဲခြင်း	၈၄
5.4	နှစ်ထပ်ကိန်းပါ တြိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းများ	၈၅
5.5	နှစ်ထပ်တိတြိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းကို ဆွဲကိန်းခွဲခြင်း	၈၇
5.6	ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတစ်စုံကို ဖြန့်ဝေရ ဂုဏ်သတ္တိသုံး၍ မြောက်ခြင်း	၈၈
5.7	နှစ်ထပ်ကိန်းပါ ကိန်းတန်းတစ်ခုကို ဘိုင်နိုမီယယ်နှစ်ခု၏ မြောက်လဒ် အဖြစ် ဆွဲကိန်းခွဲခြင်း	၉၀
5.8	နှစ်ထပ်ကိန်းပါ ကိန်းတန်းများကို ဆွဲကိန်းခွဲရန်အတွက် ယေဘုယျနည်း	၉၃
5.9	ကိန်းနှစ်လုံးပေါင်းခြင်းပါသော ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတစ်၏သုံးထပ်ကိန်း	၉၄
5.10	ကိန်းနှစ်လုံးခြားနားခြင်းပါသော ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်း၏ သုံးထပ်ကိန်း	၉၅
5.11	သုံးထပ်ကိန်းနှစ်ခု၏ ပေါင်းခြင်းနှင့် ခြားနားခြင်းကို ဖြစ်စေသည့် ကိန်းတန်းတို့၏ မြောက်လဒ်များ	၉၆
5.12	အကြီးဆုံးဘုံဆွဲကိန်း	၉၇
5.13	အငယ်ဆုံးဘုံဆွဲကိန်း	၉၈
6.	အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများ	၁၀၀
6.1	အက္ခရာအပိုင်းကိန်း၏ အဓိပ္ပာယ်	၁၀၀
6.2	အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများကို အငယ်ဆုံးအပိုင်းကိန်းများဖြစ်အောင်ဖွဲ့ခြင်း	၁၀၁
6.3	အက္ခရာအပိုင်းကိန်းအချင်းချင်း အပေါင်းနှင့်အနှုတ်	၁၀၃
6.4	အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများ အမြောက်	၁၀၅
6.5	အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများအစား	၁၀၇
7.	အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသော ရိုးရိုးညီမျှခြင်းများ	၁၀၈
7.1	အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသော ရိုးရိုးညီမျှခြင်းများ ဖြေရှင်းခြင်း	၁၀၈
7.2	အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသော ရိုးရိုးညီမျှခြင်းများ အသုံးပြု၍ ဖြေရှင်းရသော ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများ	၁၁၂

မာတိကာ

အခန်း အကြောင်းအရာ	စာမျက်နှာ
8. မညီမျှချက်	၁၁၆
8.1 မညီမျှချက် ဂုဏ်သတ္တိများ	၁၁၈
8.2 မညီမျှခြင်း	၁၂၃
8.3 မညီမျှခြင်းတစ်ခုကို ဖြေရှင်းခြင်း	၁၂၅
9. မသိကိန်းနှစ်လုံးပါသော ညီမျှခြင်းများ	၁၃၃
9.1 မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းများ	၁၃၅
9.2 မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းများ ဖြေရှင်းခြင်း	၁၃၇
9.3 မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းများနှင့် သက်ဆိုင်သော ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများ	၁၅၀
10. အက္ခရာမြောက်ဖော်ကိန်းပါ ညီမျှခြင်းများ	၁၅၇
10.1 ပုစ္ဆာများ ဖြေရှင်းခြင်း	၁၆၀
11. ပုံသေနည်းများကို တည်ခြင်း၊ အသုံးပြုခြင်းနှင့် ပဓာနကိန်း ပြောင်းလဲခြင်း	၁၆၃
11.1 ပုံသေနည်း တည်ခြင်းနှင့် အသုံးပြုခြင်း	၁၆၃
11.2 ပဓာနကိန်း ပြောင်းလဲခြင်း	၁၆၆
12. ထောင့်မှန် ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်တွင် အမှတ်များ နေရာချထားခြင်း	၁၆၉
12.1 ထောင့်မှန် ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီ	၁၇၀
12.2 အမှတ်တစ်ခု၏ တည်နေရာ ကိုဩဒိနိတ်ကို ဖော်ပြခြင်း	၁၇၁
12.3 အမှတ်များ နေရာချခြင်း	၁၇၆
13. စာရင်းအင်းသင်္ချာ (3)	၁၈၃
13.1 ထပ်ကြိမ်ပြဇယား	၁၈၃
13.2 ဟစ္စတိုဂရမ်	၁၉၁
13.3 ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံ	၁၉၉
14. အချိုးတူ၊ ရာခိုင်နှုန်းနှင့် ပျမ်းမျှခြင်း	၂၀၅
14.1 တိုက်ရိုက်အချိုးတူခြင်းနှင့် ပြောင်းပြန်အချိုးတူခြင်း၊ အချိုးတူကိန်းများ	၂၀၅
14.2 ရာခိုင်နှုန်း	၂၁၄
14.3 ပျမ်းမျှခြင်း	၂၁၇

မာတိကာ

အခန်း အကြောင်းအရာ	စာမျက်နှာ
15. လူမှုရေးသင်္ချာ	၂၂၁
15.1 မက်ထရစ်စနစ်	၂၂၁
15.2 အရိုးအမြတ်	၂၂၇
15.3 အတိုးရိုးရိုး	၂၃၂
နောက်ဆက်တွဲ နှစ်ထပ်ကိန်းနှင့် နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းပြ ဇယားများ	၂၃၉

အခန်း (၁) ရာရှင်နယ်ကိန်းများ

အပိုင်းကိန်းများနှင့် ၎င်းတို့၏ ဂုဏ်သတ္တိအချို့ကို လေ့လာခဲ့ကြပြီး၊ အပိုင်းကိန်းတစ်ခု၏ ယေဘုယျပုံစံမှာ $\frac{a}{b}$ ဖြစ်သည်။ ဤတွင် a နှင့် b တို့သည် အပြည့်ကိန်းများဖြစ်၍ b သည် သုညမဖြစ်ရ။

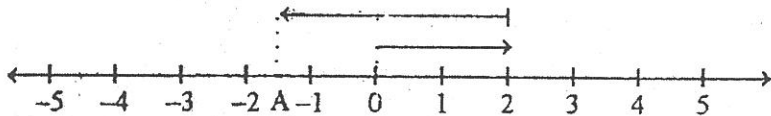
ဤအခန်းတွင် အပိုင်းကိန်းများကို ချဲ့ထွင်ထားသော ရာရှင်နယ်ကိန်းများအကြောင်းကို လေ့လာမည်။

1.1 အပိုင်းကိန်းများကို တိုးချဲ့ရန်လိုအပ်ခြင်း

အပိုင်းကိန်းများပါဝင်သော အောက်ပါအနုတ်ပုစ္ဆာကို စဉ်းစားကြည့်ကြစို့။

$$2 - 3\frac{1}{2} = ?$$

အထက်ပါပုစ္ဆာကိုကိန်းများအသုံးပြုလျက် ဖြေရှင်းရန်ပထမဦးစွာ မူလမှတ်မှ လက်ယာဘက်သို့ဦးတည်နေပြီး အလျား 2 ယူနစ်ရှိသည့် မြားတစ်စင်းကိုဆွဲရမည်။



ပုံ (1.1)

ထို့နောက် ပထမမြား၏ ထိပ်ဖျားမှအစပြု၍ လက်ဝဲဘက်သို့ ဦးတည်နေသည့် အလျား $3\frac{1}{2}$ ယူနစ်ရှိသည့် ဒုတိယမြားတစ်စင်းကို ဆွဲရမည်။

ပုံ (1.1) တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း ဒုတိယမြား၏ ထိပ်ဖျားသည် “0” ၏ လက်ဝဲဘက်ရှိ အမှတ် A ၌ ရောက်ရှိနေရာ A နှင့်လိုက်ဖက်သောကိန်းမရှိသေးပေ။ သို့ဖြစ်လျှင် A ကို မည်သည့်ကိန်းနှင့်တွဲဖက်သင့်ပါသနည်း။

အနုတ်ကိန်းပြည့်များအကြောင်းလေ့လာခဲ့စဉ်က “0” ၏ လက်ဝဲဘက် 1 ယူနစ်အကွာအမှတ်ကို -1 နှင့်လည်းကောင်း၊ 2 ယူနစ်အကွာအမှတ်ကို -2 နှင့်လည်းကောင်း တွဲဖက်ပေးခဲ့ကြသည်ကို မှတ်မိကြပေလိမ့်မည်။ သို့ဖြစ်လျှင် A သည် 0 ၏လက်ဝဲဘက် $1\frac{1}{2}$ ယူနစ်အကွာတွင်ရှိနေရာ A နှင့် တွဲဖက်ပေးမည့်ကိန်း $-1\frac{1}{2}$ ကို သတ်မှတ်ပါက သင့်လျော်သည်။

ဤနည်းအတိုင်း 0 ၏လက်ဝဲဘက် $2\frac{1}{3}$ ယူနစ်အကွာအမှတ်နှင့် လိုက်ဖက်သောကိန်းကို $-2\frac{1}{3}$ ဟုလည်းကောင်း၊ $3\frac{5}{6}$ ယူနစ်အကွာအမှတ်နှင့် လိုက်ဖက်သော ကိန်းကို $-3\frac{5}{6}$ ဟုလည်းကောင်း သတ်မှတ်သင့်ပေသည်။

ထို့ကြောင့် $2\frac{1}{2}$ သည် 0 ၏ လက်ယာဘက် $2\frac{1}{2}$ ယူနစ်အကွာအမှတ်၌ရှိပြီး၊ $-2\frac{1}{2}$ သည် 0 ၏ လက်ဝဲဘက် $2\frac{1}{2}$ ယူနစ်အကွာအမှတ်၌တည်ရှိသည်။ ထို့အတူ $3\frac{7}{10}$ သည် 0 ၏ လက်ယာဘက် $3\frac{7}{10}$ ယူနစ်အကွာ၌ရှိပြီး၊ $-3\frac{7}{10}$ သည် 0 ၏ လက်ဝဲဘက် $3\frac{7}{10}$ ယူနစ်အကွာ၌ရှိသည်။

$2\frac{1}{2}$ နှင့် $-2\frac{1}{2}$ ကိန်းစုံတွဲတွင် တစ်ခုသည် ကျန်တစ်ခု၏ ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းဖြစ်နေသည်ဟု ခေါ်သည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် $2\frac{1}{2}$ ၏ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းသည် $-2\frac{1}{2}$ ဖြစ်ပြီး အပြန်အလှန်အနေဖြင့် $-2\frac{1}{2}$ ၏ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းသည် $2\frac{1}{2}$ ဖြစ်သည်။

ထို့အတူ $3\frac{7}{10}$ နှင့် $-3\frac{7}{10}$ တို့သည် ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းများဖြစ်သည်။ သုည၏ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းသည် သုညဖြစ်သည်ဟု သတ်မှတ်သည်။

မှတ်ချက်။ ။တစ်ခါတစ်ရံ $2\frac{1}{2}$ ကို $+2\frac{1}{2}$ ဟုဖော်ပြမည်။ ဆိုလိုသည်မှာ $2\frac{1}{2}$ နှင့် $+2\frac{1}{2}$ သည် အတူတူဖြစ်သည်။

1.2 ရာရှင်နယ်ကိန်းများ

အပိုင်းကိန်းများနှင့် ၎င်းတို့၏ ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းများကို ရာရှင်နယ်ကိန်းများဟုခေါ်သည်။ ထို့ကြောင့် အပိုင်းကိန်းများသည်လည်းကောင်း၊ ၎င်းတို့၏ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းအားလုံးသည် လည်းကောင်း ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်သည်။ အပေါင်းကိန်းပြည့်များကိုလည်း အပိုင်းကိန်းများအဖြစ် ယူဆနိုင်ပေရာ အပေါင်းကိန်းပြည့်များသည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများ ဖြစ်ကြသည်။ ထို့ကြောင့်၎င်းတို့၏ ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းများဖြစ်သော အနုတ်ကိန်းပြည့်များအားလုံးသည်လည်း ရာရှင်နယ် ကိန်းများ ဖြစ်ကြသည်။ တစ်ဖန်ဒသမကိန်းများသည်လည်း အပိုင်းကိန်းများအဖြစ် ယူဆနိုင်သောကြောင့် ၎င်းတို့သည်လည်း ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ကြသည်။

ဥပမာအားဖြင့် $3\frac{1}{2}$, $4\frac{3}{4}$, $-5\frac{1}{6}$, $-\frac{2}{3}$, 0, 1, -3
 $7\frac{3}{10}$, $12\frac{3}{4}$, $-320\frac{5}{7}$, 1.25, -2.16
 တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ကြသည်။

ကိန်းပြည့်များကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် နေရာချစဉ်က “ 0 ” ၏ လက်ယာဘက်တွင် ကျရောက်သော ကိန်းပြည့်များကို အပေါင်းကိန်းပြည့်များဟု လည်းကောင်း၊ “ 0 ” ၏ လက်ဝဲဘက်တွင် ကျရောက်သော ကိန်းပြည့်များကို အနုတ်ကိန်းပြည့်များဟုလည်းကောင်း ခေါ်ဆိုကြောင်း တွေ့ခဲ့ပြီ။

ထို့အတူ ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် နေရာချသည့်အခါ “ 0 ” ၏ လက်ယာဘက်တွင် ကျရောက်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းများဟု ခေါ်ပြီး “ 0 ” ၏ လက်ဝဲဘက်တွင် ကျရောက်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းများဟု ခေါ်သည်။ “ 0 ” ကိုယ်တိုင်ကိုမူ အပေါင်းလည်းမဟုတ်၊ အနုတ်လည်းမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုအဖြစ် သတ်မှတ်သည်။ အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းများကို အပေါင်းလက္ခဏာဆောင်သည့် ကိန်းများ၊ အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို အနုတ်လက္ခဏာဆောင်သည့်ကိန်းများဟု ပြောလေ့ရှိသည်။

ထို့ကြောင့် $2\frac{1}{4}$ သည် အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး $-4\frac{3}{4}$ သည် အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (1.1)

1. $-\frac{3}{4}, -1, \frac{2}{3}, 3, \frac{4}{1}, 6\frac{2}{5}$ တို့မှ

(a) ကိန်းပြည့်များ	(b) အပေါင်းကိန်းပြည့်များ
(c) အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းများ	(d) အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ရွေးထုတ်ပြပါ။
2. အောက်ပါတို့ကို အမှားအမှန်ဆုံးဖြတ်ပါ။

(a) ကိန်းပြည့်တိုင်းသည် ရာရှင်နယ်ကိန်းဖြစ်သည်။
(b) ရာရှင်နယ်ကိန်းတိုင်းသည် ကိန်းပြည့်ဖြစ်သည်။
3. ကိန်းမျဉ်းတစ်ခုဆွဲ၍ ပဉ္စာ(1) မှ ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို နေရာချပါ။

1.3 ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို နှိုင်းယှဉ်ခြင်း

a နှင့် b တို့သည် ကိန်းပြည့်များဖြစ်ပြီး၊ ၎င်းတို့ကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် နေရာချသောအခါ a သည် b ၏ လက်ယာဘက်တွင် ကျရောက်ခဲ့လျှင် a သည် b ထက်ကြီးသည်။ ($a > b$) ဟုဆိုပြီး၊ a သည် b ၏ လက်ဝဲဘက်တွင် ကျရောက်ခဲ့လျှင် a သည် b အောက်ငယ်သည် ($a < b$) ဟုဆိုကြောင်း သိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။

ထို့အတူ m နှင့် n တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ပြီး ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် နေရာချသောအခါ m သည် n ၏ လက်ယာဘက်တွင် ကျရောက်ခဲ့လျှင် m သည် n ထက်ကြီးသည် ($m > n$) ဟု သတ်မှတ်သည်။ အကယ်၍ m သည် n ၏ လက်ဝဲဘက်တွင် ကျရောက်ခဲ့လျှင် m သည် n အောက်ငယ်သည် ($m < n$) ဟု သတ်မှတ်သည်။

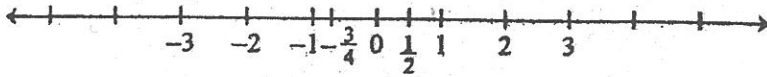
ဤသတ်မှတ်ချက်အရ အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတိုင်းသည် “ 0 ” ထက်ကြီးသည်။ အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတိုင်းသည် “ 0 ” အောက်ငယ်သည်။ အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတိုင်းသည်၊ အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းအောက် ငယ်သည်။

ရာရှင်နယ်ကိန်းများ နှိုင်းယှဉ်ခြင်းနှင့်ပတ်သက်၍ အောက်ပါအချက်ကို သိရှိထားသင့်သည်။

m နှင့် n တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ကြလျှင် အောက်ပါတို့အနက် တစ်ခုတည်းသာ မှန်သည်။

$m < n, m = n, m > n$

ဥပမာ(1) ကိန်းများကိုအသုံးပြု၍ $-\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, -2$ တို့ကို ကြီးစဉ်ငယ်လိုက်စီစဉ်ပါ။



ပုံ (1.2)

ပုံ(1.2) တွင် တွေ့ရသည့်အတိုင်း ပေးထားသော ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ကိန်းများပေါ်တွင် နေရာချသည့်အခါ -2 သည် လက်ဝဲဘက်အစွန်းဆုံး၌လည်းကောင်း၊ $\frac{1}{2}$ သည် လက်ယာဘက် အစွန်းဆုံး၌လည်းကောင်း ရှိသည်။

သို့ဖြစ်၍ $\frac{1}{2} > -\frac{3}{4} > -2$

ကြီးစဉ်ငယ်လိုက်စီစဉ်သော် $\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}, -2$

လေ့ကျင့်ခန်း (1.2)

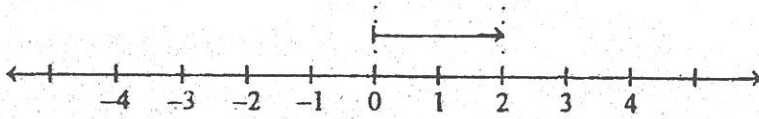
1. အောက်တွင် “ * ” ပြထားသောနေရာများ၌ $>$, $<$, $=$ သင်္ကေတတို့မှ သင့်လျော်ရာဖြင့် အစားထိုးပါ။

- (a) $2 * 1$ (b) $-2 * -1$ (c) $\frac{1}{2} * \frac{1}{4}$
- (d) $-\frac{1}{2} * -\frac{1}{4}$ (e) $3 * -3$ (f) $-3 * 3$
- (g) $3.5 * 3$ (h) $-3.5 * -3$ (i) $\frac{1}{10} * 1$
- (j) $\frac{11}{10} * -1$ (k) $99 * 1$ (l) $-99 * -1$

2. အောက်ပါတို့ကို ကြီးစဉ်ငယ်လိုက်စီစဉ်ပါ။

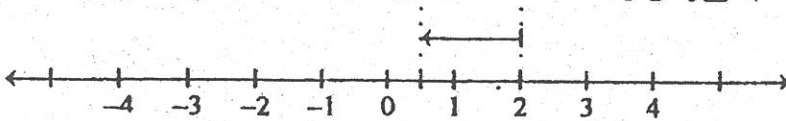
- (a) $2, \frac{1}{2}, -\frac{3}{4}, 0$
- (b) $6.5, -3.5, -3.0$
- (c) $-6\frac{1}{2}, -5\frac{1}{2}, -4\frac{1}{2}, -5$

1.4 ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို မြားဖြင့်ဖော်ပြခြင်း



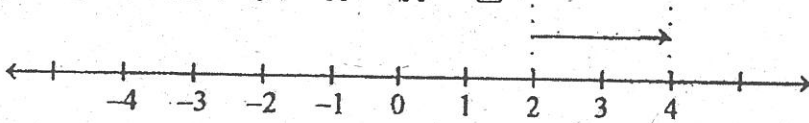
ပုံ (1.3)

ပုံ(1.3) တွင် ရာရှင်နယ်ကိန်း +2 ကို “ 0 ” တွင်စပြီး 2 တွင်ဆုံးသော မြားတစ်စင်းဖြင့် ဖော်ပြထားသည်။ ထိုမြား၏အလျားသည် 2 ယူနစ်ရှိပြီး လက်ယာဘက်သို့ ဦးလှည့်နေသည်။

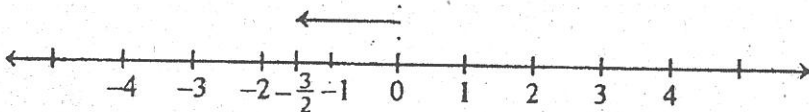


ပုံ (1.4)

ပုံ (1.5) တွင် ဖော်ပြထားသည့် မြားသည် 2 တွင် စပြီး 4 တွင် ဆုံးသည်။ ထို့ကြောင့် ထိုမြား၏ အလျားသည် 2 ယူနစ်ရှိပြီး လက်ယာဘက်သို့ဦးလှည့်နေသည်။ ပုံ (1.3) နှင့် ပုံ(1.5) တွင်ပြထားသည့်မြားတို့သည် အလျားတူ ဦးလှည့်ဘက်တူများဖြစ်နေရာ ပုံ (1.5) မှ မြားသည်လည်း ရာရှင်နယ်ကိန်း +2 ကို ဖော်ပြထားသည်ဟု ကျွန်ုပ်တို့မှတ်ယူနိုင်သည်။



ပုံ (1.5)



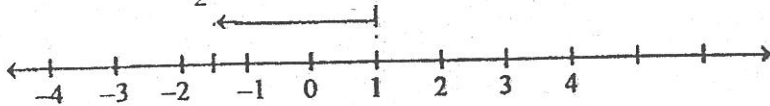
ပုံ (1.6)

ထို့အတူ ပုံ (1.6) တွင် 0 ၌စပြီး $-\frac{3}{2}$ ၌ ဆုံးသောမြားဖြင့် ရာရှင်နယ်ကိန်း $-\frac{3}{2}$ ကို ဖော်ပြထားသည်။ ပုံ (1.6) မှ မြားသည် ပုံ (1.4) မြားနှင့် အလျားရော ဦးလှည့်ဘက်ပါ တူညီနေသည်ဖြစ်ရာ ပုံ (1.6) မှမြားသည်လည်း ရာရှင်နယ်ကိန်း $-\frac{3}{2}$ ကို ဖော်ပြသည်။

ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု a ကို မူလမှတ်၌စပြီး a ၌ဆုံးသော မြားတစ်စင်းဖြင့် ဖော်ပြနိုင်သည်။ ထို့ပြင် ကြိုက်ရာအမှတ်တစ်ခု၌စပြီး အထက်မှမြားနှင့်အလျားတူ ဦးလှည့်ဘက်တူသော မြားတစ်စင်း

ဖြင့်လည်း ထိုရာရှင်နယ်ကိန်းကို ဖော်ပြနိုင်သည်။ အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ဖော်ပြသော မြားသည် လက်ယာဘက်သို့ ဦးလှည့်နေကြပြီး၊ အနှုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းများကိုဖော်ပြသောမြားများမှာမူ လက်ဝဲဘက်သို့ဦးတည့်နေကြသည်။ “ 0 ” ကို ဖော်ပြသောမြားသည် အလျားသည်ရှိပြီး အမှတ်တစ်ခု ဖြစ်နေကြသည်။ ထိုမြားကို အမှတ်မြားဟု ခေါ်သည်။

ဥပမာ (1) 1 ခွဲစပြီး $-2\frac{1}{2}$ ကိုဖော်ပြသော မြားကိုဆွဲပါ။



ပုံ (1.7)

လေ့ကျင့်ခန်း (1.3)

1. $6\frac{1}{2}$ ခွဲ စပြီး $-5\frac{1}{2}$ ကို ဖော်ပြသော မြားကိုဆွဲပါ။
2. $-\frac{9}{2}$ ခွဲ စပြီး $+\frac{3}{2}$ ခွဲ ဆုံးသော မြားတစ်စင်းသည်မည်သည့်ရာရှင်နယ်ကိန်းကိုဖော်ပြသနည်း။
3. 3 ခွဲဆုံးပြီး $4\frac{1}{2}$ ကိုဖော်ပြသော မြားတစ်စင်းကိုဆွဲပါ။

1.5 ပကတိတန်ဖိုး

ရာရှင်နယ်ကိန်း $2\frac{1}{2}$ ကို ဖော်ပြသောမြား၏ အလျားသည် $2\frac{1}{2}$ ယူနစ်ဖြစ်ကြောင်း၊

ရာရှင်နယ်ကိန်း $-1\frac{1}{3}$ ကိုဖော်ပြသော မြား၏ အလျားသည် $1\frac{1}{3}$ ဖြစ်ကြောင်း အထက်တွင်သိခဲ့ပြီ။

ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို ဖော်ပြသော မြား၏အလျားကို ထိုကိန်း၏ ပကတိတန်ဖိုးဟုခေါ်သည်။ ရာရှင်နယ်ကိန်း a ၏ ပကတိတန်ဖိုးကို သင်္ကေတ $|a|$ ဖြင့်ဖော်ပြသည်။

ဥပမာများ

$$\begin{aligned} \left| 2\frac{1}{2} \right| &= (2\frac{1}{2} \text{ ကို ဖော်ပြသော မြား၏အလျား}) = 2\frac{1}{2} \\ \left| -1\frac{1}{3} \right| &= (-1\frac{1}{3} \text{ ကို ဖော်ပြသော မြား၏အလျား}) = 1\frac{1}{3} \\ |-0.6| &= (-0.6 \text{ ကို ဖော်ပြသော မြား၏အလျား}) = 0.6 \\ \left| 3\frac{3}{4} \right| &= (3\frac{3}{4} \text{ ကို ဖော်ပြသော မြား၏အလျား}) = 3\frac{3}{4} \\ |0| &= (0 \text{ ကို ဖော်ပြသော မြား၏အလျား}) = 0 \end{aligned}$$

ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို ဖော်ပြသောမြား၏အလျားသည် မည်သည့်အခါမျှ အနုတ်မဟုတ်သဖြင့်၊ ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု၏ ပကတိတန်ဖိုးသည်လည်း အနုတ်မဟုတ်ပေ။

0 ၏ ပကတိတန်ဖိုးသည် 0 ဖြစ်သည်။ 0 မဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတိုင်း၏ ပကတိတန်ဖိုးသည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (1.4)

1. အောက်ဖော်ပြပါ အချက်များ မှန် မမှန် အဆုံးအဖြတ်ပေးပါ။

(a) $|11| = 11$ (b) $|-6| = -6$

(c) $|-3\frac{1}{5}| = 3\frac{1}{5}$ (d) $|13.5| = -13.5$

(e) $|\frac{-160}{3}| = 53\frac{1}{3}$ (f) $|-4| > 4$

(g) $|-6| < |-5|$ (h) $|-5| > 5$

(i) $|-8\frac{1}{10}| < 8\frac{1}{10}$ (j) $|\frac{5}{4}| = |-\frac{5}{4}|$

(k) $|3| = -3$ (l) $|-7| = 7$

2. $-8, 4, -\frac{3}{2}, 0.8, -1.25$ တို့၏ ပကတိတန်ဖိုးများကို ရှာပါ။

1.6. ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု ပေါင်းခြင်း

ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းနည်းကို ကိန်းမျဉ်းအားအသုံးပြု၍ အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်နိုင်သည်။ ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု a နှင့် b တို့၏ ပေါင်းလဒ် a + b ကိုရှာရန်

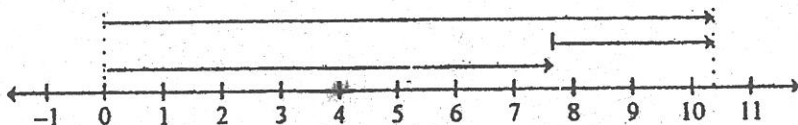
(1) ပထမဦးစွာ မူလအမှတ်၌ အစမှတ်ရှိပြီး ရာရှင်နယ်ကိန်း a ကို ဖော်ပြသောပထမမြားတစ်စင်းကို ဆွဲပါ။

(2) ထို့နောက် ပထမမြား၏ အဆုံးမှတ်၌စပြီး ရာရှင်နယ်ကိန်း b ကို ဖော်ပြသော ဒုတိယမြားတစ်စင်းကို ဆွဲပါ။

(3) ထို့နောက် မူလမှတ်၌ စ၍ ဒုတိယမြား၏ အဆုံးမှတ်တွင်ဆုံးသော တတိယမြားတစ်စင်းကိုဆွဲပါ။

ထိုတတိယမြားသည် ရာရှင်နယ်ကိန်း a နှင့် b တို့၏ ပေါင်းလဒ် a + b ကို ဖော်ပြသည်။

ဥပမာ (1) $7\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2}$ ကို ကိန်းမျဉ်းအားအသုံးပြု၍ ဖြေရှင်းပါ။



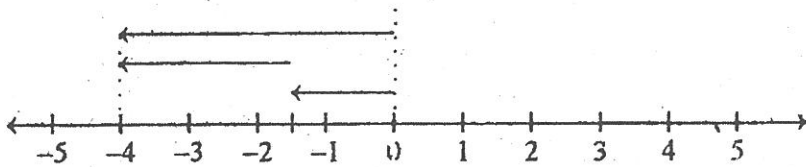
ပုံ (1.8)

ပထမဦးစွာ $7\frac{3}{4}$ ကို ဖော်ပြရန် မူလအမှတ် 0 မှစ၍ အလျား $7\frac{3}{4}$ ယူနစ်ရှိပြီး၊ လက်ယာဘက်သို့ ဦးတည်နေသော မြားတစ်စင်းကို ဆွဲပါ။ ထို့နောက် $2\frac{1}{2}$ ကို ဖော်ပြရန် ပထမမြား၏ ထိပ်ဖျား၌စ၍ အလျား $2\frac{1}{2}$ ရှိပြီး လက်ယာဘက်သို့ ဦးတည်နေသော ဒုတိယမြားကို ဆွဲပါ။

ထို့နောက် မူလမှတ်မှစ၍ ဒုတိယမြား၏အဆုံးမှတ်၌ဆုံးသော တတိယမြားတစ်စင်းကိုဆွဲပါ။ ထိုမြားသည် 0 မှစ၍ အလျား $10\frac{1}{4}$ ယူနစ်ရှိပြီး လက်ယာဘက်သို့ ဦးတည်နေသည်။ ထို့ကြောင့် ထိုမြားသည် ရာရှင်နယ်ကိန်း $10\frac{1}{4}$ ကို ဖော်ပြသည်။

$$\therefore 7\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2} = 10\frac{1}{4} \text{ ကို ရရှိသည်။}$$

ဥပမာ (2) $-1\frac{1}{2} + (-2\frac{1}{2})$ ကို ကိန်းများအသုံးပြု၍ ရှာပါ။

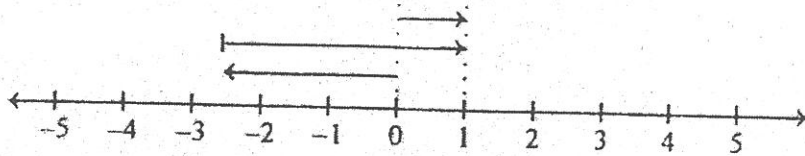


ပုံ (1.9)

ပထမဦးစွာ $-1\frac{1}{2}$ ကိုဖော်ပြရန် 0 ၌စ၍ လက်ဝဲဘက်သို့ ဦးတည်နေပြီး အလျား $1\frac{1}{2}$ ရှိသော မြားတစ်စင်းကိုဆွဲပါ။ ထို့နောက် $-2\frac{1}{2}$ ကိုဖော်ပြရန်အတွက် ပထမမြား၏အဆုံးမှတ်၌စ၍ လက်ဝဲဘက်သို့ဦးတည်နေပြီး အလျား $2\frac{1}{2}$ ရှိသော ဒုတိယမြားတစ်စင်းကိုဆွဲပါ။ ထို့နောက် မူလမှတ်၌စ၍ ဒုတိယမြား၏အဆုံးမှတ်တွင် ဆုံးသောတတိယမြားတစ်စင်းကိုဆွဲပါ။ ထိုမြားသည် $-1\frac{1}{2}$ နှင့် $-2\frac{1}{2}$ တို့၏ ပေါင်းလဒ်ကို ဖော်ပြသည်။ ထိုတတိယမြားသည် မူလမှတ်မှစ၍ လက်ဝဲဘက်သို့ ဦးတည်နေပြီး အလျား 4 ယူနစ်ရှိပေရာ ထိုမြားသည် -4 ကိုဖော်ပြသည်။

$$\therefore -1\frac{1}{2} + (-2\frac{1}{2}) = -4 \text{ ဖြစ်သည်။}$$

ဥပမာ (3) $-2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2}$ ကို ကိန်းမျဉ်းအသုံးပြု၍ ရှာပါ။

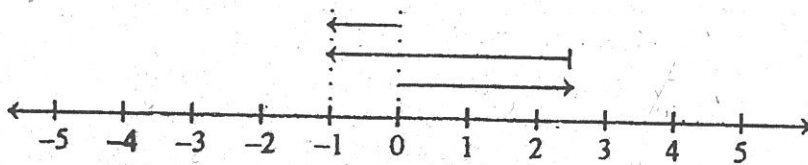


ပုံ (1.10)

ပထမဦးစွာ $-2\frac{1}{2}$ ကိုဖော်ပြရန် 0 မှစ၍ လက်ဝဲဘက်သို့ဦးတည်နေပြီး၊ အလျား $2\frac{1}{2}$ ရှိသောမြားတစ်စင်းဆွဲပါ။ ထို့နောက် $3\frac{1}{2}$ ကိုဖော်ပြရန်အတွက်၊ ပထမမြား၏ အဆုံးမှတ်မှစ၍ လက်ယာဘက်သို့ဦးတည်နေပြီး၊ အလျား $3\frac{1}{2}$ ရှိသော ဒုတိယမြားတစ်စင်းဆွဲပါ။ ထို့နောက် မူလမှတ်၌စ၍ ဒုတိယမြား၏ အဆုံးမှတ်တွင် ဆုံးသော တတိယမြားတစ်စင်းဆွဲပါ။ ထိုတတိယမြားသည် $-2\frac{1}{2}$ နှင့် $+3\frac{1}{2}$ တို့၏ပေါင်းလဒ်ကို ဖော်ပြသည်။ ထိုတတိယမြားသည် မူလမှတ်၌စ၍ လက်ယာဘက်သို့ ဦးတည်နေပြီး အလျား 1 ယူနစ်ရှိပေရာ ထိုမြားသည် +1 ကို ဖော်ပြသည်။

$$\therefore -2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2} = 1 \text{ ဖြစ်သည်။}$$

ဥပမာ (4) $2\frac{1}{2} + (-3\frac{1}{2})$ ကို ကိန်းမျဉ်းအသုံးပြု၍ ရှာပါ။



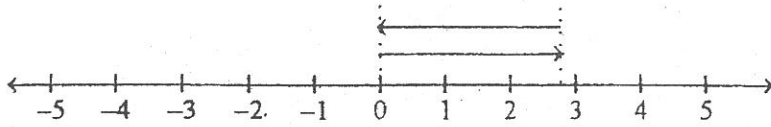
ပုံ (1.11)

ဥပမာ (3) တွင်စဉ်းစားခဲ့သည့်နည်းအတိုင်း စဉ်းစားခြင်းဖြင့်

$$2\frac{1}{2} + (-3\frac{1}{2}) = -1 \text{ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရှိနိုင်ပေသည်။}$$

(ပုံ 1.11 တွင် ကြည့်ပါ)

ဥပမာ (5) $2\frac{3}{4} + (-2\frac{3}{4})$ ကို ကိန်းမျဉ်းအသုံးပြု၍ ရှာပါ။

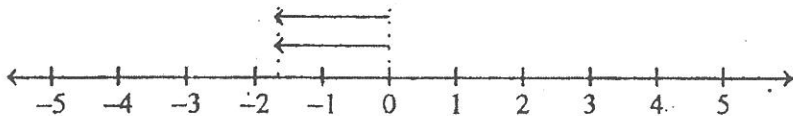


ပုံ (1.12)

ပထမဦးစွာ $2\frac{3}{4}$ ကိုဖော်ပြရန် “0” ၌စ၍ အလျား $2\frac{3}{4}$ ယူနစ်ရှိပြီး လက်ယာဘက်သို့ဦးတည်နေသော မြားတစ်စင်းဆွဲပါ။ ထို့နောက် $-2\frac{3}{4}$ ကိုဖော်ပြရန် ပထမမြား၏ အဆုံးမှတ်တွင်စ၍ လက်ဝဲဘက်သို့ဦးတည်နေပြီး၊ အလျား $2\frac{3}{4}$ ရှိသောဒုတိယမြားကိုဆွဲပါ။ ထိုအခါဒုတိယမြား၏ အဆုံးမှတ်သည် မူလမှတ်၌ ရောက်ရှိနေကြောင်းတွေ့ရသည်။ ထို့ကြောင့် မူလမှတ်နှင့် ဒုတိယမြား၏ အဆုံးမှတ်တို့ကို ဆက်သော တတိယမြားသည် အမှတ်မြားဖြစ်နေကြောင်း တွေ့ရသည်။ အမှတ်မြားတစ်ခုသည် ရာရှင်နယ်ကိန်း “ 0 ” ကို ဖော်ပြကြောင်း သိရှိခဲ့ပြီး ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် $2\frac{3}{4} + (-2\frac{3}{4}) = 0$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (6) $0 + (-1\frac{2}{3})$ ကို ကိန်းမျဉ်းအသုံးပြု၍ ရှာပါ။



ပုံ (1.13)

ပထမဦးစွာ 0 ကို ဖော်ပြရန် မူလမှတ်မှစ၍ မူလမှတ်တွင်ပင်ဆုံးသော အမှတ်မြားကိုဆွဲပါ။ (ထိုအမှတ်မြားကို ပုံ (1.13) တွင် အမှတ်တစ်ခုအဖြစ် ပြထားသည်။) ထို့နောက် $-1\frac{2}{3}$ ကိုဖော်ပြရန် ပထမမြား (အမှတ်မြား)၏ အဆုံးမှတ်တွင်စ၍ လက်ဝဲဘက်သို့ဦးတည်နေပြီး အလျား $1\frac{2}{3}$ ယူနစ် ရှိသော ဒုတိယမြားကိုဆွဲပါ။ ထို့နောက်တစ်ဖန် မူလမှတ်တွင်စ၍ ဒုတိယမြား၏အဆုံးမှတ်တွင်ဆုံးသော တတိယမြားကို ဆွဲပါ။ ထိုတတိယမြားသည် ရှာလိုသော ပေါင်းလဒ်ကိုဖော်ပြသည်။ တတိယမြားသည် အလျား $1\frac{2}{3}$ ယူနစ်ရှိပြီး လက်ဝဲဘက်သို့ ဦးတည်နေရာ ၎င်းသည် $-1\frac{2}{3}$ ကို ဖော်ပြသည်။

$$\therefore 0 + (-1\frac{2}{3}) = -1\frac{2}{3} \text{ ဖြစ်သည်။}$$

ဥပမာ (1) တွင် $7\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2} = 10\frac{1}{4}$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ခဲ့သည်။

ဤတွင် အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်း၏ပေါင်းလဒ်သည် အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ကြောင်း သတိပြုမိပေမည်။

$$\begin{aligned} \text{ထို့ပြင် } \left|7\frac{3}{4}\right| + \left|2\frac{1}{2}\right| &= 7\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2} \\ &= 10\frac{1}{4} \\ &= \left|10\frac{1}{4}\right| = \left|7\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2}\right| \text{ အရ} \end{aligned}$$

ပေါင်းလဒ်၏ပကတိတန်ဖိုးသည် ပေါင်းသည့်ကိန်းတစ်ခုစီ၏ ပကတိတန်ဖိုးများ ပေါင်းလဒ်နှင့် တူညီနေကြောင်း သိရသည်။

ဥပမာ (2) တွင် $-1\frac{1}{2} + (-2\frac{1}{2}) = -4$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ခဲ့သည်။

ဤတွင် အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု၏ ပေါင်းလဒ်သည် အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု ဖြစ်နေကြောင်း သတိပြုသင့်သည်။

$$\begin{aligned} \text{ထို့ပြင် } \left|-1\frac{1}{2}\right| + \left|-2\frac{1}{2}\right| &= 1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} \\ &= 4 \\ &= |-4| \\ &= \left|-1\frac{1}{2} + (-2\frac{1}{2})\right| \text{ အရ} \end{aligned}$$

ပေါင်းလဒ်၏ ပကတိတန်ဖိုးသည် ပေါင်းသည့်ကိန်းတစ်ခုစီ၏ ပကတိတန်ဖိုးများ ပေါင်းလဒ်နှင့် တူညီနေကြောင်း တွေ့ရသည်။

ဥပမာ (1) နှင့် (2) တို့တွင် တွေ့ရှိရသော အတွေ့အကြုံများသည် အောက်ပါယေဘုယျ မှန်ကန်ချက်၏ ဝိသေသအခြေအနေများ ဖြစ်သည်။

“a နှင့် b တို့သည် အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုဖြစ်လျှင်၊ ၎င်းတို့၏ ပေါင်းလဒ် a + b သည် အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး

$$|a + b| = |a| + |b| \text{ ဖြစ်သည်။}$$

a နှင့် b တို့သည် အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုဖြစ်လျှင်၊ ၎င်းတို့၏ပေါင်းလဒ် a + b သည် အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး

$$|a + b| = |a| + |b| \text{ ဖြစ်သည်။}$$

ဥပမာ (3) တွင် $(-2\frac{1}{2}) + 3\frac{1}{2} = 1$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ခဲ့သည်။

ဤတွင် $|-2\frac{1}{2}| = 2\frac{1}{2}, |3\frac{1}{2}| = 3\frac{1}{2}$ ဖြစ်သဖြင့် အပေါင်းကိန်း $3\frac{1}{2}$ ၏ ပကတိတန်ဖိုးက အနုတ်ကိန်း $-2\frac{1}{2}$ ၏ ပကတိတန်ဖိုးထက် ပိုကြီးကြောင်းနှင့် ပေါင်းလဒ် 1 သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်နေကြောင်းတို့ကို သတိမူမိနိုင်သည်။

$$\begin{aligned} \text{ထို့ပြင် } |3\frac{1}{2}| - |-2\frac{1}{2}| &= 3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2} \\ &= 1 \\ &= |1| \\ &= |-2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2}| \text{ အရ} \end{aligned}$$

ပေါင်းလဒ်၏ ပကတိတန်ဖိုးသည် ပို၍ကြီးသော ပကတိတန်ဖိုးမှ ငယ်သောပကတိတန်ဖိုး နုတ်၍ရသော နုတ်လဒ်နှင့်တူညီနေကြောင်း သတိမူမိနိုင်သည်။

ဥပမာ (4) တွင် $2\frac{1}{2} + (-3\frac{1}{2}) = -1$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ခဲ့သည်။

ဤတွင် $|2\frac{1}{2}| = 2\frac{1}{2}, |-3\frac{1}{2}| = 3\frac{1}{2}$ ဖြစ်သဖြင့် အနုတ်ကိန်း $-3\frac{1}{2}$ ၏ ပကတိတန်ဖိုးက အပေါင်းကိန်း $2\frac{1}{2}$ ၏ ပကတိတန်ဖိုးထက် ပိုကြီးကြောင်းနှင့် ပေါင်းလဒ် -1 သည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်နေကြောင်းတို့ကို သတိမူမိနိုင်ပေသည်။

$$\begin{aligned} \text{ထို့ပြင် } |-3\frac{1}{2}| - |2\frac{1}{2}| &= 3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2} \\ &= 1 \\ &= |-1| \\ &= |2\frac{1}{2} + (-3\frac{1}{2})| \text{ အရ} \end{aligned}$$

ပေါင်းလဒ်၏ ပကတိတန်ဖိုးသည် ပို၍ကြီးသော ပကတိတန်ဖိုးမှ ငယ်သောပကတိတန်ဖိုး နုတ်၍ရသောနုတ်လဒ်နှင့်တူညီကြောင်း သတိမူမိနိုင်ပေသည်။

ဥပမာ (5) တွင် $2\frac{3}{4} + (-2\frac{3}{4}) = 0$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ခဲ့သည်။

$$\text{ဤတွင် } |2\frac{3}{4}| = 2\frac{3}{4} = |-2\frac{3}{4}| \text{ ဖြစ်ကြောင်း သတိမူမိနိုင်သည်။}$$

ဥပမာ (3), (4) နှင့် (5) တို့တွင်တွေ့ရှိရသောအတွေ့အကြုံများသည် အောက်ပါယေဘုယျမှန်ကန်ချက်များ၏ ဝိသေသဖြစ်ရပ်များဖြစ်သည်။

“ a နှင့် b တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုဖြစ်ပြီး၊ ၎င်းတို့အနက် တစ်ခုသည် အပေါင်းကိန်း၊ ကျန်တစ်ခုသည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်သည်ဆိုပါစို့။”

(i) $|a|=|b|$ ဖြစ်လျှင် $a+b=0$ ဖြစ်သည်။

(ii) $|a|\neq|b|$ ဖြစ်လျှင်

$a+b$ ၏ လက္ခဏာသည် a နှင့် b တို့အနက် ပကတိတန်ဖိုးများရာ၏ လက္ခဏာနှင့်အတူတူ ဖြစ်ပြီး၊ $a+b$ ၏ တန်ဖိုးသည် $|a|$ နှင့် $|b|$ တို့အနက်၊ များရာမှ နည်းရာကို နုတ်၍ရသော နုတ်လဒ်နှင့်တူညီသည်။”

ဥပမာ (6) တွင် $0 + (-1\frac{2}{3}) = -1\frac{2}{3}$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ခဲ့သည်။

ဤအချက်သည် အောက်ပါယေဘုယျမှန်ကန်ချက်၏ ဝိသေသဖြစ်ရပ်တစ်ခုဖြစ်သည်။

“ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု a နှင့် 0 ၏ ပေါင်းလဒ်သည် a ဖြစ်သည်။”

ရာရှင်နယ်ကိန်းများ ပေါင်းလဒ်ကို အထက်တွင်ဖော်ပြခဲ့သည့် မှန်ကန်ချက်များ အသုံးပြု၍ လည်း ရှာယူနိုင်သည်။

ဥပမာ (7) $-2\frac{1}{2} + (-3\frac{1}{5})$ ကို ရှင်းပါ။

ပေးထားသော ကိန်းတစ်ခုစီသည် အနုတ်ကိန်းများဖြစ်သဖြင့် ၎င်းတို့၏ ပေါင်းလဒ်သည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်မည်။

$$\begin{aligned} \text{ထို့ပြင် } \left| -2\frac{1}{2} + (-3\frac{1}{5}) \right| &= \left| -2\frac{1}{2} \right| + \left| -3\frac{1}{5} \right| \\ &= 2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{5} \\ &= \frac{5}{2} + \frac{16}{5} = \frac{25}{10} + \frac{32}{10} \\ &= \frac{57}{10} \\ &= 5\frac{7}{10} \end{aligned}$$

$$\therefore -2\frac{1}{2} + (-3\frac{1}{5}) = -5\frac{7}{10}$$

ဥပမာ (8) $-1\frac{1}{2} + 3\frac{3}{4}$ ကို ရှင်းပါ။

$-1\frac{1}{2}$ သည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်၍ $3\frac{3}{4}$ သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သည်။

$$\left| -1\frac{1}{2} \right| = 1\frac{1}{2}, \quad \left| 3\frac{3}{4} \right| = 3\frac{3}{4}$$

$3\frac{3}{4} > 1\frac{1}{2}$ ဖြစ်သဖြင့် အပေါင်းကိန်း $3\frac{3}{4}$ ၏ ပကတိတန်ဖိုးက ပိုကြီးကြောင်း တွေ့ရသည်။

\therefore ပေါင်းလဒ်သည် အပေါင်းကိန်းတစ်ခုဖြစ်မည်။

$$\begin{aligned}
 \text{ပေါင်းလဒ်၏ ပကတိတန်ဖိုး} &= 3\frac{3}{4} - 1\frac{1}{2} \\
 &= \frac{15}{4} - \frac{3}{2} \\
 &= \frac{15}{4} - \frac{6}{4} \\
 &= \frac{9}{4} \\
 &= 2\frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

$$\therefore -1\frac{1}{2} + 3\frac{3}{4} = 2\frac{1}{4}$$

ဥပမာ (9) $2\frac{1}{6} + (-\frac{11}{5})$ ကို ရှင်းပါ။

$$\left|2\frac{1}{6}\right| = 2\frac{1}{6}, \left|-\frac{11}{5}\right| = \frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}$$

$2\frac{1}{5} > 2\frac{1}{6}$ ဖြစ်သဖြင့် အနုတ်ကိန်း $\frac{11}{5}$ ၏ ပကတိတန်ဖိုးက ပိုကြီးကြောင်းတွေ့ရသည်။

\therefore ပေါင်းလဒ်သည် အနုတ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်မည်။

$$\begin{aligned}
 \text{ပေါင်းလဒ်၏ ပကတိတန်ဖိုး} &= 2\frac{1}{5} - 2\frac{1}{6} = \frac{11}{5} - \frac{13}{6} \\
 &= \frac{66}{30} - \frac{65}{30} \\
 &= \frac{1}{30}
 \end{aligned}$$

$$\therefore 2\frac{1}{6} + (-\frac{11}{5}) = -\frac{1}{30}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (1.5)

1. အောက်ပါတို့ကို ကိန်းများအသုံးပြု၍ ရှင်းပါ။

(a) $(-2\frac{3}{4}) + (-1\frac{1}{2})$ (b) $-\frac{1}{2} + (+3\frac{1}{4})$

(c) $2 + (-7\frac{1}{2})$

2. အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(a) $-6\frac{1}{4} + (-2\frac{1}{2})$ (b) $-6.25 + (-2.5)$

(c) $-2\frac{5}{7} + (-3\frac{2}{7})$ (d) $-6\frac{1}{4} + (+2\frac{1}{2})$
 (e) $-1.75 + (2\frac{1}{4})$ (f) $1.407 + (-2.004)$

3. အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

(a) $(-\frac{11}{5} + 3\frac{1}{10}) + (-2\frac{1}{6})$
 (b) $[-\frac{3}{10} + (-\frac{7}{5})] + (-\frac{3}{25})$
 (c) $[-\frac{3}{25} + (-\frac{7}{5})] + \frac{3}{10}$
 (d) $(-\frac{3}{5} + \frac{7}{8}) + [-3\frac{1}{4} + (-5\frac{1}{3})]$
 (e) $[\frac{1}{4} + ((-\frac{2}{3}) + (-\frac{3}{5}))] + (-\frac{3}{20})$

1.7 ပေါင်းခြင်းဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိများ

(1) အပေါင်းဆိုင်ရာ ပိတ်ခြင်းဂုဏ်သတ္တိ

ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု a နှင့် b တို့၏ ပေါင်းလဒ် a + b သည် ရာရှင်နယ်ကိန်း တစ်ခုပင် ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (1) $(-2\frac{2}{3}) + 3\frac{3}{4} = 1\frac{1}{12}$

ဤတွင် $-2\frac{2}{3}$ နှင့် $3\frac{3}{4}$ တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ပြီး၊ ၎င်းတို့၏ ပေါင်းလဒ် $1\frac{1}{12}$ သည်လည်း ရာရှင်နယ်ကိန်းဖြစ်နေကြောင်း တွေ့နိုင်သည်။

(2) အပေါင်းဆိုင်ရာ ဖလှယ်ရ ဂုဏ်သတ္တိ

a နှင့် b တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်လျှင် $a + b = b + a$ ဖြစ်သည်။

ဆိုလိုသည်မှာ ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု ပေါင်းရာတွင် ၎င်းတို့၏ ရှေ့နောက်အစီအစဉ်သည် အရေးမပါပေ။

ဥပမာ (2) $(-2\frac{1}{2}) + (-5\frac{1}{3}) = -7\frac{5}{6}$

$(-5\frac{1}{3}) + (-2\frac{1}{2}) = -7\frac{5}{6}$

$\therefore (-2\frac{1}{2}) + (-5\frac{1}{3}) = (-5\frac{1}{3}) + (-2\frac{1}{2})$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့နိုင်သည်။

(3) အပေါင်းဆိုင်ရာ ဖက်စပ်ရ ဂုဏ်သတ္တိ

a, b နှင့် c တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်လျှင်
 $a + (b + c) = (a + b) + c$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (3) $(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}) + (-\frac{1}{2}) = \frac{7}{12} + (-\frac{1}{2}) = \frac{1}{12}$

$\frac{1}{3} + (\frac{1}{4} + (-\frac{1}{2})) = \frac{1}{3} + (-\frac{1}{4}) = \frac{1}{12}$

$\therefore (\frac{1}{3} + \frac{1}{4}) + (-\frac{1}{2}) = \frac{1}{3} + (\frac{1}{4} + (-\frac{1}{2}))$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့နိုင်သည်။

ဖက်စပ်ရ ဂုဏ်သတ္တိအရ $a + (b + c)$ နှင့် $(a + b) + c$ တို့သည် တန်ဖိုးအတူတူဖြစ်ရာ၊ ထို တန်ဖိုးတို့ကို $a + b + c$ ဟု အလွယ်ရေးလေ့ရှိသည်။

ဖလှယ်ရနှင့် ဖက်စပ်ရဂုဏ်သတ္တိများအရ သုံးခု(သို့မဟုတ်)ထိုထက်ပိုသော ရာရှင်နယ်ကိန်း များ ပေါင်းရာတွင် ကြိုက်ရာအစီအစဉ် ကြိုက်ရာတွဲနည်းဖြင့် ပေါင်းနိုင်သည်။

(4) အပေါင်းထပ်တူရ ဂုဏ်သတ္တိ

မည်သည့် ရာရှင်နယ်ကိန်း a အတွက်မဆို $0 + a = a + 0 = a$ ဖြစ်သည်။
 ဤဂုဏ်သတ္တိအရ "0" ကို အပေါင်းထပ်တူရကိန်းဟုခေါ်သည်။

ဥပမာ (4) $(-2\frac{3}{5}) + 0 = -2\frac{3}{5}$

$0 + (-2\frac{3}{5}) = -2\frac{3}{5}$

$\therefore (-2\frac{3}{5}) + 0 = 0 + (-2\frac{3}{5}) = -2\frac{3}{5}$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့နိုင်သည်။

(5) အပေါင်းပြောင်းပြန်ဂုဏ်သတ္တိ

+2 ၏ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းသည် -2 ဖြစ်ကြောင်း။ $-3\frac{1}{2}$ ၏ ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းသည်

$+3\frac{1}{2}$ ဖြစ်ကြောင်း သိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။

a သည်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဆိုပါစို့။ ထိုအခါ a သည်အပေါင်းကိန်း(သို့မဟုတ်)အနုတ်ကိန်း(သို့မဟုတ်) သူည ဖြစ်နိုင်သည်။ a သည် မည်သို့ပင်ဖြစ်စေ a ၏ ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းကို -a ဖြင့် ဖော်ပြမည်။

ဤဖော်ပြချက်သည် အပေါင်းကိန်း 2 ၏ ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းဖြစ်သော အနုတ်ကိန်းအား -2 ဟုရေးခဲ့ကြသော အလေ့အထနှင့်လည်း ကိုက်ညီပေသည်။

ထို့ကြောင့် -2 ဟူသော သင်္ကေတသည် အဓိပ္ပာယ်နှစ်မျိုးဆောင်ပေသည်။ တစ်မျိုးမှာ -2 သည် အနုတ်ကိန်း (-2) ဟူသော အဓိပ္ပာယ်ဖြစ်ပြီး၊ ကျန်တစ်မျိုးမှာ -2 သည် 2 ၏ ဆန့်ကျင်ဘက် ကိန်းဟူသော အဓိပ္ပာယ်ဖြစ်သည်။

-(-2) သည် မည်သည့်အဓိပ္ပာယ် ဆောင်သနည်း။

-(-2) သည် -2 ၏ ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းဟူသော အဓိပ္ပာယ်ရှိပေသည်။

-2 ၏ ဆန့်ကျင်ဘက်သည် 2 ဖြစ်ပေရာ

$$-(-2) = 2 \text{ ဖြစ်ပေသည်။}$$

“ယေဘုယျအားဖြင့် မည်သည့်ရာရှင်နယ်ကိန်း a အတွက်မဆို $-(-a) = a$ ဖြစ်သည်။”

အပေါင်းပြောင်းပြန်ဂုဏ်သတ္တိမှာ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်သည်။

“မည်သည့် ရာရှင်နယ်ကိန်း a အတွက်မဆို
 $a + (-a) = (-a) + a = 0$ ဖြစ်သည်။”

a နှင့် (-a) တို့တွင် တစ်ခုသည် ကျန်တစ်ခု၏ အပေါင်းပြောင်းပြန်ဖြစ်သည်ဟု ပြောလေ့ ရှိသည်။

ဥပမာ (5) $2\frac{1}{7} + (-2\frac{1}{7}) = (-2\frac{1}{7}) + 2\frac{1}{7} = 0$

ဥပမာ (6) $(-3.5) + (-(-3.5)) = (-3.5) + 3.5 = 0$
 $(-(-3.5)) + (-3.5) = (3.5) + (-3.5) = 0$
 $(-3.5) + (-(-3.5)) = (-(-3.5)) + (-3.5) = 0$

ဥပမာ (7) အပေါင်းပြောင်းပြန် ဂုဏ်သတ္တိနှင့် အပေါင်းဖက်စပ်ရ ဂုဏ်သတ္တိတို့ကိုသုံး၍
 $8 + (-5)$ ကို ရှင်းပါ။
 $8 + (-5) = (3+5) + (-5)$
 $= 3 + (5+(-5))$
 $= 3 + 0$
 $= 3$

လေ့ကျင့်ခန်း (1.6)

1. $\frac{2}{3}$ နှင့် $-\frac{1}{3}$ တို့အတွက် အပေါင်းဖလှယ်ရဂုဏ်သတ္တိကို ချိန်ကိုက်ပါ။
2. $\frac{2}{3}$, $-\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{6}$ တို့ကိုသုံး၍ အပေါင်းဖက်စပ်ရဂုဏ်သတ္တိကို ချိန်ကိုက်ပါ။
3. -1.06 , -3.04 , 0.27 တို့ကိုသုံး၍ အပေါင်းဖက်စပ်ရဂုဏ်သတ္တိကို ချိန်ကိုက်ပါ။
4. အပေါင်းပြောင်းပြန် ရဂုဏ်သတ္တိနှင့် အပေါင်းဖက်စပ်ရဂုဏ်သတ္တိတို့ကိုသုံး၍ အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(a) $38 + (-27)$	(b) $7.5 + (-3.6)$
(c) $7\frac{1}{4} + (-11\frac{1}{4})$	(d) $\frac{5}{8} + (-\frac{7}{8})$

1.8 ရာရှင်နယ်ကိန်းများ နုတ်ခြင်း

ကိန်းပြည့်များအကြောင်း လေ့လာခဲ့စဉ်က ကိန်းပြည့်နှစ်ခု၏ နုတ်ခြင်းကို အပေါင်း၏ ပြောင်းပြန်လုပ်ထုံးအဖြစ် သတ်မှတ်လေ့လာခဲ့ကြသည်။ ရာရှင်နယ်ကိန်းများ နုတ်ခြင်းအတွက်လည်း ဤအဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်မျိုးကိုပင် အသုံးပြုသည်။

“a, b, c တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ပြီး $a + b = c$ ဖြစ်လျှင် $c - a = b$ ဟု အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်သည်။”

ထို့ကြောင့် c မှ a နုတ်လျှင်၊ မည်သည့်ကိန်း ရမည်နည်းဟူသော မေးခွန်း၏ အဖြေမှာ a တွင် မည်သည့်ကိန်းပေါင်းထည့်လျှင် c ရမည်နည်းဟူသော မေးခွန်း၏ အဖြေနှင့် အတူတူပင်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (1) $\frac{7}{9} - (-\frac{3}{9}) = ?$

အထက်ပါမေးခွန်းကိုဖြေဆိုရန် $-\frac{3}{9}$ တွင် မည်သည့်ကိန်းပေါင်းထည့်လျှင် $\frac{7}{9}$ ရမည်ကို အဖြေရှာရမည်။

ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းနည်းအရ

$$-\frac{3}{9} + \frac{10}{9} = \frac{7}{9} \text{ ဖြစ်သည်။}$$

$$\frac{7}{9} - (-\frac{3}{9}) = \frac{10}{9} \text{ ဖြစ်သည်။}$$

ဥပမာ (2) $2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} = ?$

ဤမေးခွန်းကိုဖြေဆိုရန် $3\frac{1}{2}$ တွင် မည်သည့်ကိန်းကို ပေါင်းပေးပါက $2\frac{1}{2}$ ရမည်ကို စဉ်းစားရမည်။

ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု ပေါင်းနည်းအရ

$$3\frac{1}{2} + (-1) = 2\frac{1}{2}$$

$$2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} = -1$$

ဥပမာ (1) တွင် $\frac{7}{9} - (-\frac{3}{9}) = \frac{10}{9}$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ခဲ့သည်။

$$(-(-\frac{3}{9})) = \frac{3}{9}$$

$$\text{တစ်ဖန် } \frac{7}{9} + (-(-\frac{3}{9})) = \frac{7}{9} + \frac{3}{9} = \frac{10}{9} \text{ ဖြစ်ပေရာ}$$

$$\frac{7}{9} - (-\frac{3}{9}) = \frac{7}{9} + (-(-\frac{3}{9})) \text{ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရသည်} \dots\dots\dots (1)$$

ဥပမာ (2) တွင် $2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} = -1$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ခဲ့ရသည်။

တစ်ဖန်ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု ပေါင်းခြင်းအရ

$$2\frac{1}{2} + (-3\frac{1}{2}) = -1 \text{ ဖြစ်ပေရာ}$$

$$2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} = 2\frac{1}{2} + (-3\frac{1}{2}) \text{ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။} \dots\dots\dots (2)$$

(1) နှင့် (2) တွင် တွေ့ခဲ့ရသော အချက်များသည် အောက်ပါယေဘုယျမှန်ကန်ချက်ကို သရုပ်ဖော်ပေးသည်။

“မည်သည့်ရာရှင်နယ်ကိန်း a နှင့် b အတွက်မဆို $a - b = a + (-b)$ ဖြစ်သည်။”

ဥပမာ (3) $\frac{2}{3} - (-\frac{1}{2})$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{2}{3} - (-\frac{1}{2}) = \frac{2}{3} + (-(-\frac{1}{2}))$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$$

ဥပမာ (4) $-\frac{9}{10} - (-\frac{11}{10})$ ကို ရှင်းပါ။

$$-\frac{9}{10} - (-\frac{11}{10}) = -\frac{9}{10} + (-(-\frac{11}{10}))$$

$$= -\frac{9}{10} + \frac{11}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (1.7)

1. အောက်ပါတို့၏ အပေါင်းပြောင်းပြန်ကိန်း (ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်း)များကို ဖော်ပြပါ။

- (a) $\frac{3}{5}$ (b) $-\frac{3}{4}$ (c) -33 (d) $-\frac{11}{17}$ (e) $\frac{13}{1000}$

2. အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

- (a) $\frac{2}{5} - \frac{1}{5}$ (b) $\frac{7}{9} - (-\frac{2}{9})$ (c) $-3.5 - 2.5$
 (d) $-4 - (-\frac{1}{5})$ (e) $9.4 - (-0.01)$ (f) $-\frac{1}{4} - \frac{1}{2}$
 (g) $-87.56 - (-33.41)$ (h) $\frac{17}{25} - (-\frac{4}{25})$

3. အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

- (a) $(\frac{5}{16} + (-\frac{2}{16})) - (\frac{4}{8} + (-\frac{1}{8}))$
 (b) $(0.49 - 1.30) - (0.051 - (7.4))$
 (c) $(-\frac{9}{10} + (-\frac{3}{100})) - (-\frac{2}{25} - (-\frac{7}{25}))$
 (d) $((\frac{5}{7}) \div (-\frac{2}{3})) - (-\frac{3}{48} + (-\frac{11}{8}))$

1.9 ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုမြောက်ခြင်း

ကိန်းပြည့်များ မြောက်ခြင်းကို အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ခဲ့သည့် နည်းအတိုင်း၊ ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု မြောက်နည်းကို အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်နိုင်သည်။

အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းများသည် အပိုင်းကိန်းများဖြစ်သဖြင့် အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု မြောက်နည်းကို အပိုင်းကိန်းနှစ်ခု မြောက်နည်းအတိုင်း အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်မည်။

အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုနှင့် အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု၏ မြောက်လဒ်ကိုမူ အောက်ပါအတိုင်း အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်မည်။

“အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုနှင့် အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု၏ မြောက်လဒ်သည်အနုတ် ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီးမြောက်လဒ်၏ ပကတိတန်ဖိုးသည်မြောက်ကိန်းတစ်ခု၏ ပကတိတန်ဖိုး များ မြောက်လဒ်နှင့်ညီသည်။”

ဥပမာ (1) $(-\frac{3}{4}) \times \frac{5}{6}$ ကိုရှင်းပါ။

$$\left| (-\frac{3}{4}) \times \frac{5}{6} \right| = \left| -\frac{3}{4} \right| \times \left| \frac{5}{6} \right| = \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{8}$$

အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်အရ အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုနှင့် အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု ၏ မြောက်လဒ်သည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်သည်။

$$(-\frac{3}{4}) \times \frac{5}{6} = -\frac{5}{8}$$

အထက်ပါတွက်နည်းကို အတိုချုံး၍ အောက်ပါအတိုင်း တွက်နိုင်သည်။

$$\left(-\frac{3}{4}\right) \times \frac{5}{6} = -\left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}\right) = -\frac{5}{8}$$

အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု၏ မြောက်လဒ်ကို အောက်ပါအတိုင်း အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်သည်။

“အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု၏ မြောက်လဒ်သည် အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး၊ မြောက်လဒ်၏ ပကတိတန်ဖိုးသည် မြောက်ကိန်းတစ်ခု၏ ပကတိတန်ဖိုးများ မြောက်လဒ်နှင့် တူညီသည်။”

ဥပမာ (2) $-3\frac{1}{2} \times (-2\frac{3}{4})$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} \left| -3\frac{1}{2} \times (-2\frac{3}{4}) \right| &= \left| -3\frac{1}{2} \right| \times \left| -2\frac{3}{4} \right| \\ &= 3\frac{1}{2} \times 2\frac{3}{4} = \frac{7}{2} \times \frac{11}{4} \\ &= \frac{77}{8} = 9\frac{5}{8} \end{aligned}$$

အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်အရ အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု၏ မြောက်လဒ်သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သည်။

$$\therefore -3\frac{1}{2} \times (-2\frac{3}{4}) = 9\frac{5}{8}$$

$$\begin{aligned} \text{အတိုနည်း: } (-3\frac{1}{2}) \times (-2\frac{3}{4}) &= +\left(3\frac{1}{2} \times 2\frac{3}{4}\right) = +\left(\frac{7}{2} \times \frac{11}{4}\right) \\ &= +\frac{77}{8} = +9\frac{5}{8} \end{aligned}$$

ဥပမာ (3) $-2.14 \times (-3.01)$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} |-2.14 \times -3.01| &= |-2.14| \times |-3.01| \\ &= 2.14 \times 3.01 \\ &= 6.4414 \end{aligned}$$

အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်အရ အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု၏ မြောက်လဒ်သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သည်။

$$\therefore -2.14 \times (-3.01) = 6.4414$$

မှတ်ချက်။ “ 0 ” နှင့် မည်သည့်ရာရှင်နယ်ကိန်းကိုမဆို မြောက်လျှင် မြောက်လဒ်သည် “ 0 ” ဖြစ်သည်ဟု အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (1.8)

1. အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(a) $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$

(b) $2.17 \times (-8)$

(c) $-\frac{3}{4} \times (-6)$

(d) $\frac{4}{5} \times [-\frac{10}{3} \times (-\frac{21}{28})]$

(e) $[-\frac{14}{10} \times (-\frac{5}{7})] \times (-\frac{10}{45})$

(f) $[-3\frac{1}{2} \times (-\frac{1}{5})] \times \frac{5}{7}$

(g) $[\frac{4}{5} \times (-\frac{10}{3})] \times (-\frac{7}{2} + \frac{4}{21})$

(h) $(-7\frac{1}{2}) \times (2\frac{1}{5} \times \frac{4}{3})$

2. အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(a) $(-13.5 + 17.5) \times (-\frac{10}{45})$

(b) $[0.15 \times (-3.45)] \times 0.001$

(c) $(-3\frac{1}{5} + 7\frac{2}{5}) \times 2.75$

(d) $(-13\frac{1}{3} \times \frac{17}{18}) \times 5.5$

(e) $-\frac{1}{8} \times [-0.125 \times (-\frac{8}{15})]$

(f) $[2\frac{1}{2} - (-1\frac{1}{4})] \times (-1\frac{1}{3})$

(g) $[\frac{4}{9} + (-\frac{1}{3})] \times (-0.06 \times \frac{1}{2})$

(h) $[-\frac{15}{32} - (-\frac{5}{16})] \times [-\frac{9}{10} - (-\frac{4}{5})]$

1.10 လှန်ကိန်း

အပိုင်းကိန်းဟု သိခဲ့သော အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု၏ လှန်ကိန်းအကြောင်း လေ့လာခဲ့ကြပြီ။ ဥပမာအားဖြင့် $\frac{2}{3}$ ၏လှန်ကိန်းသည် $\frac{3}{2}$ ဖြစ်ကြောင်း သိခဲ့ရသည်။ အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းများအတွက်လည်း လှန်ကိန်းကို ဤနည်းအတိုင်း အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်သည်။ ဥပမာအားဖြင့် $-\frac{2}{3}$ ၏ လှန်ကိန်းသည် $-\frac{3}{2}$ ဖြစ်၍ $-\frac{11}{5}$ ၏ လှန်ကိန်းသည် $-\frac{5}{11}$ ဖြစ်သည်။ သုညမှတစ်ပါး၊ ရာရှင်နယ်ကိန်းတိုင်းတွင် လှန်ကိန်းရှိသည်။ သုညမဟုတ်သော ကိန်း a ၏ လှန်ကိန်းကို $\frac{1}{a}$ ဖြင့် ဖော်ပြလေ့ရှိသည်။

1.11 ရာရှင်နယ်ကိန်းများ စားခြင်း

ကိန်းပြည့်နှစ်ခုစားခြင်း အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်တွင် အစားကို အမြောက်၏ ပြောင်းပြန် လုပ်ထုံးအဖြစ် အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ခဲ့သည်။ ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု စားရာတွင်လည်း ဤနည်းအတိုင်း အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်သည်။

“a နှင့် b တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ပြီး $b \neq 0$ ဆိုပါစို့။ $b \times n = a$ ဖြစ်လျှင် $a \div b = n$ ဟု အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်သည်။”

ဤအဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်အရ a ကို b နှင့်စားလျှင် မည်မျှရမည်နည်းဟူသော မေးခွန်း ၏ အဖြေမှာ b နှင့်မည်သည့်ကိန်းမြောက်လျှင် a ရမည်နည်းဟူသော မေးခွန်းနှင့် အတူတူပင်ဖြစ် သည်။

ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုအား “ 0 ” နှင့်စားခြင်းကို အဓိပ္ပာယ် သတ်မှတ်မထားပေ။

ဥပမာ (1) $\frac{4}{5} \div \frac{1}{10} = 8$ (အဘယ်ကြောင့်ဆိုသော် $\frac{1}{10} \times 8 = \frac{4}{5}$)

ဥပမာ (2) $-3 \div (-\frac{1}{7}) = 21$ (အဘယ်ကြောင့်ဆိုသော် $(-\frac{1}{7}) \times 21 = -3$)

ဥပမာ (3) $\frac{2}{3} \div (-\frac{2}{5}) = -\frac{5}{3}$ (အဘယ်ကြောင့်ဆိုသော် $-\frac{2}{5} \times (-\frac{5}{3}) = \frac{2}{3}$)

ဆက်လက်၍ အောက်ပါမြောက်ခြင်းဆိုင်ရာ ဥပဒေများကို လေ့လာကြည့်ကြစို့။

ဥပမာ (4) $\frac{4}{\cancel{2}_1} \times \frac{10^2}{1} = \frac{8}{1} = 8$

ဥပမာ (5) $-3 \times (-\frac{7}{1}) = (3 \times \frac{7}{1}) = 21$

ဥပမာ (6) $\frac{2}{3} \times (-\frac{5}{2}) = -(\frac{\cancel{2}}{3} \times \frac{5}{\cancel{2}_1}) = -\frac{5}{3}$

ဥပမာ (1) နှင့် (4)၊ ဥပမာ (2) နှင့် (5)၊ ဥပမာ (3) နှင့် (6) တို့မှ ရလဒ်များကို နှိုင်းယှဉ်လေ့လာလျှင်

$$\frac{4}{5} \div \frac{1}{10} = \frac{4}{5} \times \frac{10}{1}$$

$$-3 \div (-\frac{1}{7}) = -3 \times (-\frac{7}{1})$$

$$\frac{2}{3} \div (-\frac{2}{5}) = \frac{2}{3} \times (-\frac{5}{2})$$

ဖြစ်ကြောင်းတို့ကို တွေ့ရမည်။

“ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုအား သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုနှင့်စားလျှင် ရမည့် စားလဒ်သည် ပထမရာရှင်နယ်ကိန်းကို ဒုတိယရာရှင်နယ်ကိန်း၏ လှန်ကိန်းဖြင့် မြောက်၍ ရသောမြောက်လဒ်နှင့် တူညီသည်။”

အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု၏ လှန်ကိန်းသည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်ပြီး၊ အနုတ်ရာရှင်နယ် ကိန်းတစ်ခု၏ လှန်ကိန်းသည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်သည်ဟူသော အချက်နှင့်ရာရှင်နယ်ကိန်းများ မြောက် ခြင်းတွင် တွေ့ခဲ့သော အတွေ့အကြုံများကို ဆက်စပ်စဉ်းစားခြင်းမှ အောက်ပါတို့ကို သိရှိရသည်။

- (1) အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုနှင့်စားလျှင်စားလဒ် သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သည်။
- (2) အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုနှင့်စားလျှင် စားလဒ် သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သည်။
- (3) အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုနှင့်စားလျှင် စားလဒ် သည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်သည်။
- (4) အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုနှင့်စားလျှင် စားလဒ် သည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်သည်။

ဥပမာ (7) $(-\frac{3}{4}) \div \frac{9}{10}$ ကိုရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} (-\frac{3}{4}) \div \frac{9}{10} &= (-\frac{3}{4}) \times \frac{10}{9} \\ &= (-\frac{3^1}{4_2} \times \frac{10^5}{9_3}) \\ &= -\frac{5}{6} \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (1.9)

1. အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

- | | |
|---|---------------------------------------|
| (a) $2\frac{1}{2} \div (-\frac{1}{5})$ | (b) $-\frac{5}{24} \div \frac{2}{5}$ |
| (c) $(-\frac{3}{5}) \div (-\frac{4}{15})$ | (d) $-2\frac{3}{4} \div 3\frac{1}{8}$ |
| (e) $-2.25 \div 3$ | (f) $-26.04 \div 1.2$ |

1.12 မြောက်ခြင်းဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိများ ရာရှင်နယ်ကိန်းများမြောက်ခြင်းသည် အောက်ပါဥပဒေများကို လိုက်နာသည်။

(1) အမြောက်ဆိုင်ရာ ပိတ်ခြင်းဂုဏ်သတ္တိ

a နှင့် b တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်လျှင် မြောက်လဒ် $a \times b$ သည် ရာရှင်နယ် ကိန်းတစ်ခုဖြစ်သည်။

ဥပမာ (1) $\frac{7}{2} \times (-\frac{15}{7}) = -\frac{15}{2}$

ဤတွင် ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုဖြစ်သော $\frac{7}{2}$ နှင့် $-\frac{15}{7}$ တို့၏ မြောက်လဒ် $-\frac{15}{2}$ လည်း ရာရှင်နယ်ကိန်း တစ်ခုဖြစ်ကြောင်း တွေ့နိုင်သည်။

(2) အမြောက်ဆိုင်ရာ ဖလှယ်ရဂုဏ်သတ္တိ

a နှင့် b တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်လျှင်
 $a \times b = b \times a$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (2) $2.5 \times (-2.3) = -5.75$

$(-2.3) \times (2.5) = -5.75$

∴ $2.5 \times (-2.3) = (-2.3) \times 2.5$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့နိုင်သည်။

(3) အမြောက်ဆိုင်ရာ ဖက်စပ်ရ ဂုဏ်သတ္တိ

a, b နှင့် c တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်လျှင်
 $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$ ဖြစ်သည်။

ဖက်စပ်ရ ဂုဏ်သတ္တိအရ $a \times (b \times c)$ နှင့် $(a \times b) \times c$ တို့သည် တန်ဖိုးအတူတူဖြစ်ရာ၊ ၎င်းတို့ကို $a \times b \times c$ ဟု အလွယ်ဖော်ပြလေ့ရှိသည်။

ဥပမာ (3) $\frac{12}{5} \times ((-\frac{7}{3}) \times (-\frac{10}{21})) = \frac{12}{5} \times \frac{10}{9} = \frac{8}{3}$

$(\frac{12}{5} \times (-\frac{7}{3})) \times (-\frac{10}{21}) = (-\frac{28}{5}) \times (-\frac{10}{21}) = \frac{8}{3}$

∴ $\frac{12}{5} \times ((-\frac{7}{3}) \times (-\frac{10}{21})) = (\frac{12}{5} \times (-\frac{7}{3})) \times (-\frac{10}{21})$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့နိုင်သည်။

(4) အမြောက်ဆိုင်ရာ ထပ်တူရဂုဏ်သတ္တိ

a သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်လျှင်
 $1 \times a = a \times 1 = a$ ဖြစ်သည်။

1 ကို အမြောက်ထပ်တူရကိန်းဟု ခေါ်သည်။

ဥပမာ (4) $(-2.718) \times 1 = 1 \times (-2.718) = -2.718$

(5) အမြောက်ဆိုင်ရာ ပြောင်းပြန်ဂုဏ်သတ္တိ

a သည် သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်လျှင်
 $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (5) $-\frac{3}{2} \times \frac{1}{-\frac{3}{2}} = -\frac{3}{2} \times (-\frac{2}{3}) = 1$

$\frac{1}{-\frac{3}{2}} \times -\frac{3}{2} = -\frac{2}{3} \times (-\frac{3}{2}) = 1$

(6) ဖြန့်ဝေရ ဂုဏ်သတ္တိ

a, b နှင့် c တို့သည့် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်လျှင်
 $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (6) $\frac{1}{2} \times ((-\frac{1}{3}) + \frac{1}{4}) = \frac{1}{2} \times (-\frac{1}{12}) = -\frac{1}{24}$

$(\frac{1}{2} \times (-\frac{1}{3})) + (\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}) = -\frac{1}{6} + \frac{1}{8} = -\frac{1}{24}$

$\therefore \frac{1}{2} \times ((-\frac{1}{3}) + \frac{1}{4}) = (\frac{1}{2} \times (-\frac{1}{3})) + (\frac{1}{2} \times \frac{1}{4})$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့နိုင်သည်။

ဥပမာ (7) $(-\frac{3}{2} \times \frac{5}{4}) + (-\frac{3}{2} \times \frac{3}{4})$ ကို ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိသုံးပြီး ဖြေရှင်းပါ။

$(-\frac{3}{2} \times \frac{5}{4}) + (-\frac{3}{2} \times \frac{3}{4})$
 $= -\frac{3}{2} \times (\frac{5}{4} + \frac{3}{4}) = -\frac{3}{2} \times 2 = -3$

လေ့ကျင့်ခန်း (1.10)

1. $\frac{34}{10}$ နှင့် $-\frac{9}{5}$ တို့ကိုသုံး၍ အမြောက်ဖလှယ်ရဂုဏ်သတ္တိမှန်ကန်ကြောင်း ချိန်ကိုက်ပါ။
2. $-0.03, -0.04, -0.05$ တို့ကိုသုံး၍ အမြောက်ဖက်စပ်ရဂုဏ်သတ္တိ မှန်ကန်ကြောင်း ချိန်ကိုက်ပါ။
3. $(\frac{3}{2} \times (-\frac{1}{8})) + (\frac{3}{2} \times \frac{3}{4})$ ကို ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိသုံးပြီး ရှင်းပါ။

1.13 ရာရှင်နယ်ကိန်းများ၏ အခြားဂုဏ်သတ္တိများ

ရာရှင်နယ်ကိန်းများ ပေါင်းခြင်း၊ နှုတ်ခြင်း၊ မြှောက်ခြင်း၊ စားခြင်းဟူသော လုပ်ထုံးများကို သိခဲ့ကြပြီ။ ယခုဆက်လက်၍ ရာရှင်နယ်ကိန်းများနှင့်သက်ဆိုင်သည့် သိအပ်ဖွယ်ရာအချက်အလက်အချို့ကို လေ့လာကြမည်။ ရှေးဦးစွာအောက်ပါဥပမာများကို လေ့လာကြည့်ကြစို့။

ဥပမာ (1) $-\frac{3}{2} = \frac{-3}{2}$ ဖြစ်ကြောင်းပြပါ။

$2 \times (-\frac{3}{2}) = -3$ (ရာရှင်နယ်ကိန်းများ မြှောက်နည်းအရ)

$\therefore -\frac{3}{2} = (-3) \div 2$ (အစား၏ အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်အရ)

$\therefore -\frac{3}{2} = \frac{-3}{2}$

ဥပမာ (2) $-\frac{3}{2} = \frac{3}{-2}$ ဖြစ်ကြောင်းပြပါ။

$(-2) \times (-\frac{3}{2}) = 3$ (ရာရှင်နယ်ကိန်းများမြှောက်နည်းအရ)

$\therefore (-\frac{3}{2}) = 3 \div (-2)$ (အစား၏အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်အရ)

$\therefore -\frac{3}{2} = \frac{3}{-2}$

အထက်ပါဥပမာများအရ

$-\frac{3}{2} = \frac{-3}{2} = \frac{3}{-2}$ ဖြစ်ကြောင်းသိရသည်။

ထို့အတူ $-\frac{7}{5} = \frac{-7}{5} = \frac{7}{-5}$ ဖြစ်ကြောင်း ပြ၍ရသည်။

ဤတွေ့ရှိချက်များသည် စင်စစ်အားဖြင့် အောက်ပါယေဘုယျမှန်ကန်ချက်၏ ဥပမာများပင်ဖြစ်သည်။

“a နှင့် b တို့သည် အပေါင်းကိန်းပြည့်များဖြစ်ကြလျှင် $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$ ဖြစ်သည်။”

အထက်ပါဥပမာများတွင် စဉ်းစားခဲ့သည့်နည်းကိုအတုယူ၍ $\frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$, $\frac{-8}{-9} = \frac{8}{9}$ ဖြစ်ကြောင်း တို့ကိုပြနိုင်သည်။

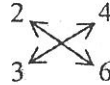
ယေဘုယျအားဖြင့်

“a နှင့် b တို့သည် အပေါင်းကိန်းပြည့်များဖြစ်လျှင် $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$ ဖြစ်သည်။”

အထက်တွင် တွေ့ရှိခဲ့သော အချက်များအရ ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုသည် ကိန်းပြည့်တစ်ခုကို သုညမဟုတ်သော ကိန်းပြည့်တစ်ခုနှင့်စားထားသော ပုံစံဖြင့်ဖော်ပြ၍ ရသော ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ကြောင်း သိရှိရလေသည်။ ထို့ကြောင့် x သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်လျှင် x ကို အောက်ပါပုံစံမျိုးဖော်ပြ၍ ရလေသည်။

“ $x = \frac{a}{b}$ ဤတွင် a နှင့် b သည် ကိန်းပြည့်များဖြစ်ပြီး $b \neq 0$ ဖြစ်လေသည်။
ဆက်လက်၍ အောက်ပါဥပမာများကို လေ့လာကြည့်ကြစို့။

ဥပမာ (3) $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ ဖြစ်ကြောင်း ပြပါ။



တစ်ဖက်တွင်ပြထားသည့်အတိုင်း ကိန်းများကို ကြက်ခြေခတ်တွဲ၍ မြှောက်ကြည့်လျှင်
 $2 \times 6 = 12, 3 \times 4 = 12,$
 $\therefore 2 \times 6 = 3 \times 4$ ဖြစ်ကြောင်းသိရသည်။

ဥပမာ (4) $\frac{-3}{2} = \frac{3}{-2}$ ဖြစ်ကြောင်းပြပါ။

ဤတွင် ကိန်းများကို ကြက်ခြေခတ်တွဲ၍ မြှောက်ကြည့်လျှင်
 $(-3) \times (-2) = 6, 2 \times 3 = 6$
 $\therefore (-3) \times (-2) = 2 \times 3$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။

ဤတွေ့ရှိချက်များသည် စင်စစ်အားဖြင့် အောက်ပါယေဘုယျမှန်ကန်ချက်ကို သရုပ်ဖော်သော ဥပမာများပင်ဖြစ်သည်။

“ a, b, c, d တို့သည် ကိန်းပြည့်များဖြစ်ပြီး $b \neq 0, d \neq 0$ ဆိုပါစို့။
 ထိုအခါ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ဖြစ်လျှင် $ad = bc$ ဖြစ်သည်။ အပြန်အလှန်အားဖြင့် $ad = bc$
 ဖြစ်လျှင် $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ဖြစ်သည်။”

အပိုင်းကိန်းများအကြောင်း လေ့လာခဲ့စဉ်က မတူညီသောအပိုင်းကိန်းနှစ်ခုကြားတွင် အပိုင်းကိန်းတစ်ခုအမြဲရှာနိုင်ကြောင်း တွေ့ခဲ့သည်။ ထို့အတူ မတူညီသော ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုကြားတွင် ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု အမြဲရှာ၍ရသည်။ တစ်ဖန် အပိုင်းကိန်းတစ်ခုကဲ့သို့ပင် ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို အဆုံးသတ်၍သော ဒသမကိန်းဖြင့်သော်လည်းကောင်း၊ အဆုံးမသတ်သော ပြန်ထပ် ဒသမကိန်းဖြင့်သော်လည်းကောင်း ဖော်ပြနိုင်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (1.11)

1. အောက်ပါတို့တွင် ပေးထားသော ရာရှင်နယ်ကိန်းများအနက် မည်သည်တို့သည် တူညီကြသနည်း။

(a) $-\frac{9}{4}, \frac{-9}{-4}, \frac{-9}{4}, \frac{9}{-4}, 2\frac{1}{4}, -2\frac{1}{4}$

(b) $-100, \frac{100}{1}, \frac{-100}{-1}, \frac{-100}{1}, 100$

2. အောက်ပါတို့ကို အမှားအမှန် ဆုံးဖြတ်ပါ။

(a) $\frac{-6}{5} = -\frac{6}{5}$

(b) $\frac{-7}{5} = \frac{7}{-5}$

(c) $\frac{-3}{-4} = \frac{3}{-4}$

(d) $\frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$

(e) $\frac{-5}{-2} = \frac{-5}{2}$

(f) $\frac{-5}{-2} = 2.5$

(g) $\frac{9}{-2} = -\frac{9}{2}$

(h) $\frac{29}{-5} = -5.8$

အခန်း (2)

ရာရှင်နယ်ကိန်းများ၏ ထပ်ညွှန်းများ

ကိန်းပြည့်များ၏ ထပ်ကိန်းများအကြောင်းကို လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်ပေသည်။ ကိန်းပြည့်များ၏ ထပ်ကိန်းဆိုင်ရာ လုပ်ထုံးလုပ်နည်းများအတိုင်း ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ဆက်၍လေ့လာကြမည်။

2.1 အခြေကိန်းနှင့် ထပ်ညွှန်း

ကိန်းပြည့်များ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများ၊ သုံးထပ်ကိန်းများနှင့် အဆင့်မြင့်ထပ်ကိန်းများအကြောင်း လေ့လာခဲ့ရာတွင် 3^2 ကို 3 နှစ်ထပ်၊ (သို့မဟုတ်)3 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းဟု ဖတ်ခဲ့သည်။ 3^2 ကို အကျယ်ဖြန့်ရေးသောအခါ 3×3 ဟု ရေးသည်။ ထို့ကြောင့် $3^2 = 3 \times 3$ ဖြစ်သည်။

ထိုနည်းတူစွာ $(-6)^3 = (-6) \times (-6) \times (-6)$ ဖြစ်သည်။

3^2 တွင် 3 သည် အခြေကိန်းဖြစ်၍ 2 သည် ထပ်ညွှန်းဖြစ်သည်။

$(-6)^3$ တွင် (-6) သည် အခြေကိန်းဖြစ်၍ 3 သည် ထပ်ညွှန်းဖြစ်သည်။

ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို နှစ်ကြိမ်ဆက်မြောက်လျှင် ထိုရာရှင်နယ်ကိန်း၏ နှစ်ထပ်ကိန်းကို

ရသည်။ ဥပမာ $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$ သည် $\frac{2}{3}$ ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းဖြစ်၍ $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ ဟု ရေးမည်။

အကျယ်ဖြန့်ရေး၍တွက်သော်

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

အထက်ပါနည်းအတိုင်း ရာရှင်နယ်ကိန်းများ၏ အဆင့်မြင့်သောထပ်ကိန်းများကို အကျယ်ဖြန့်၍တွက်နိုင်သည်။

ဥပမာ $\left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{243}{2024}$

$$\left(-\frac{5}{6}\right)^3 = \left(-\frac{5}{6}\right) \times \left(-\frac{5}{6}\right) \times \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{-125}{216}$$

ယေဘုယျအားဖြင့် b သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး m သည် သဘာဝကိန်းတစ်ခုဖြစ်လျှင် b^m သည် b ကို m အကြိမ်မြောက်ထားသော မြောက်လဒ်ပင်ဖြစ်သည်။

သင်္ကေတဖြင့်

$$b^m = b \times b \times b \times \dots \times b \quad (m \text{ အကြိမ်မြောက်ထားခြင်း})$$

ရာရှင်နယ်ကိန်းများ၏ ထပ်ကိန်းများကို စဉ်းစားရာတွင် ထပ်ညွှန်း (1) ဖြစ်လျှင်၊ ထိုထပ်ညွှန်း

(1) ကို ရေးလေ့မရှိပေ။

ဥပမာ

$$\left(\frac{16}{7}\right)^1 = \frac{16}{7}, \left(\frac{-8}{15}\right)^1 = \frac{-8}{15}$$

ဥပမာ (1) $\left(\frac{-5}{6}\right)^3$ ၏ အခြေကိန်းနှင့်ထပ်ညွှန်းကိုရေးပါ။

အခြေကိန်းသည် $-\frac{5}{6}$

ထပ်ညွှန်းသည် 3

ဥပမာ (2) $\left(\frac{4}{5}\right) \times \left(\frac{4}{5}\right) \times \left(\frac{4}{5}\right) \times \left(\frac{4}{5}\right) \times \left(\frac{4}{5}\right)$ ကို ထပ်ညွှန်းပါသော ပုံစံသို့ပြောင်းပါ။

$$\left(\frac{4}{5}\right) \times \left(\frac{4}{5}\right) \times \left(\frac{4}{5}\right) \times \left(\frac{4}{5}\right) \times \left(\frac{4}{5}\right) = \left(\frac{4}{5}\right)^5$$

ဥပမာ (3) $\frac{16}{81}$ ကို ထပ်ညွှန်းပါသောပုံစံဖြင့် နှစ်မျိုးရေးပြပါ။

$$\frac{16}{81} = \frac{4 \times 4}{9 \times 9} = \frac{4}{9} \times \frac{4}{9} = \left(\frac{4}{9}\right)^2$$

(တစ်နည်း)

$$\begin{aligned} \frac{16}{81} &= \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3 \times 3} \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \\ &= \left(\frac{2}{3}\right)^4 \end{aligned}$$

ဥပမာ (4) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ ၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{3}\right)^4 &= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \\ &= \frac{16}{81} \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (2.1)

1. အောက်ပါတို့၏ အခြေကိန်းနှင့်ထပ်ညွှန်းတို့ကို ရေးပါ။

- | | | |
|--------------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|
| (a) $\left(\frac{3}{4}\right)^4$ | (b) 2^6 | (c) $\left(-\frac{5}{4}\right)^3$ |
| (d) 7^5 | (e) $\left(\frac{11}{8}\right)^2$ | (f) $\left(-\frac{5}{7}\right)^5$ |
| (g) $\left(-\frac{5}{6}\right)^{20}$ | (h) $\frac{7}{5}$ | (i) $\left(\frac{132}{143}\right)^2$ |

2. အောက်ပါတို့ကို ထပ်ညွှန်းပုံစံသို့ပြောင်းရေးပါ။

- (a) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
 (b) $\left(\frac{-8}{5}\right) \times \left(\frac{-8}{5}\right) \times \left(\frac{-8}{5}\right)$
 (c) $\frac{21}{11} \times \frac{21}{11} \times \frac{21}{11} \times \frac{21}{11} \times \frac{21}{11} \times \frac{21}{11}$
 (d) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5}$
 (e) $(2.07) \times (2.07) \times (2.07) \times (2.07)$
 (f) $(-5.5) \times (-5.5) \times (-5.5) \times (-5.5)$
 (g) $37 \times 37 \times 37 \times 37 \times 37$
 (h) $\frac{25}{4}$

3. (a) $\frac{81}{625}$ ကို ထပ်ညွှန်းပါသောပုံစံဖြင့် နှစ်မျိုးရေးပြပါ။

(b) $\frac{1}{64}$ ကို ထပ်ညွှန်းပါသောပုံစံဖြင့် နှစ်မျိုးရေးပြပါ။

4. အောက်ပါတို့၏တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

- | | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|----------------|
| (a) $\left(\frac{4}{3}\right)^2$ | (b) $\left(-\frac{7}{8}\right)^2$ | (c) 2^6 |
| (d) $\left(\frac{11}{8}\right)^2$ | (e) $(-3)^7$ | (f) $(-1.3)^2$ |
| (g) $\left(-\frac{6}{7}\right)^3$ | (h) $\left(-\frac{11}{12}\right)^4$ | (i) $(2.5)^3$ |

2.2 အခြေတူထပ်ကိန်းများ မြောက်ခြင်း

ကိန်းပြည့်အခြေရှိသော ထပ်ကိန်းများ အချင်းချင်းမြောက်ခြင်းနှင့်ပတ်သက်၍ အခြေကိန်းနှင့် ထပ်ညွှန်းများဆိုင်ရာ ဥပဒေသအချို့ကို နားလည်ခဲ့ကြပြီ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ $(-3)^5 \times (-3)^2$ ကို ရှာပါ။

$$(-3)^5 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$$

$$(-3)^2 = (-3) \times (-3)$$

ဤနည်းဖြင့် $(-3)^5 \times (-3)^2 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$

တစ်ဖန် $(-3)^7$ ကို ရှာကြည့်ပါ။

$$(-3)^7 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$$

ဤအချက်များမှ တွေ့ရှိမှတ်သားနိုင်သည်မှာ

$$(-3)^5 \times (-3)^2 = (-3)^{5+2} = (-3)^7 \text{ ဖြစ်သည်။}$$

အထက်ပါနည်းအတိုင်း $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ နှင့် $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ တို့ကို ရှာကြည့်ကြမည်။

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$$

ဤနည်းဖြင့်

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$$

တစ်ဖန် $\left(\frac{2}{3}\right)^7$ ကို ရှာကြည့်ပါ။

$$\left(\frac{2}{3}\right)^7 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$$

ဤအချက်များမှ တွေ့ရှိမှတ်သားနိုင်သည်မှာ

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{4+3} = \left(\frac{2}{3}\right)^7$$

ယေဘုယျအားဖြင့် အောက်ပါမှန်ကန်ချက်ကို ရရှိသည်။

အခြေတူသော ထပ်ကိန်းများကို မြောက်လျှင် အခြေကို မူလအတိုင်းထား၍ ထပ်ညွှန်းများကို ပေါင်းရ၏။

သင်္ကေတဖြင့် ဖော်ပြရလျှင် b သည် သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်၍ m နှင့် n တို့သည် သဘာဝကိန်းများဖြစ်ကြလျှင်

$$b^m \times b^n = b^{m+n} \text{ ဖြစ်သည်။}$$

ဥပမာ (1) $\left(\frac{4}{5}\right)^3 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2$ ကိုရှင်းပါ။

$\left(\frac{4}{5}\right)^3 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2$ တွင် အခြေတိုင်း $\left(\frac{4}{5}\right)$ ချင်း တူညီသောကြောင့် ထပ်ညွှန်း 3 နှင့် 2 ကို ပေါင်းနိုင်သည်။

$$\begin{aligned} \left(\frac{4}{5}\right)^3 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 &= \left(\frac{4}{5}\right)^{3+2} \\ &= \left(\frac{4}{5}\right)^5 \\ &= \frac{1024}{3125} \end{aligned}$$

ဥပမာ (2) $\left(-\frac{1}{2}\right)^5 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$ ကိုရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} \left(-\frac{1}{2}\right)^5 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) &= \left(-\frac{1}{2}\right)^{5+3+1} \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right)^9 \\ &= -\frac{1}{512} \end{aligned}$$

ဥပမာ (3) $\left(\frac{5}{3}\right)^3 \times \left(\frac{5}{3}\right)^6 = \left(\frac{5}{3}\right)^9$ မှန်ကန်ကြောင်း သက်သေပြပါ။

$$\begin{aligned} \text{လက်ဝဲဘက်} &= \left(\frac{5}{3}\right)^3 \times \left(\frac{5}{3}\right)^6 \\ &= \left(\frac{5}{3}\right)^{3+6} \\ &= \left(\frac{5}{3}\right)^9 \end{aligned}$$

∴ လက်ဝဲဘက် = လက်ယာဘက်

လေ့ကျင့်ခန်း (2.2)

1. အောက်ဖော်ပြပါ ညီမျှခြင်းများ မှန်ကန်ကြောင်း သက်သေပြပါ။

(a) $2^3 \times 2^6 = 2^9$

(b) $\left(\frac{-5}{6}\right)^2 \times \left(\frac{-5}{6}\right)^3 = \left(\frac{-5}{6}\right)^5$

(c) $(-3)^4 \times (-3)^2 = (-3)^6$

2. အောက်ပါအချက်များကို မှား/မှန် စိစစ်ပါ။

(a) $2^3 \times 2^4 = 2^{12}$

(b) $\left(-\frac{2}{3}\right)^9 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^5 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{14}$

(c) $\left(\frac{3}{7}\right)^{10} = \left(\frac{3}{7}\right)^2 \times \left(\frac{3}{7}\right)^8$

(d) $(-5)^8 \times (-5)^3 = (-5)^{24}$

(e) $(3.1)^4 \times (3.1) = (3.1)^5$

(f) $7^9 \times 7^3 \times 7 = 7^{13}$

3. အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(a) $3^2 \times 3^3$

(b) $(-10)^3 \times (-10)^2$

(c) $\left(\frac{3}{4}\right) \times \left(\frac{3}{4}\right)^4$

(d) $\left(-\frac{4}{5}\right)^2 \times \left(-\frac{4}{5}\right)^3 \times \left(-\frac{4}{5}\right)$

(e) $\left(\frac{5}{7}\right)^2 \times \left(\frac{5}{7}\right) \times \left(\frac{5}{7}\right)^3$

(f) $(1.2) \times (1.2)^3$

2.3 အခြေတူထပ်ကိန်းများစားခြင်း

ဥပမာ $(-2)^6 \div (-2)^2$ ကို ရှာပါ

$$(-2)^6 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 64$$

$$(-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4$$

$$\therefore \frac{(-2)^6}{(-2)^2} = \frac{64}{4} = 16$$

တစ်ဖန် $(-2)^4$ ၏ တန်ဖိုးကို ရှာကြည့်ပါ။

$$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$$

ဤဖော်ပြချက်များမှ တွေ့ရှိရသည်မှာ

$$\frac{(-2)^6}{(-2)^2} = (-2)^{6-2} = (-2)^4 \text{ ဖြစ်သည်။}$$

အထက်ပါနည်းအတိုင်း $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$ ကို $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$ ဖြင့် စားကြည့်ပါ။

$$\begin{aligned} \left(-\frac{1}{2}\right)^5 &= \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= -\frac{1}{32} \end{aligned}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^5}{\left(-\frac{1}{2}\right)^3} &= \frac{-\frac{1}{32}}{-\frac{1}{8}} \\ &= \frac{1}{32} \times \frac{8}{1} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

တစ်ဖန် $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$ ၏ တန်ဖိုးကို ရှာကြည့်ပါ။

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$$

ဤဖော်ပြချက်များမှ တွေ့ရှိရသည်မှာ

$$\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^5}{\left(-\frac{1}{2}\right)^3} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{5-3} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \text{ ဖြစ်သည်။}$$

ယေဘုယျအားဖြင့် အောက်ပါမှန်ကန်ချက်ကို ရရှိသည်။

အခြေတူသောထပ်ကိန်းများစားလျှင်အခြေကို မူလအတိုင်းထား၍ ပိုင်းဝေ၏ထပ်ညွှန်းသည်ပိုင်းခြေ၏ထပ်ညွှန်းထက်ကြီးလျှင်ပိုင်းဝေ၏ထပ်ညွှန်းမှ ပိုင်းခြေ၏ထပ်ညွှန်းကို နုတ်ရ၏။

သင်္ကေတအားဖြင့် ဖော်ပြရလျှင် b သည် သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်၍ m နှင့် n တို့သည် သဘာဝကိန်းများဖြစ်ကြပြီး $m > n$ ဖြစ်လျှင်

$$\frac{b^m}{b^n} = b^{m-n} \text{ ဖြစ်သည်။}$$

အထက်ပါအချက်ကိုအမြဲမှန်သည်ဟုယူဆပြီး၊ ပိုင်းဝေ၏ထပ်ညွှန်းသည်ပိုင်းခြေ၏ ထပ်ညွှန်းအောက်ငယ်လျှင် အောက်ပါဥပမာကို လေ့လာကြည့်ကြစို့။

$$\left(\frac{1}{5}\right)^3 \div \left(\frac{1}{5}\right)^5 \text{ ကို ရှာကြည့်ပါ။}$$

$$\frac{\left(\frac{1}{5}\right)^3}{\left(\frac{1}{5}\right)^5} = \left(\frac{1}{5}\right)^{3-5}$$

$$\frac{\left(\frac{1}{5}\right)^3}{\left(\frac{1}{5}\right)^5} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$$

$$\begin{aligned} \text{တစ်ဖန် } \frac{\left(\frac{1}{5}\right)^3}{\left(\frac{1}{5}\right)^5} &= \frac{\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5}}{\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{5} \times \frac{1}{5}} \end{aligned}$$

$$\frac{\left(\frac{1}{5}\right)^3}{\left(\frac{1}{5}\right)^5} = \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2}$$

ဤဖော်ပြချက်မှ တွေ့ရှိရသည်မှာ

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2} \text{ ဖြစ်သည်။}$$

သင်္ကေတဖြင့် ဖော်ပြရလျှင် b သည် သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး n သည် သဘာဝကိန်းတစ်ခုဖြစ်လျှင် b^{-n} ကို အောက်ပါအတိုင်း ရေးနိုင်သည်။

$$b^{-n} = \frac{1}{b^n}$$

အကယ်၍ ပိုင်းဝေ၏ထပ်ညွှန်းသည် ပိုင်းခြေ၏ထပ်ညွှန်းနှင့် ညီခဲ့လျှင် အောက်ပါဥပမာကို ဆက်လက်လေ့လာကြည့်ကြစို့။

$$\left(\frac{1}{7}\right)^2 \div \left(\frac{1}{7}\right)^2 \text{ ကို ရှာပါ။}$$

$$\frac{\left(\frac{1}{7}\right)^2}{\left(\frac{1}{7}\right)^2} = \left(\frac{1}{7}\right)^{2-2}$$

$$\frac{\left(\frac{1}{7}\right)^2}{\left(\frac{1}{7}\right)^2} = \left(\frac{1}{7}\right)^0$$

$$\text{တစ်ဖန် } \frac{\left(\frac{1}{7}\right)^2}{\left(\frac{1}{7}\right)^2} = \frac{\frac{1}{7} \times \frac{1}{7}}{\frac{1}{7} \times \frac{1}{7}}$$

$$\frac{\left(\frac{1}{7}\right)^2}{\left(\frac{1}{7}\right)^2} = 1$$

ဤဖော်ပြချက်မှ တွေ့ရသည်မှာ

$$\left(\frac{1}{7}\right)^0 = 1 \text{ ဖြစ်သည်။}$$

သင်္ကေတဖြင့် ဖော်ပြလျှင် b သည် သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး ထပ်ညွှန်းသည် သုည “ 0 ” ဖြစ်လျှင် $b^0 = 1$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (1) $\left(\frac{3}{4}\right)^6 \div \left(\frac{3}{4}\right)^4$ ကို ရှင်းပါ။

$\left(\frac{3}{4}\right)^6$ နှင့် $\left(\frac{3}{4}\right)^4$ တွင် အခြေကိန်းချင်းတူညီနေသဖြင့် ထပ်ညွှန်း 6 နှင့် 4 ကို ခြားနားရမည်။

$$\begin{aligned} \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^6}{\left(\frac{3}{4}\right)^4} &= \left(\frac{3}{4}\right)^{6-4} \\ &= \left(\frac{3}{4}\right)^2 \end{aligned}$$

$$\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^6}{\left(\frac{3}{4}\right)^4} = \frac{9}{16}$$

ဥပမာ (2) $\frac{\left(-\frac{5}{9}\right)^8}{\left(-\frac{5}{9}\right)^5}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{\left(-\frac{5}{9}\right)^8}{\left(-\frac{5}{9}\right)^5} = \left(-\frac{5}{9}\right)^{8-5}$$

$$= \left(-\frac{5}{9}\right)^3$$

$$= -\frac{125}{729}$$

ဥပမာ (3) $\left(\frac{5}{4}\right)^{-3}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{5}{4}\right)^3}$$

$$= \frac{1}{\frac{5}{4} \times \frac{5}{4} \times \frac{5}{4}}$$

$$= \frac{1}{\frac{125}{64}}$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{-3} = \frac{64}{125}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (2.3)

1. အောက်ပါညီမျှခြင်းတို့ကို မှန်/မမှန် စစ်ဆေးပါ။

(a) $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \div \left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^3$

(b) $\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^{11}}{\left(\frac{1}{4}\right)^7} = \left(\frac{1}{4}\right)^4$

(c) $\left(\frac{12}{25}\right)^6 \div \left(\frac{12}{25}\right)^5 = \left(\frac{12}{25}\right)^0$

(d) $\left(\frac{13}{14}\right)^7 \div \left(\frac{13}{14}\right)^7 = \left(\frac{13}{14}\right)^0$

2. အောက်ဖော်ပြပါ အချက်များ မှန်ပါသလား (မှား / မှန် ရေးပါ)။

(a) $2^6 \div 2^3 = 2^3$

(b) $2^6 \div 2^2 = 2^8$

(c) $\frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^9}{\left(-\frac{2}{3}\right)^5} = \left(-\frac{2}{3}\right)^4$

(d) $\frac{(-5)^9}{(-5)^3} = (-5)^3$

(e) $(0.6)^8 \div (0.6)^2 = (0.6)^6$ (f) $\left(\frac{3}{4}\right)^{12} \div \left(\frac{3}{4}\right) = \left(\frac{3}{4}\right)^{11}$

(g) $\left(\frac{1}{2}\right)^5 \div \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 1$

3. အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(a) $\left(\frac{1}{3}\right)^4 \div \left(\frac{1}{3}\right)$

(b) $(-2)^5 \div (-2)^2$

(c) $\left(-\frac{1}{4}\right)^8 \div \left(-\frac{1}{4}\right)^5$

(d) $\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^5}{\left(\frac{1}{3}\right)^2}$

(e) $\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^6}{\left(\frac{1}{4}\right)^2}$

(f) $\frac{\left(-\frac{8}{3}\right)^{11}}{\left(-\frac{8}{3}\right)^8}$

(g) $\left(-\frac{7}{4}\right)^{-3}$

(h) $\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^6}{\left(\frac{1}{4}\right)^6}$

2.4 ထပ်ဆင့်ထပ်ကိန်း

အောက်ပါဥပမာများကို လေ့လာကြပါစို့။

ဥပမာ $(3^3)^2 = 3^3 \times 3^3$
 $= 3^{3+3} = 3^6$

$(3^3)^2 = 3^{3 \times 2} = 3^6$

ဤဖော်ပြချက်မှ တွေ့ရှိရသည်မှာ

$(3^3)^2 = 3^{3 \times 2} = 3^6$ ဖြစ်သည်။

အထက်ပါနည်းအတိုင်း အခြားဥပမာတစ်ခုကို လေ့လာကြည့်မည်။

ဥပမာ $\left[\left(\frac{-2}{3}\right)^4\right]^3$ ကို ရှင်းပါ။

$$\left[\left(\frac{-2}{3}\right)^4\right]^3 = \left(\frac{-2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{-2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{-2}{3}\right)^4$$

ဤအချက်တွင် အခြားကိန်းများ တူညီသောကြောင့် ထပ်ညွှန်းများ ပေါင်းနိုင်သည်။

$$\left[\left(\frac{-2}{3}\right)^4\right]^3 = \left(\frac{-2}{3}\right)^{4+4+4}$$

$$\left[\left(\frac{-2}{3}\right)^4\right]^3 = \left(\frac{-2}{3}\right)^{4 \times 3}$$

ဤဖော်ပြချက်မှ တွေ့ရှိရသည်မှာ

$$\left[\left(\frac{-2}{3}\right)^4\right]^3 = \left(\frac{-2}{3}\right)^{4 \times 3} = \left(\frac{-2}{3}\right)^{12} \text{ ဖြစ်သည်။}$$

သင်္ကေတဖြင့်ဖော်ပြရလျှင် **b** သည် သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး၊ **m** နှင့် **n** တို့သည် သဘာဝကိန်းများ ဖြစ်ကြလျှင်၊
 $(b^m)^n = b^{mn}$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (1) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2$ ကို ရှင်းပါ။

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{3 \times 2}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{64}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (2.4)

အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

(1) $\left[\left(\frac{4}{5}\right)^3\right]^4$

(2) $\left[\left(\frac{1}{7}\right)^2\right]^3$

(3) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^3$

(4) $\left[(-6)^3\right]^2$

(5) $\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^3\right]^3$

(6) $\left[\left(\frac{2}{11}\right)^8\right]^2$

(7) $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^2\right]^3$

(8) $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^3\right]^2$

(9) $\left[9^3\right]^2$

(10) $\left[\left(-\frac{3}{4}\right)^7\right]^1$

အခန်း (3)

နှစ်ထပ်ကိန်းနှင့် နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများ

3.1 နှစ်ထပ်ကိန်း

ကိန်းပြည့်အားလုံး၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကို အောက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြနိုင်သည်။

$0^2, 1^2, 2^2, 3^2, \dots$

(သို့မဟုတ်) $0, 1, 2, 9, \dots$

ထပ်ကိန်းများကို လေ့လာခဲ့ရာတွင်၊ ကိန်းတစ်ခု၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရရှိရန် ပေးထားသော ကိန်းကို ထိုကိန်းဖြင့်ပင် မြှောက်ခြင်းဖြင့် ရှာနိုင်သည်။

ဥပမာ

(1) $15^2 = 15 \times 15$
 $= 225$

(2) $0.2^2 = 0.2 \times 0.2$
 $= 0.04$

(3) $25^2 = 25 \times 25$
 $= 625$

(4) အနားတစ်ထက် 6 m ရှိသော စတုရန်းတစ်ခု၏ ဧရိယာ $= 6^2 \text{ m}^2$
 $= 36 \text{ m}^2$

လေ့ကျင့်ခန်း (3.1)

1. 0 မှ 10 အထိ ကိန်းပြည့်အားလုံး၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကို ရေးချပါ။
2. 11 မှ 20 အထိ ကိန်းပြည့်အားလုံး၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကို တွက်ပါ။
3. $25^2, 30^2, 50^2$ နှင့် 75^2 တို့ကို တွက်ပါ။
4. 1.5, 4.5, 7.5 နှင့် 9.5 တို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကို ရှာပါ။
5. 0.1, 0.3, 0.5, 0.7 နှင့် 0.9 တို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကို ရှာပါ။
6. 2, 20 နှင့် 200 တို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကို ရှာပါ။
7. $100^2, 300^2, 400^2$ နှင့် 500^2 တို့၏ တန်ဖိုးများကို ရေးချပါ။
8. အောက်ဖော်ပြပါ အနားများရှိသော စတုရန်းအသီးသီး၏ ဧရိယာတို့ကို ရှာပါ။
 (a) 4 စင်တီမီတာ (b) 7 မီတာ (c) 2 ကီလိုမီတာ
 (d) 2.1 မီတာ (e) 0.8 ကီလိုမီတာ (f) 4.7 စင်တီမီတာ

3.2 နှစ်ထပ်ကိန်းဇယားကို အသုံးပြုခြင်း

0 နှင့် 10 အထိ ကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းဇယားကို စာမျက်နှာ (၂၅၇) တွင် ဖော်ပြထားသည်။ ယခုအခန်းတွင် ဇယားကိုအသုံးပြု၍ နှစ်ထပ်ကိန်းရှာခြင်းကို လေ့လာကြမည်။

ထိုဇယား၏ တစ်စိတ်တစ်ဒေသကို အသုံးချ၍ 5.57^2 ၏ တန်ဖိုးကို ရှာမည်။

(နှစ်ထပ်ကိန်းဇယား)

Squares From 1 to 10										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	30.25	30.36	30.47	30.58	30.69	30.80	30.91	31.02	31.14	31.25
5.6	31.36	31.47	31.58	31.70	31.81	31.92	31.04	32.15	32.26	32.28
5.7	32.49	32.60	32.72	32.83	32.95	32.06	32.18	33.29	33.41	33.52
5.8	33.64	33.76	33.87	33.99	34.11	34.22	34.34	34.46	34.57	34.69
5.9	34.81	34.93	34.05	34.16	35.28	35.40	35.52	35.64	35.76	35.88

5.57 ကိန်း၏ ပထမဂဏန်းနှစ်လုံးဖြစ်သော 5.5 ကို ဇယား၏ လက်ဝဲဘက်ဆုံးတိုင်တွင် တွေ့ရသည်။ တတိယဂဏန်း 7 ကိုမူ ဇယား၏ အပေါ်ဆုံးအတန်းတွင် တွေ့ရှိနိုင်သည်။

ထို့ကြောင့် ကျွန်ုပ်တို့သည် 5.5 ရှိသော တန်းတစ်လျှောက်ကြည့်ရာ ဇယား၏ အပေါ်ဆုံးတန်းရှိ 7 ဂဏန်း၏တိုင်အောက်ရှိ ကိန်းကို ဖတ်ရမည်။ (ပိုင်းပြထားသည်။)

ထိုအခါ $5.57^2 = 31.02$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရှိရသည်။

အလားတူ $5.5^2 = 30.25$ နှင့် $5.59^2 = 31.25$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။ (သတိပြုရန်မှာ ထိုဇယားတွင် ဖော်ပြထားသော နှစ်ထပ်ကိန်းများသည် ဒသမ 2 နေရာအထိ အနီးဆုံးယူထားသည်။)

ထိုနည်းတူ 5.6 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်း (သို့မဟုတ်) $5.6^2 = 31.36$ ဖြစ်သည်။

5.61 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်း (သို့မဟုတ်) $5.61^2 = 31.47$

5.62 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်း (သို့မဟုတ်) $5.62^2 = 31.58$

ထိုနည်းတူစွာပင် $5.63^2 = 31.70$

$5.64^2 = 31.81$

$5.65^2 = 31.92$

$5.66^2 = 32.04$

$5.67^2 = 32.15$

$5.68^2 = 32.26$

$5.69^2 = 32.38$ စသည်တို့ဖြစ်ကြောင်း ဇယားမှ သိရှိရသည်။

ဥပမာ 6.14^2 ၏ တန်ဖိုးကို ရှာလိုလျှင်

6.1 ရှိ အတန်းမှ အပေါ်ဆုံးတန်း၏ 4 ဂဏန်းရှိသော တိုင်ကိုကြည့်ပါက 37.70 ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။

$\therefore 6.14^2 = 37.70$ ဖြစ်သည်။

Squares From 1 to 10

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	30.25	30.36	30.47	30.58	30.69	30.80	30.91	31.02	31.14	31.25
5.6	31.36	31.47	31.58	31.70	31.81	31.92	31.04	32.15	32.26	32.28
5.7	32.49	32.60	32.72	32.83	32.95	32.06	32.18	33.29	33.41	33.52
5.8	33.64	33.76	33.87	33.99	34.11	34.22	34.34	34.46	34.57	34.69
5.9	34.81	34.93	34.05	34.16	35.28	35.40	35.52	35.64	35.76	35.88
6.0	36.00	36.12	36.24	36.36	36.48	36.60	36.72	36.84	36.97	36.09
6.1	37.21	37.33	74.45	37.58	37.70	37.82	37.95	38.07	38.19	38.32
6.2	38.44	38.56	38.69	38.81	38.89	39.06	39.19	39.31	39.44	39.56
6.3	39.69	39.82	39.94	40.07	40.20	40.32	40.45	40.58	40.70	40.83
6.4	40.96	41.09	41.22	41.43	41.47	41.60	41.37	41.86	41.99	41.12

လေ့ကျင့်ခန်း (3.2)

စာမျက်နှာ (၂၅၇) တွင် ဖော်ပြထားသော ဇယားကိုအသုံးပြု၍ အောက်ပါကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကို ရေးချပါ။

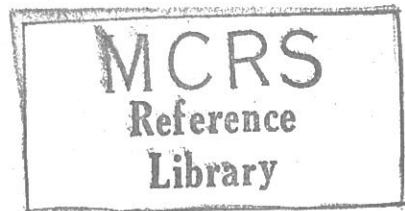
- | | | |
|----------|----------|----------|
| (a) 2.5 | (b) 3.5 | (c) 4.5 |
| (d) 4.51 | (e) 4.52 | (f) 4.59 |
| (g) 7.0 | (h) 7.01 | (i) 7.10 |
| (j) 9.2 | (k) 9.29 | (l) 6.99 |
| (m) 2.02 | (n) 5.47 | (o) 8.76 |

3.1.2 10 ထက်ကြီးသော (သို့မဟုတ်) 1 အောက်ငယ်သောကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကို ရှာခြင်း ဥပမာ (1) ဇယားကိုအသုံးပြု၍ 45.6^2 ကို ရှာပါ။

ဇယားတွင် 0 မှ 10 အထိ ကိန်းများ၏နှစ်ထပ်ကိန်းများကိုသာ ဖော်ပြထားသည်။ ကျွန်ုပ်တို့သည် 45.6 ကို 4.56×10 ဟူ၍ ရေးနိုင်သည်။

$$\begin{aligned} \text{ထို့ကြောင့် } 45.6^2 &= (4.56 \times 10)^2 \\ &= 4.56^2 \times 10^2 \\ &= 20.79 \times 100 \text{ (4.56 သည် 0 နှင့် 10 အကြားရှိဗျဉ်းဇယားတွင် 4.56}^2 \\ &\quad \text{ကိုရှာနိုင်သည်။)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ဥပမာ (2) } 139^2 &= (1.39 \times 100)^2 \\ &= 1.39^2 \times 100^2 \\ &= 1.39 \times 10000 \\ &= 13900 \end{aligned}$$



ဥပမာ (3) $0.78^2 = \left(\frac{7.8}{10}\right)^2$
 $= \frac{7.8^2}{10^2} = \frac{60.84}{100}$
 $= 0.6084$

လေ့ကျင့်ခန်း (3.3)

- ဇယားကိုအသုံးပြု၍ အထက်ပါနည်းအတိုင်း အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကိုရှာပါ။

(1) (a) 23.5	(b) 37.1
(2) (a) 456	(b) 209
(3) (a) 0.29	(b) 0.87
- အောက်ပါတို့၏ တန်ဖိုးများကို ရှာပါ။

(a) 12.9^2	(b) 152^2	(c) 0.78^2	(d) 0.789^2
--------------	-------------	--------------	---------------

အထွေထွေလေ့ကျင့်ခန်း (3.4)

- မည်သည့်နည်းကိုမဆို အသုံးပြု၍ အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကို ရှာပါ။

(a) 5	(b) 15	(c) 25	(d) 50
(e) 500	(f) 8.5	(g) 0.5	(h) 12.5
- အောက်ဖော်ပြပါ အနားများရှိသော စတုရန်းများ၏ ဧရိယာများကို ရှာပါ။

(a) 3.5 cm	(b) 16 mm
(c) 1.06 m	(d) 37.1 cm
- အောက်ပါတို့၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

(a) $3^2 + 13^2$	(b) $2.3^2 + 1.7^2$	(c) $8.4^2 - 1.6^2$
------------------	---------------------	---------------------

3.2 နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများ

3.2.1 နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို တွက်ခြင်း

အပေါင်းနှင့် အနှုတ်၊ အမြောက်နှင့်အစားတို့သည် အပြန်အလှန်(ပြောင်းပြန်)တွက်ခြင်းများ ဖြစ်သကဲ့သို့ နှစ်ထပ်ကိန်းနှင့် နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းတို့သည် အပြန်အလှန်တွက်ချက်ခြင်းများဖြစ်သည်။

ကိန်း:	နှစ်ထပ်ကိန်း:	ကိန်း:	နှစ်ထပ်ကိန်း:
0	→ 0	0	→ 0
1	→ 1	1	→ 1
2	→ 4	4	→ 2
3	→ 9	9	→ 3
4	→ 16	16	→ 4

အထက်တွင် 3 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းသည် 9 ဖြစ်၍ 9 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းသည် 3 ပင်ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။

ကျွန်ုပ်တို့သည် $3^2 = 9$ ဟူ၍ ရေးသားပြီး $\sqrt{9} = 3$ ဟုရေးသည်။

ထိုနည်းအတိုင်း $\sqrt{4} = 2, \sqrt{1} = 1, \sqrt{0} = 0, \sqrt{625} = 25$ ဖြစ်သည်။

နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို \sqrt{N} ဖြင့် ဖော်ပြသည်။ \sqrt{N} ကို \sqrt{N} ဖြင့်ပင် မြောက်ခြင်းဖြင့် N ပြန်ရသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (3.5)

- အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို ရှာပါ။

(a) 1	(b) 16	(c) 36
(d) 64	(e) 100	(f) 400
- အောက်ပါတို့၏ တန်ဖိုးများကို ရှာပါ။

(a) $\sqrt{25}$	(b) $\sqrt{49}$	(c) 81
(d) $\sqrt{144}$	(e) $\sqrt{900}$	(f) $\sqrt{1600}$
- $289 = 17^2$ ဟု ပေးထားလျှင် $\sqrt{289}$ ကို ရှာပါ။
- $529 = 23^2$ ဟု ပေးထားလျှင် $\sqrt{529}$ ကို ရှာပါ။
- $12.25 = 3.5^2$ ဟု ပေးထားလျှင် $\sqrt{12.25}$ ကို ရှာပါ။
- $1000000 = 1000^2$ ဟုပေးထားလျှင် $\sqrt{1000000}$ ကို ရှာပါ။
- အောက်ဖော်ပြပါ ဧရိယာများရှိသော စတုရန်းတို့၏ အနားများကို ရှာပါ။

(a) 9 cm^2	(b) 36 m^2	(c) 100 km^2
(d) 225 m^2	(e) 1.44 m^2	

3.2.2 သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းခွဲ၍ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းရှာခြင်း

ကိန်းတစ်ခု၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းများခွဲ၍လည်း ရှာနိုင်သည်။

ဥပမာ (1) (a) 196 (b) 1296 တို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို ရှာပါ။

$$\begin{aligned} \text{(a) } 196 &= 2 \times 98 \\ &= 2 \times 2 \times 49 \\ &= 2 \times 2 \times 7 \times 7 \\ &= 2^2 \times 7^2 \\ &= (2 \times 7)^2 \end{aligned}$$

$$\sqrt{196} = 2 \times 7$$

$$\sqrt{196} = 14$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } 1296 &= 2 \times 684 \\ &= 2 \times 2 \times 324 \\ &= 2^2 \times 2 \times 162 \\ &= 2^2 \times 2 \times 2 \times 81 \\ &= 2^2 \times 2^2 \times 9 \times 9 \end{aligned}$$

$$\sqrt{1296} = \sqrt{(2^2 \times 9)^2} = 2^2 \times 9$$

$$\therefore \sqrt{1296} = 36$$

ဥပမာ (2) (a) $12\frac{1}{4}$ (b) 2.56 တို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို ရှာပါ။

$$\text{(a) } \sqrt{12\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \sqrt{\frac{7 \times 7}{2 \times 2}} = \sqrt{\frac{7^2}{2^2}} = 3\frac{1}{2}$$

$$\text{(b) } \sqrt{2.56} = \sqrt{\frac{256}{100}} = \sqrt{\frac{4 \times 4 \times 4 \times 4}{10 \times 10}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 4^2}{10^2}} = \frac{16}{10} = 1.6$$

ဥပမာ (3) စတုရန်းပုံရှိသော စာရွက်တစ်ရွက်၏ ဧရိယာသည် 225 cm^2 ဖြစ်သော် အနားတစ်ဖက်၏ အလျားကိုရှာပါ။

$$\text{စတုရန်းပုံစာရွက်၏ဧရိယာ} = 225 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \text{စာရွက်၏အနားတစ်ဖက်} = \sqrt{225 \text{ cm}^2}$$

$$= \sqrt{5 \times 45}$$

$$= \sqrt{5 \times 5 \times 9}$$

$$= \sqrt{5^2 \times 3^2}$$

$$= 5 \times 3$$

$$= 15 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{အနားတစ်ဖက်၏ အလျား} = 15 \text{ cm}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (3.6)

1. အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို ရှာပါ။
 (a) 784 (b) 1089 (c) 1764
2. အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို ရှာပါ။
 (a) $3\frac{1}{16}$ (b) $\frac{16}{25}$ (c) $\frac{12}{400}$ (d) $13\frac{4}{9}$
3. အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို ရှာပါ။
 (a) 1.44 (b) 3.24 (c) .0729 (d) 5929
4. စတုရန်းပုံသဏ္ဍာန်ရှိသော မျက်နှာကျက် ကျောက်ပြားတစ်ချပ်၏ ဧရိယာသည် 196 cm^2 ဖြစ်သော် အနားတစ်ဖက်၏ အလျားကိုရှာပါ။

3.2.3 နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းဇယားကို အသုံးပြုခြင်း

0 မှ 10 အထိ ကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းဇယားကို စာမျက်နှာ (၂၅၉) တွင် ဖော်ပြထားသည်။ 10 မှ 100 အထိ ကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းဇယားကို စာမျက်နှာ (၂၆၁) တွင် ဖော်ပြထားသည်။

နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းဇယား၏ တစ်စိတ်တစ်ဒေသကို အောက်တွင်ဖော်ပြထားသည်။ ထိုနှစ်ထပ်ကိန်းရင်းဇယားကို အသုံးပြု၍ ကိန်းတစ်လုံး၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို မည်ကဲ့သို့ရှာရသည်ကို လေ့လာမည်။

က်

(နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းဇယား)

Squares roots from 1 to 10

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.0	2.00	2.00	2.00	2.01	2.01	2.01	2.01	2.02	2.02	2.02
4.1	2.02	2.03	2.02	2.03	2.03	2.04	2.04	2.04	2.04	2.05
4.2	2.05	2.05	2.05	2.06	2.06	2.06	2.06	2.07	2.07	2.07
4.3	2.07	2.08	2.07	2.08	2.08	2.09	2.09	2.09	2.09	2.10
4.4	2.10	2.10	2.10	2.10	2.11	2.11	2.11	2.11	2.12	2.12
4.5	2.12	2.12	2.13	2.13	2.13	2.13	2.14	2.14	2.14	2.14
4.6	2.14	2.15	2.15	2.15	2.15	2.16	2.16	2.16	2.16	2.17
4.7	2.17	2.17	2.17	2.17	2.18	2.18	2.18	2.18	2.19	2.19
4.8	2.19	2.20	2.20	2.20	2.20	2.20	2.20	2.21	2.21	2.21
4.8	2.21	2.22	2.22	2.22	2.22	2.22	2.23	2.23	2.23	2.23
5.0	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.25	2.25	2.25	2.25	2.26
5.1	2.26	2.26	2.26	2.26	2.27	2.27	2.27	2.27	2.28	2.29
5.2	2.28	2.28	2.28	2.29	2.29	2.29	2.29	2.30	2.30	2.30
5.3	2.29	2.31	2.31	2.31	2.31	2.31	2.32	2.32	2.32	2.32
5.4	2.32	2.33	2.33	2.33	2.33	2.33	2.34	2.34	2.34	2.34

အထက်ပါဇယားကိုကြည့်ခြင်းဖြင့်

4.00 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်း (သို့မဟုတ်) $\sqrt{4} = 2.00$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။

(4.00 ရှိအတန်းနှင့် ဇယားရှိ အပေါ်ဆုံးအတန်း 0 (သုည) ဂဏန်းရှိ အတိုင်ဆုံရာ)

4.03 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်း (သို့မဟုတ်) $\sqrt{4.03} = 2.01$

(4.0 ရှိအတန်းနှင့် ဇယားရှိ အပေါ်ဆုံးအတန်း 3 ဂဏန်းရှိ အတိုင်ဆုံရာ)

4.09 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်း (သို့မဟုတ်) $\sqrt{4.09} = 2.02$

(4.0 ရှိအတန်းနှင့် ဇယားရှိ အပေါ်ဆုံးအတန်း 9 ဂဏန်းရှိ အတိုင်ဆုံရာ)

(ဇယားတွင်ဝိုင်းပြထားသည်)

4.4 နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို ရှာလိုသောအခါ

$\sqrt{4.4} = 2.10$ ဖြစ်ကြောင်း ဇယားတွင်တွေ့ရသည်။

4.4 ရှိအတန်းနှင့် ဇယားရှိ အပေါ်ဆုံးအတန်း 0 (သုည) ဂဏန်းရှိ အတိုင်ဆုံရာ

တန်ဖိုးကို ယူခြင်းဖြစ်သည်။

ထိုနည်းတူ

$$\sqrt{4.48} = 2.12 \text{ (4.4 ရှိ အတန်းနှင့် ဇယားရှိအပေါ်ဆုံးအတန်း 8 ဂဏန်းရှိ အတိုင်ဆုံရာ)}$$

ဥပမာ $\sqrt{5.49}$ ၏ တန်ဖိုးကိုရှာလိုလျှင်

5.4 ရှိ အတန်းနှင့်ဇယားရှိ အပေါ်ဆုံးအတန်း 9 ဂဏန်းရှိ အတိုင်တို့၏ ဆုံရာကို ကြည့်ပါက 2.34 ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။

$$\therefore \sqrt{5.49} = 2.34 \text{ ဖြစ်သည်။}$$

Squares roots from 1 to 10										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.5	2.12	2.12	2.13	2.13	2.13	2.13	2.14	2.14	2.14	2.14
4.6	2.14	2.15	2.15	2.15	2.15	2.16	2.16	2.16	2.16	2.17
4.7	2.17	2.17	2.17	2.17	2.18	2.18	2.18	2.18	2.19	2.19
4.8	2.19	2.20	2.20	2.20	2.20	2.20	2.20	2.21	2.21	2.21
4.8	2.21	2.22	2.22	2.22	2.22	2.22	2.23	2.23	2.23	2.23
5.0	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.25	2.25	2.25		2.26
5.1	2.26	2.26	2.26	2.26	2.27	2.27	2.27	2.27	2.28	2.29
5.2	2.28	2.28	2.28	2.29	2.29	2.29	2.29	2.30	2.30	2.30
5.3	2.29	2.31	2.31	2.31	2.31	2.31	2.32	2.32	2.32	2.32
5.4	2.32	2.33	2.33	2.33	2.33	2.33	2.34	2.34	2.34	2.34

ထိုနည်းတူ

$$\sqrt{6} = 2.45$$

$$\sqrt{60} = 7.75$$

$$\sqrt{42.3} = 6.50$$

$$\sqrt{90} = 9.49$$

$$\sqrt{4.23} = 2.06$$

$$\sqrt{92.8} = 9.63 \dots \text{ စသည်တို့ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (3.7)

1. နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းဇယားကို အသုံးပြု၍ အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံးအထိ ရှာပေးပါ

- | | | |
|----------|----------|----------|
| (a) 5 | (b) 5.01 | (c) 5.07 |
| (d) 5.10 | (e) 5.11 | (f) 5.18 |
| (g) 6.8 | (h) 7.65 | (i) 9.04 |
| (j) 1.01 | (k) 3.5 | (l) 6.82 |

2. ဇယားများကိုအသုံးပြု၍ အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို ရှာပေးပါ။

- (a) 10 (b) 30 (c) 30.6
 (d) 36.0 (e) 52.9 (f) 87.6

3. ဇယားများကိုအသုံးပြု၍ အောက်ပါတို့၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

- (a) $\sqrt{77}$ (b) $\sqrt{22.2}$ (c) $\sqrt{2}$
 (d) $\sqrt{3.81}$ (e) $\sqrt{54.9}$ (c) $\sqrt{6.41}$

4. အောက်ပါဧရိယာများရှိသော စတုရန်းများ၏ အနားများကို ရှာပါ။

- (a) 50 cm^2 (b) 16.3 mm^2 (c) 88 cm^2
 (d) 1.75 cm^2 (e) 7.05 mm^2

5. အောက်ပါတို့၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

- (a) $\sqrt{(1^2 + 2^2 + 3^2)}$ (b) $\sqrt{(13^2 - 5^2)}$ (c) $\sqrt{(2.1^2 - 1.2^2)}$

3.2.4 100 ထက်ကြီးသော ကိန်းများနှင့် 1 အောက်ငယ်သောကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများရှာခြင်း

ဥပမာများ

(1) ဇယားသုံး၍ $\sqrt{123}$ ၏ တန်ဖိုးကို ရှာမည်။
 ဇယားတွင် 1 မှ 100 အထိ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကိုသာ ဖော်ပြထားသည်။

ထို့ကြောင့် $\sqrt{123}$ ၏ တန်ဖိုးကို တိုက်ရိုက်ရှာဖွေ၍ မရနိုင်ပေ။
 သို့သော် ဇယားတွင်

$$\sqrt{1.23} = 1.11, \sqrt{12.3} = 3.51 \text{ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။}$$

ထို့ကြောင့်

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \sqrt{123} &= \sqrt{1.23 \times 100} \text{ (သို့မဟုတ်)} & \sqrt{123} &= \sqrt{12.3 \times 10} \\ &= \sqrt{1.23} \times \sqrt{100} & &= \sqrt{12.3} \times \sqrt{10} \\ &= 1.11 \times 10 & &= 3.51 \times 3.16 \\ &= 11.1 & &\approx 11.09 \approx 11.1 \end{aligned}$$

100 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းသည် တိတိကျကျရှာနိုင်သဖြင့် (a) တွင်ဖော်ပြထားသော နည်းသည် လွယ်ကူကြောင်း တွေ့ရသည်။

100 နှင့် 10000 အကြားရှိ ကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို ရှာရန် 100 ၏ ဆတိုးကိန်းများအဖြစ် ပထမဦးစွာ ဖော်ပြ၍ ရှာမည်။

$$(2) \quad \sqrt{6020} = \sqrt{(60.2 \times 100)} = 7.76 \times 10 = 77.6$$

$$(3) \quad \sqrt{193.6} \approx \sqrt{(1.94 \times 100)} = 1.39 \times 10 = 13.9$$

အလားတူ 1 အောက်ငယ်သော ကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို အောက်ပါအတိုင်း ရှာနိုင်သည်။

$$(4) \quad \sqrt{0.123} = \sqrt{\frac{12.3}{100}} = \frac{\sqrt{12.3}}{10} = \frac{3.51}{10} = 0.351$$

$$(5) \quad \sqrt{0.0123} = \sqrt{\frac{123}{10000}} = \frac{\sqrt{123}}{100} = \frac{11.1}{100} = 0.0011$$

1 နှင့် 0.01 အကြားရှိ ကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကိုရှာရန် $\frac{1}{100}$ ၏ ဆတိုးကိန်းများ အဖြစ် ပထမဦးစွာ ဖော်ပြပြီး ရှာနိုင်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (3.8)

1. မေးခွန်း(1) မှ (3) အထိ ကိန်းများကို $a \times 100$ (သို့မဟုတ်) $a \times \frac{1}{100}$ ပုံစံဖြင့် ဖော်ပြပါ။

a သည် 1 မှ 100 အတွင်းရှိ ကိန်းတစ်ခုဖြစ်သည်။

- (1) (a) 234 (b) 638 (c) 3047
 (2) (a) 0.52 (b) 0.5 (c) 0.204
 (3) (a) 0.06 (b) 0.025 (c) 0.7

2. မေးခွန်း(1) မှ (4) အထိ ကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို ဇယားသုံး၍ ရှာပါ။

- (1) (a) 135 (b) 872
 (2) (a) 1230 (b) 5900
 (3) (a) 0.36 (b) 0.88
 (4) (a) 0.0731 (b) 0.018

3. အောက်ပါတို့၏တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

- (a) $\sqrt{6500}$ (b) $\sqrt{2.34}$ (c) $\sqrt{36.92}$
 (d) $\sqrt{0.753}$ (e) $\sqrt{0.06}$ (f) $\sqrt{0.9753}$

10000 ထက်ကြီးသော ကိန်းများနှင့် 0.01 အောက်ငယ်သော ကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများရှာရန် အထက်ဖော်ပြပါ နည်းများကို အသုံးပြု၍ ရှာနိုင်သည်။

ဥပမာ

$$\begin{aligned} \sqrt{19360} &= \sqrt{(1.94 \times 10000)} & \sqrt{0.0039} &= \sqrt{\frac{39}{10000}} \\ &= 1.39 \times 100 & &= \frac{6.24}{100} \\ &= 139 & &= 0.0624 \end{aligned}$$

4. အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းတို့ကို ရှာပါ။
- | | | | |
|-----------|------------|------------|------------|
| (a) 13500 | (b) 123456 | (c) 134000 | (d) 67543 |
| (e) 0.008 | (f) 0.0076 | (g) 0.0005 | (h) 0.0029 |

3.2.5 သမားရိုးကျ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်း ရှာသောနည်း

ကိန်းတစ်ခု၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို သမားရိုးကျ ရှာသောနည်းမှာ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်သည်။

- (1) ပေးထားသောကိန်းသည် ကိန်းပြည့်ဖြစ်လျှင် ဂဏန်းများကို ခုဏန်းမှစ၍ ဂဏန်း 2 လုံးတစ်တွဲ ပိုင်းဖြတ်၍ လက်ဝဲဘက်သို့ မှတ်သားသည်။ လက်ဝဲဘက်အစွန်ဆုံး ဂဏန်း 2 လုံး သို့မဟုတ် 1 လုံးဖြစ်နိုင်သည်။ ဒသမကိန်းဖြစ်လျှင် ဒသမမှတ်မှစ၍ ဂဏန်း 2 လုံးစီ လက် ယာဘက်သို့ မှတ်သားသည်။ လက်ယာဘက်ဆုံး တစ်တွဲတွင် ဂဏန်းလုံးမပြည့်လျှင် သုညဖြင့် ဖြည့်သည်။
- (2) ပထမစားလဒ်ဂဏန်းကိုရှာသည်။ ယင်းဂဏန်း၏ နှစ်ထပ်ကိန်းသည် လက်ဝဲဘက်ဆုံးအတွဲကို အနီးဆုံးဝင်နိုင်သော ကိန်းဖြစ်ရမည်။ ယင်းနှစ်ထပ်ကိန်းကို ပထမအတွဲမှ နုတ်၍နုတ်လဒ် တွင်နောက်အတွဲတစ်ခုကိုယူချပြီး ဆက်ရေးရသည်။
- (3) ပထမစားလဒ်၏ 2 ဆကို ဒုတိယစားကိန်း၏ ပထမဂဏန်းအဖြစ်ယူ၍ ယင်းနှင့်တွဲရန် ဂဏန်းတစ်ခုကို အစမ်းရှာရသည်။ ထိုအစမ်းဂဏန်းသည် စားလဒ်၏ ဒုတိယဂဏန်းလည်း ဖြစ်သည်။ ဒုတိယစားကိန်းနှင့် စားလဒ်၏ ဒုတိယဂဏန်းတို့၏ မြောက်လဒ်သည်လည်း ဒုတိယတည်ကိန်းတွင် အနီးဆုံးဝင်နိုင်ရမည်ဖြစ်သည်။ ယင်းမြောက်လဒ်ကို ဒုတိယတည်ကိန်း မှ နုတ်၍ နောက်တစ်တွဲကို ယခင်ကကဲ့သို့ ယူချပြန်သည်။ ဤကဲ့သို့ ဆက်ကာဆက်ကာ ပြုလုပ်သွားခြင်းဖြင့် လိုအပ်သော နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကိုရသည်။

ဥပမာ (1) 729 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို ရှာပါ။

$$\begin{array}{r}
 27 \\
 2 \overline{) 729} \\
 \underline{4} \\
 329 \\
 \underline{329} \\
 0
 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{729} = 27$$

ရှင်းလင်းချက်

- (1) 729 ကို ခုဂဏန်း 9 မှစ၍ လက်ဝဲဘက်သို့ ဂဏန်း 2 လုံးစီတွဲ၍ မှတ်သားသည်။
(ဤပုံစံတွင် လက်ဝဲဘက်အတွဲ၌ ဂဏန်း 1 လုံးသာရှိသည်။)
- (2) လက်ဝဲဘက်ဆုံးဂဏန်း 7 ကို အနီးဆုံးဝင်နိုင်သော နှစ်ထပ်ကိန်းပြည့်သည် 4 ဖြစ်သောကြောင့် ယင်း၏နှစ်ထပ်ကိန်းရင်း 2 ကိုစားလဒ်၏ပထမဂဏန်းအဖြစ်ယူသည်။ 2 ၏နှစ်ထပ်ကိန်း 4 ကို 7 မှ နုတ်၍ နောက်အတွဲ 29 ကို ဆက်ရေးချသည်။
- (3) စားလဒ် 2 ၏ နှစ်ဆ 4 သည် ဒုတိယစားကိန်း၏ ပထမဂဏန်းဖြစ်၏။ ယင်းနှင့်တွဲရန် ဂဏန်းတစ်ခုကိုရှာသော် 7 ရ၏။ ထို့ကြောင့် ဒုတိယစားကိန်းသည် 47 ဖြစ်၍ စားလဒ်၏ ဒုတိယဂဏန်းသည် 7 ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (2) 133225 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို ရှာပါ။

$$\begin{array}{r}
 3 \ 6 \ 5 \\
 3 \overline{) 13,32,25} \\
 \underline{9} \\
 66 \\
 \underline{432} \\
 396 \\
 \underline{3625} \\
 3625
 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{133225} = 365$$

ဥပမာ (3) 0.034225 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို ရှာပါ။

$$\begin{array}{r}
 0. \ 1 \ 8 \ 5 \\
 1 \overline{) 0.03,42,25} \\
 \underline{1} \\
 28 \\
 \underline{242} \\
 224 \\
 \underline{1825} \\
 1825
 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{0.034225} = 0.185$$

ဥပမာ (4) 401.7 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို ဒသမ 3 နေရာအထိ အမှန်ရှာပါ။

	2 0. 0 4 2 4
2	4,01.70,00,00,00
	4
4004	17000
	16016
40082	98400
	80164
400844	1823600
	1603376
	220224

∴ $\sqrt{401.7} = 20.042$

ရှင်းချက်

- (1) ပေးထားသောကိန်းကိုအတွဲများတွဲသည်။အတွဲများပြုလုပ်ပိုင်းခြား မှတ်သားသောအခါ ခုကိန်းမှစ၍ ကိန်းပြည့်များကို နှစ်လုံးစီလက်ဝဲဘက်သို့ မှတ်သား၍ ဒသမကိန်းများကို နှစ်လုံးစီလက်ယာဘက်သို့ မှတ်သားသွားသည်။
- (2) နှစ်ထပ်ကိန်းရင်း၏ ကိန်းပြည့်ပိုင်း 20 ကို ရှာပြီးသောအခါ ဒသမအမှတ်ရေးချသည်။ ထို့နောက်တည်ကိန်းတွင် သုညအတွဲများ ဖြည့်တင်း၍ ယခင်အတိုင်းစားလဒ်ကို ဒသမ 4 နေရာအထိရှာသည်။

ဥပမာ (5) 65748 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို ဒသမတစ်နေရာအထိ အမှန်ရှာပါ။

	2 5 6. 4 1
2	6,57,48,00,00
	4
45	257
	225
506	3248
	3036
5124	21200
	20496
51281	70400
	51281

∴ $\sqrt{65748} = 256.4$

ဥပမာ (6) $\sqrt{\frac{726}{2166}}$ ကို ရှာပါ။

ရှေးဦးစွာ ပေးထားသော အပိုင်းဂဏန်းကို အငယ်ဆုံး ကျဉ်းပိုင်းဖွဲ့သည်။

$$\sqrt{\frac{726}{2166}} = \sqrt{\frac{121}{361}} = \sqrt{\frac{11 \times 11}{19 \times 19}} = \frac{11}{19}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{726}{2166}} = \frac{11}{19}$$

ဥပမာ (7) $\sqrt{\frac{16}{5}}$ ကို ဒသမ 3 နေရာအထိ အမှန်ရှာပါ။

ပိုင်းခြေသည် နှစ်ထပ်ကိန်းပြည့်မဟုတ်သောအခါ ပေးထားသော အပိုင်းကိန်းကို ဒသမကိန်း ဖွဲ့ပြီးမှ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို ရှာရသည်။

$$\sqrt{\frac{16}{5}} = \sqrt{3.2}$$

	1. 7 8 8 8
1	3.20,00,00,00
	1
27	2 20
	1 89
348	3100
	2784
3568	31600
	28544
35768	305600
	286144
	19456

$$\therefore \sqrt{\frac{16}{5}} = 1.789$$

လေ့ကျင့်ခန်း (3.9)

1. အောက်ပါတို့၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

(a) $\sqrt{900}$

(b) $\sqrt{6400}$

(c) $\sqrt{360000}$

(d) $\sqrt{2250000}$

(e) $\sqrt{49 \times 16}$

(f) $\sqrt{81 \times 212}$

(g) $\sqrt{4 \times 8 \times 8}$

(h) $\sqrt{7 \times 9 \times 9 \times 7}$

(i) $\sqrt{3^4}$

(j) $\sqrt{5^2 \times 7^2}$

(k) $\sqrt{3^2 \times 2^4 \times 11^2}$

(l) $\sqrt{13 \times 49 \times 13}$

(m) $\sqrt{4 \times 17 \times 25 \times 17}$

(n) $\sqrt{5 \times 29 \times 4 \times 29 \times 5}$

(o) $\sqrt{57 \times 5 \times 19 \times 2 \times 30}$

2. အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို ရှာပါ။
- (a) 576 (b) 1024 (c) 1296
(d) 4356 (e) 9216 (f) 7396
3. အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို အပိုင်းကိန်းများအဖြစ်ပြပါ။
- (a) $\frac{1}{10000}$ (b) $\frac{16}{25}$ (c) $\frac{64}{121}$ (d) $\frac{225}{729}$
(e) $\frac{1024}{6561}$ (f) $1\frac{9}{16}$ (g) $2\frac{46}{49}$ (h) $32\frac{1}{9}$
4. အောက်ပါတို့၏ တန်ဖိုးများကို ရှာပါ။
- (a) $\sqrt{22\frac{11}{49}}$ (b) $\frac{7}{8}\sqrt{441}$
(c) $\sqrt{\frac{25}{49}}$ ၏ $\frac{4}{25}$ (d) $\sqrt{\frac{125}{320}}$
5. အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို ရေးချပါ။
- (a) 1.21 (b) .64 (c) .04
(d) .0001 (e) .0036 (f) .0049
(g) .000004 (h) .000025 (i) .000144
6. အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို ရှာပါ။
- (a) 4.41 (b) .0289 (c) .5329
(d) 213.16 (e) 9.7969 (f) .091809
(g) 1274.49 (h) 25.5025 (i) 1.002001
7. အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို အရာရောက်ကိန်း 3 လုံးအထိ ရှာပါ။
- (a) 2 (b) 48.4 (c) 0.51
(d) 3.1416 (e) .00056 (f) 66.13531715
8. အောက်ပါတို့ကို ဒသမ 2 နေရာအထိ အမှန်ရှာပါ။
- (a) $\sqrt{\frac{7}{9}}$ (b) $\sqrt{4\frac{9}{64}}$ (c) $\sqrt{\frac{5}{22}}$
(d) $\sqrt{\frac{29}{24}}$ (e) $\sqrt{\frac{4}{3}}$ (f) $\sqrt{\frac{23}{32}}$
9. စတုရန်းပုံသဏ္ဍာန်ရှိသော ကြမ်းပြင်တစ်ခု၏ ဧရိယာသည် 53 စတုရန်းကိုက် 7 စတုရန်းပေ ရှိသော် ၎င်း၏အနားတစ်ဖက်ကို ရှာပါ။
10. စတုရန်းပုံ လယ်တစ်ကွက်သည် $2\frac{1}{2}$ ဧကရှိသော် ၎င်း၏ အနားတစ်ဖက်ကို ရှာပါ။
(4840 စတုရန်းကိုက် = 1 ဧက)

အခန်း (4)

အက္ခရာကိန်းတန်းများဆိုင်ရာ လုပ်ထုံးများ

ကျွန်ုပ်တို့သည် $8, y, 5x^2, -3ab, \frac{1}{2}x$ ကဲ့သို့သော ကိန်းလုံးတို့ကို မိုနိုမီယယ် (Monomial) ဟု လည်းကောင်း၊ $2x^2 + 3$ ကဲ့သို့ ကိန်းလုံး 2 လုံးပါသော ဖော်ပြချက်ကို ဘိုင်နိုမီယယ် (Binomial) ဟု လည်းကောင်း၊ $x^2 - 2xy + y^2$ ကိုမူ၊ တြိုင်နိုမီယယ် (Trinomial) ဟုလည်းကောင်း သိခဲ့ကြပြီ။ အောက်တွင်ဖော်ပြထားသည့် မိုနိုမီယယ်များ ပေါင်းထားသည့် ကိန်းတန်းတစ်ခုကို လေ့လာပါ။

$$7x^4 + 3x^3 + (-5x^2) + 2x + (-5)$$

ထိုကိန်းတန်းကို အောက်ပါအတိုင်း ရေးလေ့ရှိသည်။

$$7x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 2x - 5$$

ထိုကဲ့သို့သော အက္ခရာကိန်းတန်းကို ပိုလီနိုမီယယ် (Polynomial) ဟု ခေါ်ဝေါ်သည်။ ထိုပိုလီနိုမီယယ်ဟု ခေါ်သည့် အက္ခရာကိန်းတန်းများ ပေါင်းခြင်း၊ နှုတ်ခြင်း၊ မြှောက်ခြင်း၊ စားခြင်းတို့ ကို လေ့လာကြမည်။

4.1 အက္ခရာကိန်းတန်းများ ပေါင်းခြင်း

ဥပမာ (1) $6r^2s + 11$ နှင့် $3r^2s - 5r + 3$ တို့ကိုပေါင်းပါ။

$$(6r^2s + 11) + (3r^2s - 5r + 3)$$

$$= (6r^2s + 3r^2s) - 5r + (11 + 3)$$

$$= 9r^2s - 5r + 14$$

အောက်ပါအတိုင်းလည်း ဒေါင်လိုက်ရေး၍ ပေါင်းနိုင်သည်။

$$\begin{array}{r} 6r^2s \quad + 11 \\ 3r^2s - 5r + 3 \\ \hline 9r^2s - 5r + 14 \end{array}$$

အက္ခရာကိန်းတန်းများကို ပေါင်းလျှင် မျိုးတူသော ကိန်းလုံးများကို ပေါင်း၍ ပေါင်းလဒ်ကို ရှာပါ။

အက္ခရာကိန်းတန်းများနှင့် ပတ်သက်၍ တွက်ချက်ရာတွင်၊ ကိန်းလုံးတို့ကို ရေးသားရာ၌ မသိကိန်း၏ ဒီဂရီအဆင့် (ထပ်ညွှန်း)ကို ကြီးစဉ်ငယ်လိုက် သော်လည်းကောင်း၊ ငယ်စဉ်ကြီးလိုက် သော်လည်းကောင်း စီစဉ်မှသာလျှင် တွက်ချက်ရာ၌ ပိုမိုအဆင်ပြေသည်။

မသိကိန်း၏ m ဒီဂရီအဆင့်အရ ကြီးစဉ်ငယ်လိုက် ဖော်ပြလိုလျှင်
 $m^3 + 6m^2 + 12m + 6$ ဟု ရေးသားနိုင်သည်။

မသိကိန်း y ၏ ဒီဂရီအဆင့်အရ ငယ်စဉ်ကြီးလိုက် ဖော်ပြလိုလျှင်
 $16 - 8y^2 + y^4$ ဟု ရေးသားနိုင်သည်။

မသိကိန်း r ၏ ဒီဂရီအဆင့်အရ ကြီးစဉ်ငယ်လိုက် ဖော်ပြလိုလျှင်

$$32r^5 + 7r^4s - 2r^2s^3 - 18s^2 \text{ ဟု ရေးသားနိုင်သည်။}$$

ဥပမာ (2) $4 + 2x^2 + x^4 + 3x^3$ ကို x ၏ ဒီဂရီအလိုက် ကြီးစဉ်ငယ်လိုက် ပြန်စီပါ။
 $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 4$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.1)

1. အောက်ပါတို့၏ ပေါင်းလဒ်ကိုရှာပါ။

(1) $\frac{3x + 2}{4x + 6}$

(2) $\frac{2y + 5}{3y - 4}$

(3) $\frac{a - b^2}{a + b^2}$

(4) $\frac{3a^2 + 2a - 1}{a^2 + a + 1}$

(5) $\frac{b^3 - b^2 + b}{b^2 + 3b}$

(6) $\frac{2z - x + y}{-3z - y}$
 $\frac{z + x}{z + x}$

(7) $(3y + 7) + (-2y + 2)$

(8) $(5t - 6) + (t + 7)$

(9) $(5a - b) + (2b - 4a)$

(10) $(-2c + d) + (c - 3d)$

(11) $(3y^2 + 2y - 5) + (-4y^2 - 3y + 2)$

(12) $(2z - z^2 - 5) + (z^2 - 3z + 1)$

(13) $(3 - 2t + t^2) + (t^2 - t - 3)$

(14) $(r - 2s + 3) + (2r + s) + (s + 4)$

2. အောက်ပါတို့တွင် သက်ဆိုင်ရာမသိကိန်း၏ ဒီဂရီအလိုက် ကြီးစဉ်ငယ်လိုက် ပြန်၍စီပါ။

(1) $2y^2 + 1 + 3y$

(2) $6 + 2x^2 + 3x$

(3) $3n + n^2 - 2$

(4) $-8u + 2 - u^2 + u^3$

(5) $x^2 + 3y^2 + 2xy$

(6) $7z^2 + 3 + 8z$

(7) $8 + 3t^2 + 11t$

(8) $5p - 2 + 3p^2$

(9) $-5 + 2v^3 - v^2 + 4v$

(10) $m^3 + 2m^2n + 2n^3 + 3mn^2$

ဥပမာ (3) အောက်ပါတို့တန်းတို့ကို ပေါင်းပါ။

$$\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2$$

$$\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2$$

$$\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}y^2$$

$$\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}y^2$$

$$\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{4}y^2$$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.2)

1. အောက်ပါကိန်းတို့ကို ပေါင်းပါ။

(1)
$$\frac{4m - 2n}{3m + 2n}$$

(2)
$$\frac{2x - 5y}{-3x - 2y}$$

(3)
$$\frac{5x^2 - 2x}{-x^2 + 3x}$$

(4)
$$\frac{7.2y - 3.1x}{0.6y + 8.3x}$$

(5)
$$\frac{\frac{3r}{7} - \frac{4}{13}s}{\frac{4r}{7} + \frac{7}{13}s}$$

(6)
$$\frac{z^3 - t^2}{\frac{1}{2}z^3 + \frac{2}{3}t^3}$$

(7)
$$\frac{x^2 + 8}{3z + 15}$$

$$\frac{10y^2 + 18xy}{}$$

(8)
$$\frac{-3y^4 + 3x^3 - 5x^2 + x + 3}{-4x^3 + 2x^2 - x - 3}$$

2. ပေါင်းပါ။

(1) $(3.1x^2 + 0.1) + (1.2x^2 - 2.3)$

(2) $(-8.1y^2 - 2.2) + (3.8y^2 - 5.1)$

(3) $(3z^2 - z^2) + (z^3 - 4z)$

(4) $(5n^4 + 3n^3) + (n^3 - 3n^2)$

(5) $(-2z^3 + z^2 + 5z - 2) + (3z^3 - z^2 - 5z + 2)$

(6) $(-z^3 + z^2 + 5z - 2) + (3z^3 - z^2 - 5z + 2)$

(7) $(a^4 - 3a^2 + 2a - 1) + (2a^4 - a^3 + a^2 - 2a - 2)$

4.2 အက္ခရာကိန်းများနုတ်ခြင်း

ဥပမာ

$$\begin{aligned} & (17r^2 - 5r + 2) - (9r^2 + r - 5) \\ = & (17r^2 - 5r + 2) - (9r^2 + r - 5) \\ = & 17r^2 - 5r + 2 - 9r^2 - r + 5 \\ = & 8r^2 - 6r + 7 \end{aligned}$$

အောက်ပါအတိုင်းလည်း ဒေါင်လိုက်ရေး၍ နုတ်နိုင်သည်။

$$\begin{array}{r} 17r^2 - 5r + 2 \\ - (9r^2 + r - 5) \\ \hline 8r^2 - 6r + 7 \end{array}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.3)

1. နှုတ်ပါ။

(1) $\frac{3x + 5y}{x + 2y}$

(2) $\frac{4a + 3b}{2a + 3b}$

(3) $\frac{2r - s}{r + 2s}$

(4) $\frac{-3y + 7z}{2y - z}$

(5) $\frac{2a^2 - 3a + 5}{a^2 - 2}$

(6) $\frac{ax + by + 1}{-2ax + by}$

2. ရှင်းပါ။

(1) $3x - (x - 1)$

(2) $(3y + 2) - 3y$

(3) $(a + b) - (a + b)$

(4) $(r - s) - (r - s)$

(5) $(m - 2n) - (2m - n)$

(6) $(x^2 + 2x - 1) - (x^2 - 2x + 1)$

(7) $(2z^2 + 3z - 4) - (z^2 - 5)$

(8) $(-2x - 5) - (-x + 7)$

(9) $(z^2 - 3z + 2) - (-z^2 - 2z + 2)$

(10) $(t^3 - 2t^2 + 3) - (2t^3 + 3t^2 - 2t)$

(11) $(2x^4 - 3x^2 + 1) - (x^4 - 2x^2 - x + 2)$

(12) $(3y^4 + 2y^3 + 3y) - (2y^4 + 2y^3 - 4y - 2)$

4.3 အက္ခရာကိန်းတန်းများ မြှောက်ခြင်း

4.3.1 ထပ်ကိန်းများ၏ မြှောက်လဒ်

ကျွန်ုပ်တို့သည် ကိန်းပြည့်များနှင့် ပတ်သက်သည့် ထပ်ကိန်းကို လေ့လာခဲ့စဉ်က $3^2 \times 3^4 = 3^6$ ဖြစ်ကြောင်း သိခဲ့ကြပြီ။

ထို့ပြင် $b^4 = b \times b \times b \times b$ ကိုလည်း သိခဲ့ပြီ။

အောက်ပါရှင်းပြချက်ကို ဆက်လက်လေ့လာပါ။

$$\begin{aligned}
 & \text{ဆခွဲကိန်းခြောက်ခု} \\
 b^4 \times b^2 &= \overbrace{b \times b \times b \times b}^{\text{ဆခွဲကိန်းလေးခု}} \times \overbrace{b \times b}^{\text{ဆခွဲကိန်းနှစ်ခု}} \\
 &= b^{4+2} \\
 &= b^6
 \end{aligned}$$

ယေဘုယျအားဖြင့်၊ အပေါင်းကိန်းပြည့်ထပ်ညွှန်း m နှင့် n အတွက် အောက်ပါမြောက်ခြင်း ဆိုင်ရာ ထပ်ညွှန်းဥပဒေကို ရရှိသည်။

$$b^m \times b^n = \underbrace{(b \times b \times \dots \times b)}_{\text{ဆခွဲကိန်း: } m \text{ ခု}} \times \underbrace{(b \times b \times \dots \times b)}_{\text{ဆခွဲကိန်း: } n \text{ ခု}}$$

$b^m \times b^n = b^{m+n}$

ဤဥပဒေကို ထပ်ကိန်းများအခြေတူမှသာလျှင် အသုံးပြုနိုင်ပြီး၊ အခြေမတူလျှင် အသုံးမပြုနိုင်ပေ။ ဥပမာအားဖြင့် $x^8 y^9$ ကို ရှင်း၍မရတော့ပေ။ အကြောင်းမှာ အခြေမတူခြင်းကြောင့် ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (1) $(6x^2y)(-5x^5y^4)$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} & (6x^2y)(-5x^5y^4) \\ &= (6 \times (-5))(x^2 \times x^5)(y \times y^4) \\ &= -30x^{2+5}y^{1+4} \\ &= -30x^7y^5 \end{aligned}$$

ဥပမာ (2) $(3p)(pr)(p^2t) - (2p^2)(p^2rt)$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} &= (3p)(pr)(p^2t) - (2p^2)(p^2rt) \\ &= 3p^4rt - 2p^4rt \\ &= p^4rt \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.4)
(နုတ်မေးနုတ်ဖြေ)

ရှင်းပါ။

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1. $(x)(x)(x)$ | 2. $(y)(y)(y)$ |
| 3. $(a)(a^2)$ | 4. $(c^2)(c^2)$ |
| 5. $(3x)(4z)$ | 6. $(2m)(7n)$ |
| 7. $(-2z)(z^2)$ | 8. $z^2(-3z^3)$ |
| 9. $(-2ab)(-2a^2)$ | 10. $(-3p^3)(-pq)$ |
| 11. $(-r^2s)(rs^2)$ | 12. $(-xy)(y)(xy^2)$ |
| 13. $z^4(2yz)(3y^2)$ | 14. $(2x^2y)(3xy)$ |
| 15. $7t(-s^2t)(s^2)$ | 16. $6u(u^2v)(-v^2)$ |
| 17. $x \times x^n$ | 18. $y^n(y^2)$ |
| 19. $(z^m)(z^n)$ | 20. $(t^n)(t^2n)$ |

လေ့ကျင့်ခန်း (4.5)

ရှင်းပါ။

1. $(2yz) (3y^2)$
2. $(-2m^2n) (mn^3)$
3. $(-2x) (x^2y) (y)$
4. $(-2yb) (-2y) (-2y)$
5. $(-3a^2b) (-2ab) (5b^4)$
6. $(0.2x) (5x^2y) (-xyz^3)$
7. $(\frac{1}{3}m^2n) (\frac{1}{5}mn^5)$
8. $-\frac{1}{5}u (u^5v^5) (-5uv^3)$
9. $(-3a^2b^2c) (-3a^2b^2c) (-3a^2b^2c)$
10. $(x^n) (x)$
11. $(2z^{n+1}) (z)$
12. $(-2r) (r^2) (-r^3) + (3r^2) (r^4)$
13. $(-2x) (xy^2) (-5x z^2) + (-x^2) (2xy) (2yz^2)$
14. $(5h^2) (-3hk^2) (k^2) - (3h) (2h^2k) (k^3)$
15. $(a^3bc) (-2b^2c) (3c^2) + (-a^2b^2c^2) (2a) (-3bc^2)$
16. $(5mn^2) (-3m^3n) (p^2) + (8mp) (3np) (m^3n^2)$

4.3.2 မြောက်လဒ်တစ်ခု၏ ထပ်ကိန်း

$3x^3$ နှင့် $(3x)^3$ ကို လေ့လာပါ။

$x = 0$ နှင့် မညီမချင်း ထိုကိန်းတို့သည် မညီကြပေ။

$$3x^3 = 3 \times x \times x \times x$$

$$(3x)^3 = 3x \times 3x \times 3x = 27x^3$$

ယေဘုယျအားဖြင့် အပေါင်းကိန်းပြည့် ထပ်ညွှန်းအတွက် အောက်ပါဥပဒေတစ်ခုကိုရရှိသည်။

ဆခွဲကိန်း (ab) ပေါင်း m အကြိမ်ရှိသည်။

$$(ab)^m = (ab) \times (ab) \times \dots \times (ab)$$

$$(ab)^m = \underbrace{(a \times a \times \dots \times a)}_{\text{ဆခွဲကိန်း } m} \times \underbrace{(b \times b \times \dots \times b)}_{\text{ဆခွဲကိန်း } m} = (a)^m (b)^m$$

$(ab)^m = a^m b^m$

ဥပမာ (1) $(-2z)^4$ ကို ရှင်းပါ။
 $(-2z)^4 = (-2^4)(z)^4 = (-2)^4 z^4 = 16z^4$

ဥပမာ (2) $(5pq)^2$ ကို ရှင်းပါ။
 $(5pq)^2 = 5^2 p^2 q^2 = 25 p^2 q^2$

ဆက်လက်၍ အောက်ပါ ဥပဒေတစ်ခုကို လေ့လာကြမည်။
 $(b^2)^3 = b^2 \times b^2 \times b^2 = b^{2+2+2} = b^6 = b^{2 \times 3}$
 ယေဘုယျအားဖြင့်

ဆခွဲကိန်း b^m သည် n အကြိမ်ရှိသည်။

$$(b^m)^n = (b^m) \times (b^m) \times (b^m) \times \dots \times (b^m)$$

n အကြိမ်

$$\therefore (b^m)^n = b^{m+m+\dots+m} = b^{mn}$$

အထက်တွင် ရှင်းပြခဲ့သည့် ဥပဒေနှစ်ခုကို အောက်ပါဥပမာတွင် အသုံးပြုထားကြောင်း တွေ့ရမည်။

ဥပမာ (3) $(-6s^6t^4)^3$ ကို ရှင်းပါ။
 $(-6s^6t^4)^3 = (-6)^3 (s^6)^3 (t^4)^3$
 $= -216 s^{18} t^{12}$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.6)

(နုတ်မေး၊ နုတ်ဖြေ)

1. ရှင်းပါ။

- | | | |
|-------------------------|--------------------------|-------------------|
| (1) $(3a)^2$ | (2) $(4b)^2$ | (3) $(-3c)^3$ |
| (4) $(-4d)^2$ | (5) $(x^2)^2$ | (6) $(y^2)^3$ |
| (7) $(\frac{1}{2}yz)^2$ | (8) $(-\frac{1}{3}ab)^2$ | (9) $(-c^2d^3)^3$ |
| (10) $(ab^2c)^4$ | (11) $(-2ab^2)^3$ | (12) $(-4t^2x)^1$ |
| (13) $-(x^2)^2$ | (14) $-(-xy^2)^3$ | (15) $x(ny)^2$ |
| (16) $-5^2(a^2t)^2$ | (17) $(n^n)^2$ | (18) $(y^2)^m$ |
| (19) $(y^m)^n$ | (20) $(x^m y^n)^3$ | |

2. အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းကို ရှာပါ။

- | | | | |
|---------------|---------------|---------------|-----------------|
| (1) $-0.2x^2$ | (2) $0.3y^2z$ | (3) $8u^2v^2$ | (4) $-10a^3b^2$ |
|---------------|---------------|---------------|-----------------|

လေ့ကျင့်ခန်း (4.7)

ရှင်းပါ။

- | | | |
|--|---|-----------------------|
| 1. $(2a)^4$ | 2. $(3z)^3$ | 3. $(-4t^2)^2$ |
| 4. $(-2n^3)^n$ | 5. $3z(2z)^2$ | 6. $4b(3b)^3$ |
| 7. $-2s(st)^2$ | 8. $-3p(p^2q)^3$ | 9. $(x^2y^2)(xy^2)^3$ |
| 10. $(cd^2)^3$ | 11. $(-\frac{1}{2}a^2b)^2(4ab^3)^2$ | |
| 12. $(-\frac{1}{3}mn)^3(9mn^2)^2$ | 13. $(-rs)^2(2r^2s)^3(0.5s)$ | |
| 14. $(yz^2)^2(-4y^2)^3(0.25z^2)$ | 15. $(c^4k)^2(-3k)^3(\frac{1}{3}c^2)^2$ | |
| 16. $(-2x^2y)^3(\frac{1}{4}xy)^2(-2y^2)^2$ | 17. $(xz)^n(x^2z)$ | |
| 18. $(a^n b^m)(a^2b)$ | | |

ဥပမာ (1) $(3x^2y)^2 + (3x^2y^2)(2x)^2$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} & (3x^2y)^2 + (3x^2y^2)(2x)^2 \\ &= 9x^4y^2 + (3x^2y^2)(4x^2) \\ &= 9x^4y^2 + 12x^4y^2 \\ &= 21x^4y^2 \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.8)

ရှင်းပါ။

- $(2ab^2)^3 + (2ab^2)^2(6ab^2)$
- $(3u)(u^2v)^3 + (2u)^2(-u^5v^3)$
- $(-2r^3)^2(rs^2t) - (-r^2)^2(rst)(-r^2s)$
- $(-6y^2z^3)^2(2yz) - (3yz^2)^3(-12y^2z)$
- $(\frac{1}{3}m^2n)^4(-9mn^2) - (3mn)^2(\frac{1}{9}m^2n^2)(m^3n^2)^2$
- $(\frac{1}{3}pq^2)^3(9p^2q)^2 - (-pq^2)^2(2pq)^3(5)$
- $-3x^2y(y-2) + 2x^2y(x-3)$
- $5ab^2(ab-b^2) - 2a^2(b^3+b)$
- $x^n(x^2-2x) + x^2(x^n+x^{n-1})$
- $z^m(2z+3) - z(z^m+2z^{m-1})$

4.3.3 ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို မိုနိုမီယယ်တစ်ခုဖြင့် မြှောက်ခြင်း

ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို မိုနိုမီယယ်တစ်ခုဖြင့် မြှောက်ရာတွင် မြှောက်ခြင်းအတွက် ထပ်ညွှန်း

ဥပမာများနှင့် ဖြန့်ဝေရ ဂုဏ်သတ္တိတို့ကို အသုံးပြုရသည်။ ဥပမာအားဖြင့် $3a(4a^2+2)$ ကိုအောက်ပါ အတိုင်း ရှင်းနိုင်သည်။

$$\begin{aligned} 3a(4a^2+2) &= 3a(4a^2) + 3a(2) \\ &= 12a^3 + 6a \end{aligned}$$

ဥပမာ (1) $-6x^3 (4x^2 - 2x + 1)$ ကို ရှင်းပါ။

(အလျားလိုက် မြှောက်ခြင်း)

$$-6x^3 (4x^2 - 2x + 1) = -24x^5 + 12x^4 - 6x^3$$

(ဒေါင်လိုက်မြှောက်ခြင်း)

$$\begin{array}{r} 4x^2 - 2x + 1 \\ \times -6x^3 \\ \hline -24x^5 + 12x^4 - 6x^3 \end{array}$$

ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို ပိုနိုမီယယ်တစ်ခုဖြင့် မြှောက်လိုလျှင် ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိကို အသုံးပြု၍ ပိုလီနိုမီယယ်ရှိ ကိန်းလုံးတစ်ခုစီကို ပိုနိုမီယယ်ဖြင့် မြှောက်ပြီး၊ မြှောက်လဒ်တို့ကို ပေါင်းပါ။

လေ့ကျင့်ခန်း (4.9)

ရှင်းပါ။

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| 1. $2(x - 3)$ | 2. $-z(2 - z)$ |
| 3. $4(a - b)$ | 4. $x^2(x - 2)$ |
| 5. $-3z^2(2z^2 - 5z)$ | 6. $-1(3x^2 - x^3)$ |
| 7. $-1(7n^2 + 3)$ | 8. $-2ab(-a^2 - b^2)$ |
| 9. $y^n(y - 2)$ | |

အောက်ပါတို့ကို ဒေါင်လိုက်မြှောက်ပါ။

- | | |
|----------------------------------|--------------------------------|
| 1. $\frac{3p - 4t}{-p}$ | 2. $\frac{2z^2 - 4z + 2}{4z}$ |
| 3. $\frac{2u - 6}{\frac{1}{2}u}$ | 4. $\frac{5x^2 - 2x + 1}{-3x}$ |

လေ့ကျင့်ခန်း (4.10)

ရှင်းပါ။

- | | |
|------------------------------------|---------------------------------|
| 1. $5(2z^2 - 2z + 6)$ | 2. $-2(y^2 - 4y)$ |
| 3. $-4t^3(3r + 2t - 4t^2)$ | 4. $6n^2t(4nt - 3nt^2 + 4t^3)$ |
| 5. $(4k^2 + 3kn + 2n^2)(-5k)$ | 6. $5r^2s(3 - 2r + 7s + 5rs^2)$ |
| 7. $-8c^3d^2(c^2 + d^2 - 4c - 5d)$ | |

4.3.4 ပုစ္ဆာများကို ပိုလီနိုမီယယ်အသွင် ရေးသားဖော်ပြခြင်း
 ပုစ္ဆာများရှိ ပေးထားချက်တို့ကို အခြေပြု၍ ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခု ရေးသားရန် လိုအပ်နိုင်
 ပေသည်။

ဥပမာ (1) အလျားသည် အနံထက် 20 ပေ ပို၍ရှည်သော ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ ဧရိယာကို
 ဖော်ပြသော ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို ရေးသားပြပါ။
 အနံ၏ အရှည်ပေ = w ဖြစ်ပါစေ၊
 အလျား၏ အရှည်ပေ = $w + 20$
 ဧရိယာ စတုရန်းပေ = $w(w + 20) = w^2 + 20w$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.11)

1. အနံသည် အလျားအောက် 8 ပေတိုသော ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ ဧရိယာကို ဖော်ပြ
 သော ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို ရေးပြပါ။
2. အနံသည် အလျားအောက် 7 cm တိုသော ထောင့်မှန်စတုဂံပုံတစ်ခု၏ ဧရိယာကို ဖော်ပြ
 သော ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို ရေးပြပါ။
3. အခြေ၏အလျားသည် အမြင့်၏ အလျားထက် 5 cm ပို၍ရှည်သော တြိဂံတစ်ခု၏ ဧရိယာ
 ကို ဖော်ပြသော ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို ရေးပြပါ။
4. ကားတစ်စင်းသည် တစ်နာရီလျှင် 5 မိုင် ပျမ်းမျှအမြန်နှုန်းဖြင့် 2 နာရီကြာသွားပြီးနောက်
 ကျန်ခရီးကိုတစ်နာရီလျှင် 10 မိုင် ပို၍မြန်အောင်မိုင်နှုန်းမြှင့်ပြီး 1 နာရီကြာသွား၏။ စုစုပေါင်း
 သွားခဲ့သော ခရီးအကွာအဝေးကို ဖော်ပြသည့် ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခု ရေးပြပါ။
5. လေယာဉ်တစ်စင်းသည် တစ်နာရီလျှင် $(300 + x)$ မိုင်နှုန်းဖြင့် 2 နာရီကြာ ပျံသန်းပြီး
 နောက် ကျန်ခရီးကို ပထမနှုန်းထက် $1\frac{1}{2}$ ဆ ပို၍များသော မိုင်နှုန်းဖြင့် 4 နာရီကြာ
 ပျံခဲ့၏။ စုစုပေါင်း ပျံခဲ့သည့် ခရီးအကွာအဝေးကို ဖော်ပြသည့် ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို
 ရေးပြပါ။

4.3.5 ပိုလီနိုမီယယ်နှစ်ခု မြှောက်ခြင်း

ဥပမာ (1) $(3y + 2)(6y + 1)$ ကို ရှင်းပြပါ။
 ဦးစွာ $(6y + 1)$ ကို ကိန်းတစ်ခုအဖြစ်ယူဆ၍ $(3y + 2)$ ကို မြှောက်ပါ။ ဖြန့်ဝေရ
 ဝုဏ်သတ္တိကိုအသုံးပြုပါ။ ရရှိလာသည့် ပိုလီနိုမီယယ်ကို အရှင်းဆုံးပုံစံဖြင့် ပြပါ။

$$\begin{aligned}
 & (3y + 2)(6y + 1) \\
 &= (3y)(6y + 1) + 2(6y + 1) \\
 &= \underbrace{(3y)(6y) + (3y)(1)} + \underbrace{2(6y) + 2(1)} \\
 &= 18y^2 + 3y + 12y + 2 \\
 &= 18y^2 + 15y + 2
 \end{aligned}$$

အထက်တွင် ရှင်းပြသကဲ့သို့ အလျားလိုက် မြောက်ခြင်းအပြင် ဒေါင်လိုက်လည်း အောက်ပါအတိုင်း မြောက်နိုင်သည်။

$$\begin{array}{r} 6y + 1 \\ 3y + 2 \\ \hline 3y(6y + 1) \longrightarrow 18y^2 + 3y \\ 2(6y + 1) \longrightarrow \quad \quad 12y + 2 \\ \hline 18y^2 + 15y + 2 \end{array}$$

ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို အခြားပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုဖြင့် မြောက်လိုလျှင်၊ ဖြန့်ဝေရ ဂုဏ်သတ္တိကို အသုံးပြုပြီး ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုတွင် ပါရှိသည့် ကိန်းလုံးတစ်ခုစီကို ကျန်ပိုလီနိုမီယယ်ရှိ ကိန်းလုံးတစ်ခုစီဖြင့် မြောက်ပါ။ မြောက်လဒ်တို့ကို ပေါင်းပါ။

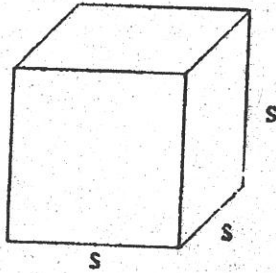
လေ့ကျင့်ခန်း (4.12)

မြောက်ပါ။ ရရှိသည့် ပိုလီနိုမီယယ်ကို အရှင်းဆုံး ပုံစံဖြင့်ပြပါ။

- | | |
|--|---|
| 1. $(x - 2)(x + 2)$ | 2. $(2a + 1)(a + 2)$ |
| 3. $(3x - 3)(x - 5)$ | 4. $(6d + 5)(3d - 2)$ |
| 5. $(2x + 7z)(2x - 7z)$ | 6. $(0.2z + 1)(1.4z - 2)$ |
| 7. $(a^2 - b^2)(a^2 - b^2)$ | 8. $(z + 2)(z^2 - 3z + 5)$ |
| 9. $(a - 2)(3a^2 + 5a - 1)$ | 10. $(x - y)(x^2 + xy + y)$ |
| 11. $(r + s)(r^2 + 2rs + s^2)$ | 12. $(x + 1)(2x - 3) + (x + 1)(3x - 1)$ |
| 13. $(y + 2)(y - 2) + (2y + 1)(2y + 1)$ | 14. $(2a + b)(3a - b) - (a - b)(2a - 3b)$ |
| 15. $(3c - d)(2c + 3d) - (4c + d)(2c - d)$ | |

4.3.6 ပိုလီနိုမီယယ်များ၏ ထပ်ကိန်းများ

စတုရန်းတစ်ခု၏ ဧရိယာကို ပုံသေနည်း $A = s^2$ ဖြင့်သော်လည်းကောင်း၊ အံစာတုံးတစ်ခု၏ ထုထည်ကို $v = s^3$ ပုံသေနည်းဖြင့် လည်းကောင်း ရှာနိုင်ကြောင်း သိခဲ့ကြပြီ။



ပုံတွင် အနားစောင်းတစ်ဖက် (s) သည် $(3y - 2)$ ရှိသော အံစာတုံးတစ်ခုကို ပြထားသည်။
 ထိုအံစာတုံး၏ အခြေဧရိယာ $= (3y - 2)^2$
 ထိုအံစာတုံး၏ ထုထည် $= (3y - 2)^3$

အထက်ပါဖော်ပြချက်တွင် ပိုလီနိုမီယယ်သည် ဆခွဲကိန်းတစ်ခုအဖြစ်ဖြင့် အကြိမ်မည်မျှပါရှိကြောင်း၊ ထပ်ညွှန်းများက ဖော်ပြနေပေသည်။ အဆိုပါ ဆခွဲကိန်းတို့၏ မြောက်လဒ်ကို ရှာပြီး ပိုနိုမီယယ်များ၏ ပေါင်းလဒ်အဖြစ် ဖော်ပြခဲ့လျှင်၊ ပေးထားသော ဖော်ပြချက်ကို အကျယ်ဖွင့်ဆိုသည် ဟု ဆိုလိုသည်။

ဆိုလိုသည်မှာ $(3y - 2)^2$ ဟူသော ဖော်ပြချက်ကို အကျယ်ဖွင့်လိုလျှင် $(3y - 2)(3y - 2)$ ကို ရှင်းပြီး၊ ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုအဖြစ် အရှင်းဆုံးပုံစံဖြင့် ဖော်ပြရသည်။

တစ်ဖန် $(3y - 2)^3$ ကို အကျယ်ဖွင့်လိုလျှင် $(3y - 2)(3y - 2)(3y - 2)$ ကို ရှင်းပြီး၊ ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုအဖြစ် အရှင်းဆုံးပုံစံဖြင့် ဖော်ပြရသည်။

$(3y - 2)^2$ ကို အကျယ်ဖွင့်ခြင်း

$$\begin{array}{r} 3y - 2 \\ 3y - 2 \\ \hline 9y^2 - 6y \\ - 6y + 4 \\ \hline 9y^2 - 12y + 4 \end{array}$$

$(3y - 2)^3$ ကို အကျယ်ဖွင့်ခြင်း

$$\begin{array}{r} 9y^2 - 12y + 4 \\ 3y - 2 \\ \hline 27y^3 - 36y^2 + 12y \\ - 18y^2 + 24y - 8 \\ \hline 27y^3 - 54y^2 + 36y - 8 \end{array}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.13)

အောက်ပါထပ်ကိန်းတို့ကို အကျယ်ဖွင့်ပါ။

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| 1. $(x + 1)^2$ | 2. $(a - 3)^2$ |
| 3. $(a + b)^2$ | 4. $(2x - z)^2$ |
| 5. $(a + b)^3$ | 6. $(a - b)^3$ |
| 7. $(2x + z)^2$ | 8. $(x - y)(x - y)^2$ |
| 9. $2x(x + 5)^2$ | 10. $-3y(y - 2)^2$ |
| 11. $(x - y)(x + y)^2$ | 12. $(a + 2b)(a - 3b)^2$ |
| 13. $4x^2 + (x + 2)^2$ | 14. $3z^2 - (z - 2)^2$ |
| 15. $(x + \frac{1}{2})^2$ | 16. $(y - \frac{1}{3})^2$ |
| 17. $(a - 0.3)^2$ | 18. $(b - 1.2)^2$ |
| 19. $(x - y)^2(x + y)^2$ | |

4.4 အက္ခရာကိန်းတန်းများစားခြင်း

ကျွန်ုပ်တို့သည် ကိန်းများကို လေ့လာစဉ်က၊ အောက်ပါအတိုင်း ရှင်းလင်းတွက်ချက်ထားသည်ကို သတိပြုမိကြမည်။

$$\frac{36 \times 35}{6 \times 7} = \frac{36}{6} \times \frac{35}{7} = 6 \times 5 = 30$$

$$\frac{11 \times 21}{7} = 11 \times \frac{21}{7} = 11 \times 3 = 33$$

$$\frac{27}{2 \times 9} = \frac{1}{2} \times \frac{27}{9} = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$$

အဆိုပါရှင်းလင်းတွက်ချက်ပုံတို့ကို ယေဘုယျအနေဖြင့် ဖော်ပြရလျှင်၊

$$\frac{xy}{cd} = \frac{x}{c} \times \frac{y}{d}$$

$c = 1$ ဖြစ်လျှင်

$$\frac{xy}{d} = x \times \frac{y}{d}$$

$x = 1$ ဖြစ်လျှင်

$$\frac{y}{cd} = \frac{1}{c} \times \frac{y}{d} \text{ ဟု ဖော်ပြရပေမည်။}$$

ဤဂုဏ်သတ္တိတို့သည် ထပ်ကိန်းများ၏ စားလဒ်ကိုရှာရာ၌ များစွာအသုံးဝင်သည်။

ဥပမာအားဖြင့် $\frac{a^7}{a^3}$ ကို ရှင်းကြည့်ကြမည်။

$$\frac{a^7}{a^3} = \frac{a^4 \times a^3}{a^3} = a^4 \times \frac{a^3}{a^3} = a^4 \times 1 = a^4 \quad \left(\frac{a^3}{a^3} = 1 \text{ ဖြစ်သည်ကိုသတိပြုပါ။}\right)$$

$$\frac{a^7}{a^3} = a^4 = a^{7-3}$$

(တစ်နည်း)
$$\frac{a^7}{a^3} = \frac{a \times a \times a \times a \times a \times a \times a}{a \times a \times a} = a^4 = a^{7-3}$$

အထက်ပါပုံစံတွင် စားလဒ်ကိုကြည့်လျှင်၊ အခြေသည် ပြောင်းလဲမှုမရှိဘဲ ထပ်ညွှန်းကိုမူ ပိုင်းဝေရှိထပ်ညွှန်းမှ ပိုင်းခြေရှိထပ်ညွှန်းကို နုတ်ခြင်းဖြင့် ရရှိကြောင်း တွေ့ရပေမည်။ (ပိုင်းဝေရှိ ထပ်ညွှန်းသည် ပိုင်းခြေရှိထပ်ညွှန်းထက် ကြီးကြောင်းကို သတိပြုပါ။)

ယေဘုယျအားဖြင့်

$$\frac{b^m}{b^n} = b^{m-n}, \quad m > n$$

တစ်ဖန် $\frac{a^5}{a^9}$ ကို ရှင်းကြမည်။

$$\frac{a^5}{a^9} = \frac{a^5}{a^4 \times a^5} = \frac{1}{a^4} \times \frac{a^5}{a^5} = \frac{1}{a^4} \times 1 = \frac{1}{a^4} \dots \left(\frac{a^5}{a^5} = 1 \text{ ဖြစ်သည်ကို သတိပြုပါ။}\right)$$

$$\frac{a^5}{a^9} = \frac{1}{a^4} = \frac{1}{a^{9-5}}$$

(တစ်နည်း)

$$\frac{a^5}{a^9} = \frac{a \times a \times a \times a \times a}{a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a} = \frac{1}{a^4} = \frac{1}{a^{9-5}}$$

ယေဘုယျပြုလျှင်

$$\frac{b^m}{b^n} = \frac{1}{b^{n-m}}, \quad m < n$$

အထက်ပါ ဥပဒေနှစ်ရပ်တွင် m နှင့် n တို့သည် အပေါင်းကိန်းပြည့်များဖြစ်ပြီး b သည် (အနုတ်မဟုတ်သည့်) အပေါင်းကိန်းတစ်လုံးဖြစ်သည်။

ဥပမာ (1) $\frac{x^8}{x^6}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{x^8}{x^6} = x^{8-6} = x^2$$

ဥပမာ (2) $\frac{3a}{a}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{3a}{a} = \frac{3 \times a}{a} = 3$$

ဥပမာ (3) $\frac{12u^5v^3}{-2uv^2}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} \frac{12u^5v^3}{-2uv^2} &= \frac{12}{-2} \times \frac{u^5}{u} \times \frac{v^3}{v^2} \\ &= -6 \times u^{5-1} \times v^{3-2} \\ &= -6u^4v \end{aligned}$$

ဥပမာ (4) $\frac{-5x^7y^5}{-30x^2y^8}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} \frac{-5x^7y^5}{-30x^2y^8} &= \frac{-5}{-30} \times \frac{x^7}{x^2} \times \frac{y^5}{y^8} \\ &= \frac{1}{6} \times x^{7-2} \times \frac{1}{y^{8-5}} \\ &= \frac{x^5}{6y^3} \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.14)

ရှင်းပါ။ (အောက်ပါပုစ္ဆာတို့တွင် စားကိန်းသည် 0 နှင့် မညီဟု ယူဆပါ။)

- | | | |
|---------------------------------|--------------------------|-------------------------|
| (1) $\frac{3y}{y}$ | (2) $\frac{6z}{z}$ | (3) $\frac{y^5}{y^2}$ |
| (4) $\frac{x^6}{x^3}$ | (5) $\frac{c^7}{-c^3}$ | (6) $\frac{-d^8}{d^6}$ |
| (7) $\frac{22b^5}{-11b}$ | (8) $\frac{-20a^2}{-5a}$ | (9) $\frac{4x^2y}{2xy}$ |
| (10) $\frac{-18r^2s^2}{-9r^2s}$ | (11) $\frac{3a}{6a^2}$ | (12) $\frac{5t}{35t^3}$ |

- (13) $\frac{-4x^2y}{-4x^2y^2}$ (14) $\frac{32a^2b^2}{16a^3b^3}$ (15) $\frac{(3rs)^2}{9r^3}$
- (16) $\frac{(2cd)^3}{-4cd^2}$ (17) $\frac{-(4xy)^2}{(-2xy)^3}$ (18) $\frac{-27p^6q^3}{(3p^2q)^3}$
- (19) $\frac{x^m}{x^2}$ (20) $\frac{x^3}{x^u}$ (21) $\frac{y^m}{y^n}$
- (22) $\frac{z^{2m}}{z^m}$ (23) $\frac{58r^{12}s^{10}}{16r^{24}s^{10}}$ (24) $\frac{14t^{11}s^5}{-42t^{12}s^4}$
- (25) $\frac{(3xy)^5}{6xy^3}$ (26) $\frac{16a^5b^2}{(2ab)^3}$ (27) $\frac{(4m^5n^2)^2}{-(2m^2n^2)^3}$
- (28) $\frac{-(3cd)}{6(cd)}$ (29) $\frac{(-3)^3}{(-9)^2} \frac{(x^3)^3}{(x^2)^3} \frac{(y^2)^3}{(y^2)^3}$
- (30) $\frac{(-4)^2}{(-2)^2} \frac{(a^3)^2}{(a^3)^3} \frac{(b^4)^2}{(b^2)^4}$

ဥပမာ (1) $\frac{x^2y^3}{x^2y} + \frac{6xy^5}{-3xy^3}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} \frac{x^2y^3}{x^2y} + \frac{6xy^5}{-3xy^3} &= \frac{x^2}{x^2} \times \frac{y^3}{y} + \frac{6}{-3} \times \frac{x}{x} \times \frac{y^5}{y^3} \\ &= 1 \times y^{3-1} + (-2) \times 1 \times y^{5-3} \\ &= y^2 - 2y^2 = -y^2 \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.15)

ရှင်းပါ။

- (1) $\frac{3t^5}{t} + \frac{8t^4}{2t^3}$ (2) $\frac{70k^5}{10k^2} - \frac{36k^4}{6k}$
- (3) $\frac{21c^2d}{3d} - \frac{18c^3d^2}{6cd^2}$ (4) $\frac{45a^3b^2}{9ab} - \frac{52a^2b^5}{4b^4}$
- (5) $\frac{24x^5y^3}{-3xy} + \frac{8x^4y^6}{2y^4}$ (6) $\frac{38p^3q^5}{19pq^2} + \frac{15p^4q^4}{-3p^2q}$
- (7) $\frac{3c^2d}{4c} + \frac{9c^2d}{3c} - 2cd$ (8) $8x^2y + \frac{8x^4y^2}{x^2y} - \frac{12x^4y^3}{2x^2y^2}$
- (9) $\frac{3a^2b}{2ab^2} + \frac{15a^4b^3}{3a^2b^2} - \frac{8a^6b^4}{2a^4b^2}$ (10) $\frac{-11c^5d^4}{2c^2d^2} + \frac{5c^7d^6}{2c^4d^4} + \frac{3c^4d^3}{cd}$

4.4.1 ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို မိုနိုမီယယ်တစ်ခုဖြင့် စားခြင်း

အောက်၌ ကိန်းတန်း (84 + 28) ÷ 7 ကို ရှင်းရာတွင် ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိကို အသုံးပြုထားကြောင်း တွေ့ရမည်။

$$\frac{84+28}{7} = \frac{1}{7} (84+28) = \frac{1}{7}(84) + \frac{1}{7}(28) = 12 + 4 = 16$$

အလားတူပင် အက္ခရာကိန်းတန်း $\frac{ax+ay}{a}$ ကို ရှင်းရာတွင်လည်း ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိကို အသုံးပြုနိုင်ကြောင်း တွေ့ရမည်။

$$\begin{aligned} \frac{ax+ay}{a} &= \frac{1}{a} (ax + ay) \\ &= \frac{1}{a} (ax) + \frac{1}{a} (ay) \\ &= \left(\frac{1}{a} \times a\right) x + \left(\frac{1}{a} \times a\right) y \\ &= 1x + 1y = x + y \end{aligned}$$

ဖော်ပြပါ ပစ္စာဖြေရှင်းရာတွင် ပိုလီနိုမီယယ်ရှိ ကိန်းလုံးတစ်ခုစီကို မိုနိုမီယယ်ဖြင့် စားထားကြောင်း တွေ့ရသည်။

ဥပမာ (1) $\frac{16x^4+12x^3-8x^2}{4x^2}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} \frac{16x^4+12x^3-8x^2}{4x^2} &= \frac{16x^4}{4x^2} + \frac{12x^3}{4x^2} - \frac{8x^2}{4x^2} \\ &= 4x^2 + 3x - 2 \end{aligned}$$

ဥပမာ (2) $\frac{bt^2+t-b}{bt}$ ကိုရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} \frac{bt^2+t-b}{bt} &= \frac{bt^2}{bt} + \frac{t}{bt} - \frac{b}{bt} \\ &= t + \frac{1}{b} - \frac{1}{t} \end{aligned}$$

အထက်ပါဥပမာများတွင် $16x^4 + 12x^3 - 8x^2$ ကို $4x^2$ ဖြင့် အပြတ်စားနိုင်ကြောင်း တွေ့ရသည်။ သို့သော် $bt^2 + t - b$ ကိုမူ bt ဖြင့် အပြတ်စားနိုင်ကြောင်း တွေ့ရသည်။

ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို မိုနိုမီယယ်တစ်ခုဖြင့်စားလိုလျှင်၊ ပိုလီနိုမီယယ်ရှိ ကိန်းလုံးတစ်ခုစီကို မိုနိုမီယယ်ဖြင့်စားပြီး၊ စားလဒ်တို့ကို ပေါင်းပါ။

လေ့ကျင့်ခန်း (4.16)

ရှင်းပါ။

(1) $\frac{4b^2 + 6}{2b}$

(2) $\frac{2z^2 + 4z + 6}{2}$

(3) $\frac{3m^2 + 6m + 9}{3}$

(4) $\frac{6a + 12}{3}$

(5) $\frac{8t + 16}{4}$

(6) $\frac{18 - 9z}{9}$

(7) $\frac{3m - n}{2n}$

(8) $\frac{21r^2 + 6r}{3r}$

(9) $\frac{8x + 4y}{2xy}$

(10) $\frac{3a - 6b}{3ab}$

(11) $\frac{16x - 12x + 8}{-4}$

(12) $\frac{27z + 18z - 36}{-9}$

(13) $\frac{3x^2y + 6xy^2 - 9x^2y^2}{3xy}$

(14) $\frac{40pq^2 + 30p^2q - 20p^2q^2}{10pq}$

(15) $\frac{8z^5 - 32z^4 - 16z^3}{-8z^4}$

(15) $\frac{28u^7 - 16u^5 + 20u^3}{4u^5}$

(17) $\frac{14x^2 - 18x^2}{2x} + \frac{15x - 25x}{5x}$

(18) $\frac{35k^2t - 28kt + 7kt^2}{7kt} - \frac{15k^2t^2 - 12k^2t}{3k^2t}$

(19) $\frac{x+y}{y} = 2.6$ ဖြစ်လျှင် $\frac{x}{y}$ ကို ရှာပါ။

(20) $\frac{2a+4b}{2b} = 3.9$ ဖြစ်လျှင် $\frac{a}{b}$ ကို ရှာပါ။

4.4.2 ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုဖြင့် စားခြင်း

ကိန်းများစားခြင်းကို ကျွန်ုပ်တို့လေ့လာခဲ့ကြပြီ။

ဥပမာ 334 ကို 15 ဖြင့်စားလျှင် စားလဒ် 22 အကြွင်း 4 ရသည်။

ညီမျှခြင်းဖြင့် ဖော်ပြရလျှင်

$334 = (22)(15) + 4$ ဖြစ်သည်။

ယေဘုယျအားဖြင့်

တည်ကိန်း = (စားလဒ်) (စားကိန်း) + အကြွင်း

(တစ်နည်း)

$$\frac{\text{တည်ကိန်း}}{\text{စားကိန်း}} = \text{စားလဒ်} + \frac{\text{အကြွင်း}}{\text{စားကိန်း}}$$

$$\text{အထက်ပါပုဒ္ဓါတွင် } \frac{334}{15} = 22 + \frac{4}{15} = 22 \frac{4}{15}$$

22 ကို စားလဒ်တစ်စိတ်တစ်ပိုင်း (Partial Quotient) ဟုခေါ်ပြီး၊ $22 \frac{4}{15}$ ကို စားလဒ် အပြည့်အစုံ (Complete Quotient) ဟု ခေါ်လေ့ရှိသည်။

ပိုလီနိုမီယယ်တို့ကိုစားရာတွင်မူ စားကိန်းနှင့်တည်ကိန်းတို့ရှိ မသိကိန်းတို့တွင် ပါရှိသော ဒီဂရီကို ကြီးစဉ်ငယ်လိုက် စီပြီးမှ စားရသည်။

ဥပမာ (1) $2y^2 + 10y + 12$ ကို $y + 3$ ဖြင့် စားပါ။

$$\begin{array}{r} 2y + 4 \\ y + 3 \overline{) 2y^2 + 10y + 12} \\ \underline{2y^2 + 6y} \\ 4y + 12 \\ \underline{4y + 12} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore \text{စားလဒ်} = 2y + 4$$

$$\text{အကြွင်း} = 0$$

$$[\text{ချိန်ကိုက်နည်း။} \quad \parallel (2y + 4)(y + 3) + 0 = 2y^2 + 10y + 12 \quad]$$

အောက်ပါဥပမာရှိ တည်ကိန်း၌ လွတ်နေသော ကိန်းလုံးတို့တွင် 0 ကို မည်သို့ မြောက်ဖော်ကိန်းအဖြစ်ထားပြီး၊ ထည့်သွင်းထားသည်ကို လေ့လာရန် ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (2) $x^3 - 3$ ကို $x^2 + x - 3$ ဖြင့်စားပါ။

$$x^3 - 3 = x^3 + 0x^2 + 0x - 3$$

$$\begin{array}{r} x - 1 \\ x^2 + x - 3 \overline{) x^3 + 0x^2 + 0x - 3} \\ \underline{x^3 + x^2 - 3x} \\ -x^2 + 3x - 3 \\ \underline{-x^2 - x + 3} \\ 4x - 6 \end{array}$$

$$\therefore \text{စားလဒ်} = x - 1$$

$$\text{အကြွင်း} = 4x - 6$$

$$[\text{ချိန်ကိုက်နည်း။} \quad \parallel (x-1)(x^2 + x - 3) + (4x - 6) = x^3 - 3 \quad]$$

စားခြင်းကို မည်သည့်အခါတွင် ရပ်ရမည်နည်းဆိုသော် ပိုလီနိုမီယယ်များစားရာတွင် အကြွင်းရှိ မသိကိန်းဒီဂရီ (ထပ်ညွှန်း)သည် စားကိန်းရှိ အဆိုပါ မသိကိန်း၏ ဒီဂရီအောက်ငယ်ရမည်။ သို့မဟုတ် အကြွင်းသည် 0 ဖြစ်လျှင်သော်လည်းကောင်း၊ ရပ်ရမည်။ အထက်ပါ ဥပမာတွင် အကြွင်းရှိ မသိကိန်း x ၏ ဒီဂရီသည် 1 ဖြစ်ပြီး၊ စားကိန်း $x^2 + x - 3$ ရှိ အဆိုပါ မသိကိန်း x ၏ ဒီဂရီသည် 2 ဖြစ်ကြောင်း သတိပြုပါ။

လေ့ကျင့်ခန်း (4.17)

တွက်ပါ။

1. $(5a^2 - 7ab - 6b^2) \div (a - 2b)$
2. $(5a^3 + 8a^2 - 23a - 6) \div (5a^2 - 7a - 2)$
3. $(15c^3 - 30c - 8 - 19c^2) \div (3c^2 - 5c - 4)$
4. $(4a^5 - a^3 + 4a) \div (2a^3 + 2a - 3a^2)$
5. $(1 - 2a^3 + a^6) \div (1 - 2a + a^3)$
6. $(15a^4 + 32a^3 + 15 + 50a^2 - 32a) \div (3 - 4a + 5a^2)$
7. $(16a^4 + 36a^2 + 81) \div (4a^2 + 6a + 9)$
8. $15x^4 + 16a^3 + 8x - 17$ ကို $3x^2 + x + 1$ ဖြင့် စားပါ။ စားလဒ်နှင့် အကြွင်းကိုဖော်ပြပါ။
9. $5a^5 - 4a^4 + 3a^3 - 2a^2 + 32a - 24$ ကို $a^2 - 2a + 3$ ဖြင့် စားပါ။ စားလဒ်နှင့်အကြွင်းကိုဖော်ပြပါ။
10. $a^4 + 2a^3 - 15a^2 - 15a + 25$ ကို $a^2 + 3a - 5$ ဖြင့် စားလျှင် အကြွင်းမရှိစေရန် တည်ကိန်းမှမည်မျှနုတ်ရမည်နည်း။
11. ကိန်းတန်းနှစ်ခု၏ မြောက်လဒ်သည် $a^4 + 4b^4$ ဖြစ်၍၊ ကိန်းတန်းတစ်ခုသည် $a^2 + 2ab + 2b^2$ ဖြစ်လျှင် ကျန်ကိန်းတန်းကိုရှာပါ။
12. $\ell + 2m + 3n$ ကို မည်သည့်ကိန်းတန်းဖြင့် မြှောက်လျှင် မြောက်လဒ်သည် $3\ell^2 + 8\ell m + 4m^2 + 10\ell n + 8mn + 3n^2$ ဖြစ်မည်နည်း။

ဥပမာ (1) $\frac{16a^2 + 46ab + 10b^2}{2a + 5b}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{\text{တည်ကိန်း}}{\text{စားကိန်း}} = \text{စားလဒ်} + \frac{\text{အကြွင်း}}{\text{စားကိန်း}} \text{ ပုံစံဖြင့် ပြပါ။}$$

$$2a+5b \begin{array}{r} 8a + 3b \\ \hline 16a^2 + 46ab + 10b^2 \\ 16a^2 + 40ab \\ \hline 6ab + 10b^2 \\ 6ab + 15b^2 \\ \hline - 5b^2 \end{array}$$

$$\frac{16a^2 + 46ab + 10b^2}{2a + 5b} = (8a + 3b) - \frac{5b^2}{2a + 5b}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.18)

အောက်ပါတို့ကို ရှင်း၍ $\frac{\text{တည်ကိန်း}}{\text{စားကိန်း}} = \text{စားလဒ်} + \frac{\text{အကြွင်း}}{\text{စားကိန်း}}$ ပုံစံဖြင့် ပြပါ။

(1) $\frac{y^2 + 3y + 2}{y + 1}$

(2) $\frac{x^2 - 5x + 5}{x - 2}$

(3) $\frac{a^2 - 9a + 20}{a - 4}$

(4) $\frac{x^2 + 2x + 3}{x + 1}$

(5) $\frac{-28 - 3x - x^2}{x - 7}$

(6) $\frac{x^2 - 4}{x + 2}$

(7) $\frac{2x^2 + 3x - 2}{2x - 1}$

(8) $\frac{6p^2 - 3p + 2}{2p - 3}$

(9) $\frac{x^2 - 8y}{x - 2y}$

(10) $\frac{8t^2 + 2ts - 15s^2}{4t - 5s}$

အခန်း (5)

အမြောက်ပုံသေနည်းများနှင့် ဆခွဲကိန်းခွဲနည်းများ

အက္ခရာကိန်းများကို လေ့လာခဲ့ရာတွင်၊ အက္ခရာကိန်းတန်းအချင်းချင်း မြောက်နည်းကို လေ့လာသိရှိခဲ့ကြသည်။ ဂဏန်းသင်္ချာတွင် $2 \times 9 = 18$ ဟုသိရန် လိုအပ်သကဲ့သို့ $18 = 2 \times 9$ ဖြစ်သည်ကိုလည်း သိရှိရန်လိုအပ်သည်။ ထို့အတူ အက္ခရာသင်္ချာတွင်လည်း အက္ခရာကိန်းတန်းအချင်းချင်း မြောက်နည်းကို သိရှိရန် လိုအပ်သကဲ့သို့ အက္ခရာကိန်းတန်းများကို ဆခွဲကိန်းများဖြင့် ဖော်ပြခြင်း (သို့မဟုတ်) ဆခွဲကိန်းခွဲခြင်းများ သိရန်လိုအပ်ပေသည်။

အက္ခရာကိန်းတန်းအချင်းချင်း မြောက်ရာတွင် အောက်ပါမြောက်လဒ်များကို လေ့လာခဲ့ပြီး ဖြစ်သည်။

$$5(a + b) = 5a + 5b$$

$$a(b + c) = ab + ac$$

တစ်နည်းအားဖြင့် ပြန့်ဝေရုဏ်သတ္တိဟု သိရှိခဲ့ကြ၏။ အထက်ပါမြောက်လဒ်များကို အပြန်အလှန်အားဖြင့် အောက်ပါကဲ့သို့လည်း ရေးသားနိုင်၏။

$$5a + 5b = 5(a + b)$$

$$ab + ac = a(b + c)$$

ဂဏန်းသင်္ချာတွင် $15 = 3 \times 5$ မှ 3 နှင့် 5 တို့ကို 15 ၏ ဆခွဲကိန်းများဟု သတ်မှတ်သကဲ့သို့ $5(a + b)$ တွင်လည်း 5 နှင့် $(a + b)$ တို့သည် အက္ခရာကိန်းတန်း $5a + 5b$ ၏ ဆခွဲကိန်းများဟု ခေါ်၏။ ထို့အတူ a နှင့် $(a + b)$ တို့သည် $ab + ac$ ၏ ဆခွဲကိန်းများ ဖြစ်ကြ၏။

အထက်တွင် 5 သည် $5a$ နှင့် $5b$ တို့၏ ဘုံဆခွဲကိန်းဖြစ်သဖြင့် ၎င်းတို့၏ပေါင်းလဒ်ဖြစ်သော $5a + 5b$ အတွက် ဆခွဲကိန်းဖြစ်နေကြောင်း သတိပြုသင့်သည်။

ဂဏန်းသင်္ချာတွင် 15 ကို ၎င်း၏ဆခွဲကိန်းတစ်ခုဖြစ်သော 3 နှင့် စားခြင်းဖြင့် ကျန်ဆခွဲကိန်း 5 ကို ရရှိနိုင်သည်။ ထိုနည်းတူ $5a + 5b$ ကိန်းတန်းကို ၎င်း၏ဆခွဲကိန်းတစ်ခုဖြစ်သော 5 နှင့် စားခြင်းဖြင့် အခြားဆခွဲကိန်း $a + b$ ကို ရနိုင်သည်။

ထို့အတူ $ab + ac$ ကို ဆခွဲကိန်းတစ်ခုဖြစ်သော a ဖြင့်စားလျှင် ကျန်ဆခွဲကိန်းကို $b + c$ ရနိုင်၏။ ယေဘုယျအားဖြင့်ဆိုသော် အက္ခရာကိန်းတစ်ခု၏ဆခွဲကိန်းတစ်ခုကို သိရှိထားလျှင် ထိုဆခွဲကိန်းဖြင့် အက္ခရာကိန်းတန်းကို စားခြင်းဖြင့် အခြားဆခွဲကိန်းတစ်ခုကို ရှာနိုင်သည်။

ဥပမာ (I) $pq + p$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

p သည် pq နှင့် p တို့၏ ဘုံဆခွဲကိန်းဖြစ်သဖြင့် ၎င်းတို့၏ ပေါင်းလဒ် $pq + p$ အတွက် p သည် ဆခွဲကိန်းဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် ပေးထားသော ကိန်းတန်းကို p ဖြင့်စားလျှင် အခြားဆခွဲကိန်းသည် $q + 1$ ကို ရမည်။

ထို့ကြောင့်

$$pq + p = p(q + 1)$$

ဥပမာ $(2y^2 - 6x^3)$ ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} & 4x^2 - 6x^5 \\ = & 2x^2 \times 2 - 2x^2 \times 3x^3 \\ = & 2x^2 (2 - 3x^3) \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.1)

1. အောက်ပါကွက်လပ်တို့တွင် လိုသောဆခွဲကိန်းများကို ရှာပါ။

- (a) $6a^3b = 6a (\quad)$
- (b) $24r^2s = (12rs) (\quad)$
- (c) $42u^3v^2w = (-6u^2vw) (\quad)$
- (d) $51x^4y^2z^3 = (-17x^3y^2z^2) (\quad)$
- (e) $72r^2s^5t^2 = (18r^2s^4t^2) (\quad)$
- (f) $102a^3b^2c = (-17a^3b) (\quad)$
- (g) $-15x^3y^2 = (-5x^2y^2) (\quad)$
- (h) $-32p^3q^4 = (16p^3q^2) (\quad)$

2. အောက်ပါတို့ကိုကူး၍ ကွက်လပ်ဖြည့်ပါ။

- (a) $2a + 2b = 2 (\quad)$
- (b) $6p + 4q = 2 (\quad)$
- (c) $ab + a = a (\quad)$
- (d) $ac^2 + a = a (\quad)$
- (e) $3c - 3d = 3 (\quad)$
- (f) $4pq - 8p = 4p (\quad)$

3. အောက်ပါကိန်းတန်းများကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

- (a) $3a + 3b$ (b) $4x - 4y$
- (c) $2b + 4c$ (d) $ax + ay$
- (e) $ax + a$ (f) $a^2 + ab$
- (g) $x^2 + x$ (h) $t^3 + t^2$
- (i) $pq + qr$ (j) $8x + 12y$
- (k) $2a^2 + 6ab$ (l) $abc + abd$

5.1 အုပ်စုဖွဲ့၍ ဆခွဲကိန်းရှာခြင်း

ဖလှယ်ရဂုဏ်သတ္တိ၊ ဖက်စပ်ရဂုဏ်သတ္တိနှင့် ဖြန့်ဝေရ ဂုဏ်သတ္တိတို့ဖြင့် ကိန်းတန်းတစ်ခုကို ဆခွဲကိန်းခွဲနိုင်ရန် ကိန်းလုံးတို့ကို သင့်လျော်သော အုပ်စုဖွဲ့ရမည်။

ဥပမာ (1) $ax + bx + ay + by$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} ax + bx + ay + by &= (ax + bx) + (ay + by) \\ &= (a + b)x + (a + b)y \\ &= (a + b)(x + y) \end{aligned}$$

နောက်ဆုံးအဆင့်တွင် ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိကို အသုံးပြုရာ၌ $(a + b)$ ကို ကိန်းတစ်လုံးအဖြစ် သတ်မှတ်သည်။

အောက်ပါကိန်းတန်းတွင် ကိန်းလုံးတို့ကို သင့်လျော်သလို အုပ်စုခွဲ၍ ဆခွဲကိန်းခွဲနိုင်သည်။
ဥပမာ (2) $2ax - 3by - 6ay + bx$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} 2ax - 3by - 6ay + bx &= (2ax - 6ay) + (bx - 3by) \\ &= 2a(x - 3y) + b(x - 3y) \\ &= (x - 3y)(2a + b) \end{aligned}$$

အောက်ပါကိန်းတန်းတွင် ပါဝင်သော ကိန်းလုံးတို့ကို အောက်ပါအတိုင်း အုပ်စုခွဲ၍လည်း ဆခွဲကိန်းခွဲနိုင်သည်။

$$\begin{aligned} 2ax - 3by - 6ay + bx &= (2ax + bx) + (-6ay - 3by) \\ &= x(2a + b) + (-3y)(2a + b) \\ &= [x + (-3y)](2a + b) \\ &= (x - 3y)(2a + b) \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.2)

1. အောက်ပါတို့ကို ကူး၍ ကွက်လပ်ဖြည့်ပါ။

- (a) $(a + b)x + (a + b)y = (a + b) (\quad)$
- (b) $a(a + x) + b(a + x) = (a + x) (\quad)$
- (c) $a(a + b) - c(a + b) = (a + b) (\quad)$
- (d) $(c - a)x - (c - a)y = (c - a) (\quad)$

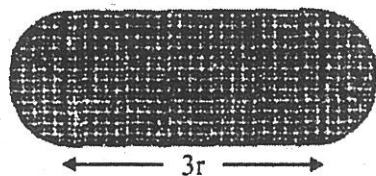
2. အောက်ပါတို့ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

- (a) $2n(n^2 + 1) + 3(n^2 + 1)$
- (b) $t^2(y + 5) - 5(y + 5)$
- (c) $5c(a^3 + b) - (a^3 + b)$
- (d) $k^2(t + 1) + 2k(t + 1)$
- (e) $m(m + 2n) - n(m + 2n)$

3. အောက်ပါတို့ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

- (a) $n^2 + 2n + np + 2p$
- (b) $2x^2 - 4x + xz - 2z$
- (c) $a^2 - 3a + ay - 3y$
- (d) $6y^2 - 3y + 2py - p$
- (e) $k^2 + 3k + 2k + 6$
- (f) $n^3 - n^2 - pn + p$
- (g) $3ab - b^2 + 3a^2 - ab$
- (h) $n^2m + 2nm + 2n + n^2$
- (i) $2x^2 + 3x + 6 + 4x$
- (j) $4x + 8x^3 + 1 + 2x^2$

ဥပမာ (3) ပေးထားသော ပုံမှခွဲခြယ်မှုနည်းထားသော အပိုင်း၏ဧရိယာ H အတွက် အက္ခရာကိန်းတန်းကို ဆခွဲကိန်းပုံစံဖြင့် ဖြပါ။



A = စက်ဝိုင်းခြမ်းဧရိယာ + ထောင့်မှန်စတုဂံဧရိယာ + စက်ဝိုင်းခြမ်းဧရိယာ

A = ထောင့်မှန်စတုဂံဧရိယာ + စက်ဝိုင်းဧရိယာ

$$= (3r)(2r) + \pi r^2$$

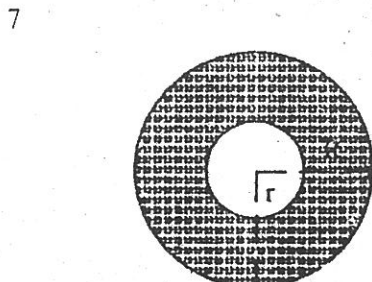
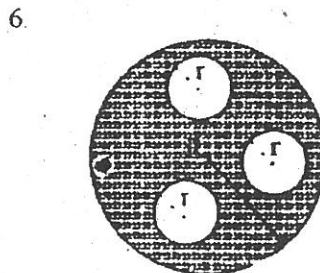
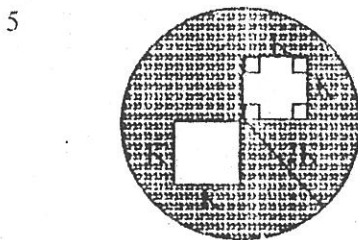
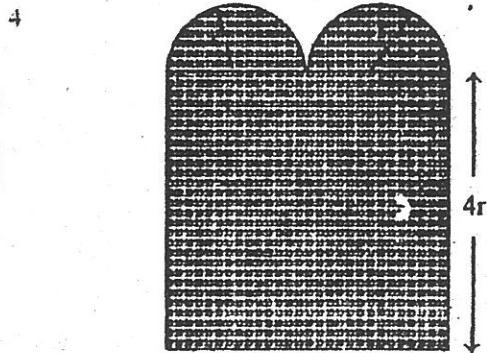
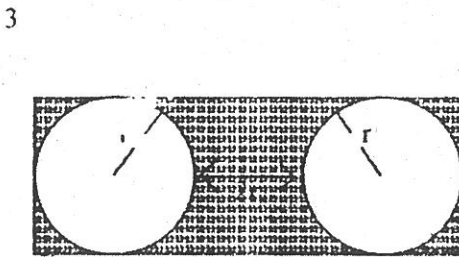
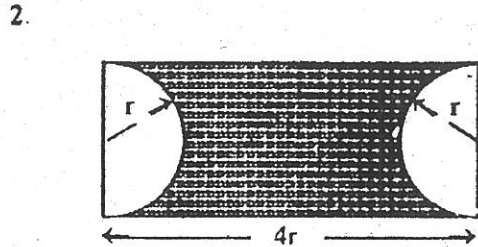
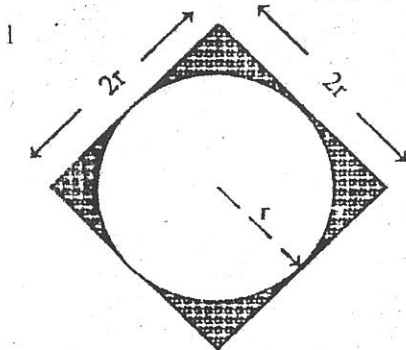
$$= 6r^2 + \pi r^2$$

$$= (6 + \pi)r^2$$

$$\therefore \text{ဧရိယာ} = (6 + \pi)r^2$$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.3)

အောက်ပါပုံများတွင် မှန်းခြယ်ထားသော ဧရိယာများကို ဆွဲကိန်းပုံစံဖြင့် ပြပါ။



5.2 ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းခြင်းနှင့် ထိုကိန်းနှစ်ခု ခြားနားခြင်းတို့၏ မြောက်လဒ်ကို ရှာခြင်း
 ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းခြင်းနှင့် ထိုကိန်းနှစ်ခုခြားနားခြင်းတို့၏ မြောက်လဒ်ကို မကြာခဏတွေ့ရ
 မည်ဖြစ်သဖြင့် အထူးပြုလေ့လာထားရမည်။ အောက်တွင် ဖော်ပြထားသော ဥပမာ သုံးခုကို သေချာ
 စွာ လေ့လာပါ။

$\frac{y+2}{y-2}$ $\frac{y^2+2y}{-2y-4}$ $\frac{y^2-4}{y^2-4} = y^2-4$	$\frac{3a-2b}{3a+2b}$ $\frac{9a^2-6ab}{+6ab-4b^2}$ $\frac{9a^2-4b^2}{9a^2-4b^2}$
$\therefore (y+2)(y-2) = y^2-4$ $= y^2-2^2$	$\therefore (3a-2b)(3a+2b) = 9a^2-4b^2$ $= (3a)^2-(2b)^2$

$$\frac{a+b}{a-b}$$

$$\frac{a^2-ab}{-ab-b^2}$$

$$\frac{a^2-b^2}{a^2-b^2}$$

$\therefore (a+b)(a-b) = a^2-b^2$

အထက်ပါဥပမာသုံးခုမှ အောက်ပါအမြောက်ပုံသေနည်းကို သတိပြုမိနိုင်သည်။
 ကိန်းနှစ်ခု၏ပေါင်းခြင်းနှင့် ထိုကိန်းနှစ်ခု ခြားနားခြင်းတို့၏ မြောက်လဒ်သည် ပထမကိန်း
 နှစ်ထပ်မှ ဒုတိယကိန်းနှစ်ထပ်ကို နုတ်ခြင်းနှင့်ညီသည်။

$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

ဥပမာ (1) $(x-1)(x+1)$ ၏ မြောက်လဒ်ကို ကိန်းတန်းအဖြစ် ပြောင်းပါ။

$(x-1)(x+1) = x^2 - 1$

ဥပမာ (2) $(3x-5)(3x+5)$ ၏ မြောက်လဒ်ကို ကိန်းတန်းအဖြစ် ပြောင်းပါ။

$(3x-5)(3x+5) = (3x)^2 - (5)^2$
 $= 9x^2 - 25$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.4)

အောက်ပါမြောက်လဒ်တို့ကို ကိန်းတန်းအဖြစ်ပြောင်းပါ။

- | | |
|--|--|
| 1. $(y+2)(y-2)$ | 2. $(z+3)(z-3)$ |
| 3. $(x-y)(x+y)$ | 4. $(p-q)(p+q)$ |
| 5. $(t+6)(t-6)$ | 6. $(n-8)(n+8)$ |
| 7. $(2a-1)(2a+1)$ | 8. $(3b-1)(3b+1)$ |
| 9. $(y^2-5)(y^2+5)$ | 10. $(z^3+9)(z^3-9)$ |
| 11. $(3r + \frac{1}{2})(3r - \frac{1}{2})$ | 12. $(5k + \frac{2}{3})(5k - \frac{2}{3})$ |

5.3 နှစ်ထပ်ကိန်းနှစ်ခုတို့၏ ခြားနားခြင်းကို ဆခွဲကိန်း ခွဲခြင်း
 အမြောက်ပုံသေနည်းတွင် $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ ဖြစ်ကြောင်း သိရှိခဲ့ပြီး ဖြစ်သည်။
 အထက်ပါညီမျှခြင်းကို အပြန်အလှန်အားဖြင့် အောက်ပါအတိုင်း ရရှိမည်။

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

ကိန်းနှစ်လုံး၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများခြားနားခြင်းသည်ထိုကိန်းနှစ်ခုတို့၏ပေါင်းခြင်းနှင့်ခြားနားခြင်း
 တို့၏ မြောက်လမ်းနှင့်ညီသည်။

ဥပမာ (1) $x^2 - 9$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} x^2 - 9 &= x^2 - 3^2 \\ &= (x + 3)(x - 3) \end{aligned}$$

ဥပမာ (2) $2x^2 - 18y^2$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} 2x^2 - 18y^2 &= 2(x^2 - 9y^2) \\ &= 2[x^2 - (3y)^2] \\ &= 2(x + 3y)(x - 3y) \end{aligned}$$

ဥပမာ (3) $25a^2 - 49b^2$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} 25a^2 - 49b^2 &= (5a)^2 - (7b)^2 \\ &= (5a - 7b)(5a + 7b) \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.5)

အောက်ပါတို့ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

- | | |
|--------------------|---------------------|
| 1. $r^2 - s^2$ | 2. $m^2 - n^2$ |
| 3. $b^2 - 4^2$ | 4. $a^2 - 1$ |
| 5. $c^2 - 36$ | 6. $1 - k^2$ |
| 7. $16 - n^2$ | 8. $a^2 - 4b^2$ |
| 9. $c^2 - 49f^2$ | 10. $16x^2 - y^2$ |
| 11. $4c^2 - 25r^2$ | 12. $2a^2 - 8b^2$ |
| 13. $2a^2 - 50b^2$ | 14. $45p^2 - 5q^2$ |
| 15. $3b^2 - 27$ | 16. $4c^2 - 100$ |
| 17. $8x^2 - 32y^2$ | 18. $8x^2 - 50y^2$ |
| 19. $p^2 - 49r^2$ | 20. $a^2b^2 - 4c^2$ |

ဥပမာ (4) $k^4 - 1$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} k^4 - 1 &= (k^2)^2 - 1 \\ &= (k^2 - 1)(k^2 + 1) \\ &= (k - 1)(k + 1)(k^2 + 1) \end{aligned}$$

ဥပမာ (5) $a^2 - (b - c)^2$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} a^2 - (b - c)^2 &= [a - (b - c)] [a + (b - c)] \\ &= (a - b + c)(a + b - c) \end{aligned}$$

ဥပမာ (6) $(a + b)^2 - (x - y)^2$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} (a + b)^2 - (x - y)^2 &= [(a + b) + (x - y)] [(a + b) - (x - y)] \\ &= [a + b + x - y] [a + b - x + y] \\ &= (a + b + x - y)(a + b - x + y) \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.6)

ဆခွဲကိန်းများခွဲပါ။

- | | |
|----------------------|-------------------------------|
| 1. $a^4 - 1$ | 9. $(m - n)^2 - 1$ |
| 2. $u^4 - 81$ | 10. $d^2 - (e - q)^2$ |
| 3. $a^4 - b^4$ | 11. $1 - (x - y)^2$ |
| 4. $p^4 - q^4$ | 12. $9 - (a + b)^2$ |
| 5. $3x^4 - 48$ | 13. $25a^2 - 4(a + b)^2$ |
| 6. $2z^4 - 162$ | 14. $(p - q)^2 - (p + q)^2$ |
| 7. $(x + y)^2 - z^2$ | 15. $9(x + y)^2 - 4(x - y)^2$ |
| 8. $(m - n)^2 - p^2$ | |

5.4 နှစ်ထပ်ကိန်းပါ တြိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းများ

ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းဖြစ်သော $a + b$ ကို နှစ်ထပ်ပြုသော် ၎င်း၏မြောက်လဒ် မည်သို့ ရရှိသည်ကို အောက်တွင်ဖော်ပြထားသည်။ မြောက်ရာတွင် ကိန်းတစ်လုံးစီ မည်ကဲ့သို့ရရှိသည်ကို သတိပြုလေ့လာပါ။

$$\begin{array}{r} a + b \\ a + b \\ \hline a^2 + ab \\ + ab + b^2 \\ \hline a^2 + 2ab + b^2 \end{array}$$

- (1) ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းတွင် ပါဝင်သော ပထမကိန်းကို နှစ်ထပ်ပြုပါ။
- (2) ကိန်းနှစ်လုံးတို့၏ မြောက်လဒ်ကို နှစ်ဆပြုပါ။
- (3) ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းတွင် ပါဝင်သော ဒုတိယကိန်းကို နှစ်ထပ်ပြုပါ။

ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းဖြစ်သော $a - b$ ကို နှစ်ထပ်ပြုသော် ၎င်း၏မြောက်လဒ် မည်သို့ရရှိသည်ကို အောက်ဘက်တွင် ဖော်ပြထားသည်။ မြောက်ရာတွင် ကိန်းတစ်လုံးစီကို မည်ကဲ့သို့ရရှိကြောင်း သတိပြုလေ့လာပါ။

$$\begin{array}{r} a - b \\ a - b \\ \hline a^2 - ab \\ - ab + b^2 \\ \hline a^2 - 2ab + b^2 \end{array}$$

- (1) ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းတွင် ပါဝင်သော ပထမ ကိန်းကို နှစ်ထပ်ပြုပါ။
- (2) ကိန်းနှစ်လုံးတို့၏ မြောက်လမ်းကို နှစ်ဆပြုပါ။
- (3) ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းတွင် ပါဝင်သော ဒုတိယ ကိန်းကို နှစ်ထပ်ပြုပါ။
- ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းကို နှစ်ထပ်ပြုသောအခါတွင် နှစ်ထပ်ကိန်းပါ တြိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်း တစ်ခုကို ရရှိကြောင်း တွေ့ရမည်။

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

အထက်တွင်ဖော်ပြထားသော ဆက်သွယ်ချက်ကို သိရှိခြင်းအားဖြင့် ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်း တို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကို အရှည်မြောက်နည်းဖြင့် မမြောက်ဘဲ တွက်ချက်နိုင်ပေသည်။

- ဥပမာ (1)
- (a) $(c + 1)^2 = c^2 + 2c \times 1 + 1^2 = c^2 + 2c + 1$
- (b) $(2x + 5)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(5) + (5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$
- (c) $(6z^2 - w^3)^2 = (6z^2)^2 - 2(6z^2)(w^3) + (w^3)^2 = 36z^4 - 12z^2w^3 + w^6$
- (d) $(-r^2s + t^3)^2 = (t^3 - r^2s)^2 = (t^3)^2 - 2(t^3)(r^2s) + (r^2s)^2 = t^6 - 2t^3r^2s + r^4s^2$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.7)

အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

- | | | |
|----------------------|------------------|--------------------|
| 1. $(p - 7)^2$ | 2. $(3s - 2)^2$ | 3. $(6r + 5)^2$ |
| 4. $(2x - 3y)^2$ | 5. $(5z + 2u)^2$ | 6. $(xy - 1)^2$ |
| 7. $(2 + rs)^2$ | 8. $(x^2 + 2)^2$ | 9. $(2p^2 - 5q)^2$ |
| 10. $(u^2v^2 + 7)^2$ | | |

5.5 နှစ်ထပ်တိ တြိုင်နိမိယယ်ကိန်းတန်းကို ဆခွဲကိန်းခွဲခြင်း

အမြောက်ပုံသေနည်းတို့တွင်

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \text{တို့ကို သိရှိခဲ့ပြီး ဖြစ်သည်။}$$

အထက်ပါ ညီမျှခြင်းများကို အပြန်အလှန် ပြုခြင်းအားဖြင့် နှစ်ထပ်တိတြိုင်နိမိယယ်ကိန်းတန်းတို့၏ ဆခွဲကိန်းများကို ရရှိပေသည်။

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

အထက်မှ ညီမျှခြင်းတစ်ခုခုကို ဆခွဲကိန်းခွဲရန်အတွက် အသုံးမပြုမီ ဆခွဲကိန်းခွဲရန်ရှိသော ကိန်းတန်းသည် နှစ်ထပ်တိ တြိုင်နိမိယယ်ကိန်းတန်းဟုတ် မဟုတ် အောက်ပါအတိုင်း စစ်ဆေးနိုင်သည်။

- (1) ပထမကိန်းနှင့် တတိယကိန်းတို့သည် နှစ်ထပ်ကိန်းများဖြစ်ရမည်။ ထို့နောက် ၎င်းတို့သည် အပေါင်းကိန်းများသာလျှင် ဖြစ်ရမည်။
- (2) အလယ်ကိန်းသည် နှစ်ထပ်ကိန်းနှစ်ခုတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများ မြောက်လဒ်နှစ်ဆဖြစ်ရမည်။ ထို့နောက် နှစ်ထပ်တိတြိုင်နိမိယယ်ကိန်းတန်းကို ဆခွဲကိန်းခွဲရာတွင် အလယ်ကိန်းသည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်လျှင် ကိန်းတန်းသည် ကိန်းနှစ်လုံးပေါင်းခြင်း၏ နှစ်ထပ်ကိန်းဖြစ်၍ အလယ်ကိန်းသည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်လျှင် ကိန်းတန်းသည် ကိန်းနှစ်လုံး ခြားနားခြင်း၏ နှစ်ထပ်ကိန်းဖြစ်မည်။

ဥပမာ (1) $y^2 + 10y + 25$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$y^2 + 10y + 25$ တွင် ပထမကိန်း y^2 သည် y ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းဖြစ်၍ တတိယကိန်း 25 သည် 5^2 ဖြစ်သည်။ အလယ်ကိန်း 10y သည် y^2 နှင့် 5^2 တို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများဖြစ်သော y နှင့် 5 တို့၏ မြောက်လဒ်နှစ်ဆ $2 \times y \times 5$ ဖြစ်သည်။ အလယ်ကိန်းသည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သဖြင့် ၎င်း၏ဆခွဲကိန်းသည် ကိန်းနှစ်လုံးပေါင်းခြင်း၏ နှစ်ထပ်ကိန်းဖြစ်သည်။

$$\therefore y^2 + 10y + 25 = (y + 5)^2$$

ဥပမာ (2) $81r^2 - 198rs + 121s^2$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} & 81r^2 - 198rs + 121s^2 \\ &= (9r)^2 - 2(9r)(11s) + (11s)^2 \\ &= (9r - 11s)^2 \\ & \text{ချိန်ကိုက်ပုံ } (9r - 11s)^2 \\ &= (9r)^2 - 2(9r)(11s) + (11s)^2 \\ &= 81r^2 - 198rs + 121s^2 \end{aligned}$$

ဥပမာ (3) $1 + 16a^2 + 8a$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$1 + 16a^2 + 8a$ ကိန်းတန်းသည် အစီအစဉ်တကျ စီစဉ်ထားခြင်းမရှိသဖြင့် ဦးစွာပထမ ကိန်းတန်းတွင်ပါဝင်သောထပ်ညွှန်းတို့ကို ကြီးစဉ်ငယ်လိုက် (သို့မဟုတ်) ငယ်စဉ်ကြီးလိုက်စီစဉ်ရမည်။
အထက်ပါကိန်းတန်းမှ ထပ်ညွှန်းတို့ကို ကြီးစဉ်ငယ်လိုက် စီစဉ်သော်

$$\begin{aligned} 1 + 16a^2 + 8a &= 16a^2 + 8a + 1 \\ &= (4a)^2 + 2(4a)(1) + 1 \\ &= (4a + 1)^2 \end{aligned}$$

ဥပမာ (4) $18y^2 - 12y + 2$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} 18y^2 - 12y + 2 &= 2(9y^2 - 6y + 1) \\ &= 2(3y - 1)^2 \end{aligned}$$

ဥပမာ (5) $x^2 + 6x + 9 - y^2$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} x^2 + 6x + 9 - y^2 &= (x^2 + 6x + 9) - y^2 \\ &= (x + 3)^2 - y^2 \\ &= (x + 3 + y)(x + 3 - y) \\ &= (x + 3 + y)(x - y + 3) \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.8)

1. အောက်ပါတို့ကို ဆခွဲကိန်းခွဲ၍ အဖြေမှန် မမှန် ချိန်ကိုက်ပါ။

- | | |
|-------------------------------|----------------------------|
| (1) $t^2 - 8t + 16$ | (2) $s^2 + 12s + 36$ |
| (3) $25d^2 - 10d + 1$ | (4) $9u^2 + 6uv + v^2$ |
| (5) $81k^2 + 18kt + t^2$ | (6) $36 - 60q + 25q^2$ |
| (7) $16t^2 + 24tuv + 9u^2v^2$ | (8) $y^4 + 10y^2 + 25$ |
| (9) $z^2 + 18zab + 81a^2b^2$ | (10) $20ay^2 - 60ay + 45a$ |
| (11) $4p^2q + pq^2 + 4p^3$ | (12) $24x + 24x^2 + 6x^3$ |
| (13) $6a^4 - 12a^2b^2 + 6b^4$ | (14) $t^2 - 4t + 4 - s^2$ |
| (15) $a^2 - b^2 + 2b - 1$ | |

2. ပေးထားသော တြိုင်နိုမီယယ် ကိန်းတန်းတစ်ခုကို နှစ်ထပ်ကိန်းတိ ဖြစ်စေရန် k တန်ဖိုးသည် မည်မျှဖြစ်ရမည်နည်း။

- | | |
|----------------------|----------------------|
| (1) $y^2 - 6y + k$ | (2) $b^2 + kb + 25$ |
| (3) $kx^2 - 12x + 9$ | (4) $y^2 - 2ky + 81$ |

5.6 တိုင်နိုမီယယ် ကိန်းတစ်စုံကို ဖြန့်ဝေရ ဝုဏ်သတ္တိသုံး၍ မြှောက်ခြင်း

တိုင်နိုမီယယ် ကိန်းတစ်စုံဖြစ်သော $(ax + b)$ နှင့် $(cx + d)$ တို့၏ မြှောက်လဒ်ကို ဖြန့်ဝေရဝုဏ်သတ္တိ အသုံးပြု၍ အောက်ပါအတိုင်း ရှာနိုင်သည်။

ဥပမာ (1) $(2y + 3)(7y - 5)$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} & (2y + 3)(7y - 5) \\ &= 2y(7y - 5) + 3(7y - 5) \\ &= 14y^2 - 10y + 21y - 15 \\ &= 14y^2 + 11y - 15 \end{aligned}$$

ဒေါင်လိုက် မြှောက်ခြင်းဖြင့်လည်း အထက်ပါ အဖြေကို ရရှိနိုင်သည်။

$$\begin{array}{r} 7y - 5 \\ \times 2y + 3 \\ \hline 14y^2 - 10y \\ + 21y - 15 \\ \hline 14y^2 + 11y - 15 \end{array}$$

ဥပမာ (2) $(ax + b)(cx + d)$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} & (ax + b)(cx + d) \\ &= ax(cx + d) + b(cx + d) \\ &= acx^2 + adx + bcx + bd \\ &= acx^2 + (ad + bc)x + bd \end{aligned}$$

ဒေါင်လိုက်မြှောက်ခြင်းဖြင့်လည်း အထက်ပါ အဖြေကို ရရှိနိုင်သည်။

$$\begin{array}{r} cx + d \\ \times ax + b \\ \hline acx^2 + adx \\ + bcx + bd \\ \hline acx^2 + (ad + bc)x + bd \end{array}$$

ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းတစ်စုံဖြစ်သော $(ax + b)(cx + d)$ ကို မြှောက်ရာတွင် ရရှိမည့် ဩိုင်နိုမီယယ် ကိန်းတန်းမှ ကိန်းလုံးကို ရှာရန်မှာ

- (1) ဘိုင်နိုမီယယ် ကိန်းတန်း တစ်စုံမှ ပထမကိန်းအချင်းချင်း မြှောက်ပါ။
- (2) ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်း တစ်စုံမှ ပထမကိန်းကို ကျန်ကိန်းတန်းမှ နောက်ဆုံးကိန်း ဖြင့် မြှောက်ပါ။ ထို့နောက် ထိုမြှောက်လဒ်များကို ပေါင်းပါ။
- (3) ဘိုင်နိုမီယယ် ကိန်းတန်းတို့၏ နောက်ဆုံးကိန်းအချင်းချင်း မြှောက်ပါ။

ဩိုင်နိုမီယယ် ကိန်းတန်းဖြစ်သော $14y^2 + 11y - 15$ တွင် ပါရှိသည့် ကိန်းတစ်ခုစီတွင် အထူးအမည်များ ရှိကြသည်။ $14y^2$ တွင် မသိကိန်း y ၏ ထပ်ညွှန်းသည် နှစ်ထပ်ပါရှိသဖြင့် ၎င်းကို နှစ်ထပ်ကိန်းဟုလည်းကောင်း၊ $11y$ တွင် မသိကိန်း y ၏ ထပ်ညွှန်းသည် တစ်ထပ်သာလျှင် ပါသဖြင့် တစ်ထပ်ကိန်းဟုလည်းကောင်း၊ -15 ကို ကိန်းသေဟုလည်းကောင်း၊ အသီးသီးခေါ်သည်။ ထို့ပြင် နိုမီယယ်ကိန်းတန်းကို နှစ်ထပ်ကိန်းပါ ကိန်းတန်းဟုခေါ်သည်။ အဘယ်ကြောင့်ဆိုသော် ထိုကိန်းတန်း တွင်ပါဝင်သော မသိကိန်း y ၏ အမြင့်ဆုံးထပ်ညွှန်းအဆင့်သည် 2 ဖြစ်သောကြောင့် ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (5.9)

အောက်ပါမြောက်လဒ်တို့ကို ကိန်းတန်းအဖြစ် ပြောင်းပါ။

- | | |
|--------------------------------------|--|
| 1. $(x-2)(-x+3)$ | 2. $(-y+5)(y-3)$ |
| 3. $(-z-1)(-2z-3)$ | 4. $(-r-2)(-2r-5)$ |
| 5. $x(x+2)(x-1)$ | 6. $z(3z+2)(z-1)$ |
| 7. $2y(3y-1)(y+5)$ | 8. $5k^2(k+2)(2k-1)$ |
| 9. $(x+\frac{2}{3})(x-\frac{1}{3})$ | 10. $(z-\frac{2}{7})(z-\frac{3}{7})$ |
| 11. $(y+\frac{4}{5})(y-\frac{2}{5})$ | 12. $(\frac{3}{7}x+1)(\frac{2}{7}x-1)$ |

5.7 နှစ်ထပ်ကိန်းပါ ကိန်းတန်းတစ်ခုကို ဘိုင်နိုမီယယ်နှစ်ခု၏မြောက်လဒ်အဖြစ် ဆခွဲကိန်းခွဲခြင်း

ကိန်းပြည့်တစ်ခုကို ကိန်းပြည့်နှစ်ခု မြောက်လဒ်အဖြစ် မည်ကဲ့သို့ ဖော်ပြနိုင်သည်ကို ဦးစွာ လေ့လာမည်။

ဥပမာအားဖြင့် 30 ကို

$$30 = 1 \times 30 = 2 \times 15 = 3 \times 10 = 5 \times 6 \text{ ဟူ၍ အပေါင်းကိန်းပြည့်နှစ်ခု မြောက်လဒ်အဖြစ်}$$

လည်းကောင်း

$$30 = (-1) \times (-30) = (-2) \times (-15) = (-3) \times (-10) = (-5) \times (-6) \text{ ဟူ၍ အနုတ်ကိန်းပြည့်နှစ်ခု}$$

မြောက်လဒ်အဖြစ်လည်းကောင်း အမျိုးမျိုးဖော်ပြနိုင်သည်။

-30 ကို ကိန်းပြည့်နှစ်ခု မြောက်လဒ်အဖြစ် ဖော်ပြရာတွင်မူ ကိန်းပြည့်တစ်ခုသည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်၍ အခြားတစ်ခုသည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်ရမည်မှာ ထင်ရှားသည်။

ဖော်ပြနည်း အမျိုးမျိုးမှာ

$$-30 = 1 \times (-30) = (-1) \times 30 = 2 \times (-15) = (-2) \times 15$$

$$= (-3) \times 10 = 3 \times (-10) = 5 \times (-6) = (-5) \times 6$$

နှစ်ထပ်ကိန်းပါ ကိန်းတန်းများအနက် အချို့ကို ဘိုင်နိုမီယယ်နှစ်ခု၏ မြောက်လဒ်အဖြစ် ဆခွဲကိန်းခွဲနိုင်သည်။

ဥပမာ (1) $x^2 + 6x + 8$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

ကိန်းသေ 8 ကို ကိန်းပြည့်နှစ်ခု၏ မြောက်လဒ်အဖြစ် ဆခွဲကိန်းခွဲသော်

$$8 = 1 \times 8 = 2 \times 4 = (-1) \times (-8) = (-2) \times (-4) \text{ ဟု အမျိုးမျိုးဖော်ပြနိုင်သည်။ ၎င်းတို့အနက်}$$

2×4 တွင်ပါဝင်သော ကိန်းပြည့်နှစ်ခု၏ ပေါင်းလဒ်သည်

$$2 + 4 = 6 = \text{တစ်ထပ်ကိန်း၏ မြောက်ဖော်ကိန်းဖြစ်၏။ ပေးရင်းကိန်းတန်းတွင် } 6x \text{ ကို}$$

$2x + 4x$ ဖြင့် အစားသွင်းသော်

$$x^2 + 6x + 8 = \underbrace{x^2 + 2x} + \underbrace{4x + 8}$$

$$= x(x+2) + 4(x+2)$$

$$= (x+2)(x+4)$$

ဥပမာ (2) $y^2 - 9y + 18$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

ကိန်းသေ 18 ကို ကိန်းပြည့်နှစ်ခု၏ မြောက်လဒ်အဖြစ် ဆခွဲကိန်းခွဲသော်

$18 = 1 \times 18 = 2 \times 9 = 3 \times 6 = (-1) \times (-18) = (-2) \times (-9) = (-3) \times (-6)$ ဟုအမျိုးမျိုး ဖော်ပြနိုင်သည်။

၎င်းတို့အနက် $(-3) \times (-6)$ တွင် ပါဝင်သော ကိန်းပြည့်နှစ်ခု၏ ပေါင်းလဒ်သည်

$(-3) + (-6) = -9 =$ တစ်ထပ်ကိန်း၏ မြောက်ဖော်ကိန်းဖြစ်၏။ ပေးရင်းကိန်းတန်းတွင် $-9y$ ကို $-3y - 6y$ ဖြင့် အစားသွင်းသော်

$$y^2 - 9y + 18 = \underbrace{y^2 - 3y} - \underbrace{6y + 18}$$

$$= y(y - 3) - 6(y - 3)$$

$$= (y - 3)(y - 6)$$

ယေဘုယျအားဖြင့် နှစ်ထပ်ကိန်းပါ ကိန်းတန်း $x^2 + bx + c$ ကို စဉ်းစားပါ။ ဤကိန်းတန်း တွင် ကိန်းသေသည် c , တစ်ထပ်ကိန်း၏မြောက်ဖော်ကိန်းသည် b , နှစ်ထပ်ကိန်း၏ မြောက်ဖော်ကိန်း သည် 1 အသီးသီးဖြစ်သည်။

$r \times s = c$ မြောက်လဒ်ရှိသော ကိန်းပြည့်နှစ်ခု r နှင့် s တို့ကို $r + s = b$ ဖြစ်အောင် ရွေးနိုင် လျှင် ကိန်းတန်းကို အောက်ပါအတိုင်း ဆခွဲကိန်းခွဲနိုင်သည်။

$$x^2 + bx + c = x^2 + (r + s)x + rs$$

$$= x^2 + rx + sx + rs$$

$$= x(x + r) + s(x + r)$$

$$= (x + r)(x + s)$$

ဥပမာ (3) $z^2 + 3z - 10$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲနိုင်သည်။

မြောက်လဒ် 10 ဖြစ်သည့် ကိန်းပြည့်စုံတွဲများမှာ (1 နှင့် -10) (-1 နှင့် 10), (2 နှင့် -5), (-2 နှင့် 5) တို့ ဖြစ်သည်။

၎င်းတို့အနက် ပေါင်းလဒ် 3 ဖြစ်သော ကိန်းပြည့်စုံတွဲမှာ -2 နှင့် 5 ဖြစ်သည်။

$$3 = -2 + 5 \text{ ဖြစ်သဖြင့် } 3z = -2z + 5z$$

ပေးရင်းကိန်းတန်းတွင် $3z$ ကို $-2z + 5z$ ဖြင့် အစားသွင်းသော်

$$z^2 + 3z - 10 = z^2 - 2z + 5z - 10$$

$$= z(z - 2) + 5(z - 2)$$

$$= (z - 2)(z + 5)$$

ဥပမာ (4) $a^2 - 3a - 18$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

မြောက်လဒ် -18 ဖြစ်သည့် ကိန်းပြည့်စုံတွဲများမှာ (1 နှင့် -18), (-1 နှင့် 18), (2 နှင့် -9), (-2 နှင့် 9), (3 နှင့် -6), (-3 နှင့် 6) တို့ဖြစ်သည်။

၎င်းတို့အနက် ပေါင်းလဒ် -3 ဖြစ်သော ကိန်းပြည့်စုံတွဲမှာ 3 နှင့် -6 ဖြစ်သည်။

$$-3 = 3 + (-6) = 3 - 6 \text{ ဖြစ်သဖြင့် } -3a = 3a - 6a$$

ပေးရင်းကိန်းတန်းတွင် $-3a$ ကို $3a - 6a$ ဖြင့် အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned}
 a^2 - 3a - 18 &= \underbrace{a^2 + 3a}_{a(a+3)} - \underbrace{6a - 18}_{6(a-3)} \\
 &= a(a+3) - 6(a-3) \\
 &= (a+3)(a-6)
 \end{aligned}$$

ဤပုံစံမျိုးကို ကျောင်းသားကိုယ်တိုင် အထက်ဥပမာ (3) နှင့် (4) အတိုင်း အတော်များများ တွက်ပြီးသည့်နောက်ပိုင်းတွင် လိုအပ်သော ကိန်းပြည့်နှစ်ခုကို စိတ်တွက်ဖြင့်ရှာပြီး တွက်နည်းကို အောက်ပါအတိုင်းရေးနိုင်သည်။

ဥပမာ (5) $a^2 - 3a - 10$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

[စိတ်တွက်]

[မြောက်လဒ်သည် - 10 ဖြစ်သည့်အပြင် ပေါင်းလဒ်သည် -3 ဖြစ်သော ကိန်းပြည့်နှစ်ခု မှာ -5 နှင့် 2 ဖြစ်သည်။]

$$\begin{aligned}
 a^2 - 3a - 10 &= a^2 - 5a + 2a - 10 \\
 &= a(a-5) + 2(a-5) \\
 &= (a-5)(a+2)
 \end{aligned}$$

ဥပမာ (6) $x^2 + kx + 15$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲနိုင်ရန်အတွက် ကိန်းပြည့်တန်ဖိုးများကို ရှာပါ။

15 ကို ကိန်းပြည့်နှစ်ခု မြောက်လဒ်အဖြစ် အောက်ပါအတိုင်း ရှာနိုင်သည်။

$$1 \times 15, 3 \times 5, (-1) \times (-15), (-3) \times (-5)$$

ထို့ကြောင့် k အတွက် ကိန်းပြည့်တန်ဖိုးများမှာ 16, 8, -16, -8

ဥပမာ (7) $(x-y)^2 - 3(x-y) + 2$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$(x-y)^2 - 3(x-y) + 2$ မှ $x-y = p$ ဟု ထားပါက $p^2 - 3p + 2$ ရမည်။

$$\begin{aligned}
 p^2 - 3p + 2 &= p^2 - 2p - p + 2 \\
 &= p(p-2) - (p-2) \\
 &= (p-2)(p-1)
 \end{aligned}$$

ထို့နောက် $p = x-y$ ကို အစားသွင်းသော်

$$(x-y)^2 - 3(x-y) + 2 = (x-y-2)(x-y-1)$$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.10)

1. အောက်ပါတို့ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။ ထို့နောက် ဆခွဲကိန်းများကို မြောက်ခြင်းဖြင့် အဖြေမှန် မမှန် ပြန်လည်ချိန်ကိုက်ပါ။

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| (1) $t^2 + 7t + 6$ | (2) $b^2 - 7b + 12$ |
| (3) $b^2 + 5b - 6$ | (4) $y^2 - 4y - 5$ |
| (5) $k^2 + k - 12$ | (6) $v^2 - 3v - 18$ |
| (7) $t^2 + 5t - 24$ | (8) $y^2 - 2y - 63$ |
| (9) $c^2 - c - 42$ | (10) $z^2 + 5z - 50$ |
| (11) $21 + 10d + d^2$ | (12) $48 - 14y + y^2$ |
| (13) $r^2 + 8rs + 15s^2$ | (14) $x^2 - 21xy + 20y^2$ |
| (15) $p^2 - 5pq - 24q^2$ | (16) $r^2 - 10rs - 24s^2$ |
| (17) $x^2 - 9xy - 36y^2$ | |

2. ပေးထားသောနှစ်ထပ်ကိန်းပါကိန်းတန်းကို ဘိုင်နိုမီယယ်နှစ်ခု၏ မြောက်လဒ်အဖြစ် ဆခွဲကိန်းခွဲနိုင်ရန် k အတွက် ကိန်းပြည့်တန်ဖိုးများကို ရှာပါ။
(k တန်ဖိုးကို အပေါင်းတန်ဖိုးများဖြင့်သာ ဖော်ပြပါ)

- | | |
|---------------------|---------------------|
| (1) $y^2 + ky + 10$ | (2) $x^2 + kx + 20$ |
| (3) $x^2 + kx - 10$ | (4) $r^2 + kr - 24$ |
| (5) $r^2 + kt - 15$ | (6) $z^2 + 3z - k$ |
| (7) $y^2 + 6y + k$ | |

3. အောက်ပါကိန်းတန်းတို့ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

- (1) $(x - 3)^2 + 6(x - 3) + 8$
- (2) $(5 - y)^2 + 3(5 - y) + 2$
- (3) $(s + t)^2 - 5(s + t) - 66$
- (4) $(y - 2)^2 + 4(y - 2) - 45$
- (5) $(3 - z)^2 - 2(3 - z) - 35$

5.8 နှစ်ထပ်ကိန်းပါ ကိန်းတန်းများကို ဆခွဲကိန်းခွဲရန်အတွက် ယေဘုယျနည်း

ပြီးခဲ့သောအခန်းတွင် စဉ်းစားခဲ့သည့် နှစ်ထပ်ကိန်းပါကိန်းတန်းများ အားလုံးတွင်နှစ်ထပ်ကိန်း၏ မြောက်ဖော်ကိန်းသည် 1 ဖြစ်ကြောင်းသတိမို့မေ့မိပါ။ နှစ်ထပ်ကိန်း၏မြောက်ဖော်ကိန်းသည် 1 မဟုတ်သော နှစ်ထပ်ကိန်းပါ ကိန်းတန်းအချို့ကိုလည်း အထက်ပါနည်းသဘောမျိုးဖြင့်ပင် ဆခွဲကိန်းခွဲနိုင်သည်။ ယခင်နည်းနှင့် ကွာခြားသည်မှာ မြောက်လဒ် $r \times s$ သည် ကိန်းသေ c နှင့် တူညီသော ကိန်းပြည့်စုံတွဲများကို r, s စဉ်းစားသည့်အစား၊ မြောက်လဒ် $r \times s$ သည် ကိန်းသေ $c \times$ နှစ်ထပ်ကိန်း၏ မြောက်ဖော်ကိန်းနှင့် တူညီသော ကိန်းပြည့်စုံတွဲ r, s များကို စဉ်းစားရသည်။

ဥပမာ (1) $2x^2 - 7x + 6$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

ကိန်းသေ = 6

နှစ်ထပ်ကိန်း၏ မြောက်ဖော်ကိန်း = 2

ကိန်းသေ \times နှစ်ထပ်ကိန်း၏ မြောက်ဖော်ကိန်း = 6×2
= 12

မြောက်လဒ် 12 ဖြစ်သော ကိန်းပြည့်စုံတွဲများမှာ

1 နှင့် 12, 2 နှင့် 6, 3 နှင့် 4, (-1) နှင့် (-12), (-2) နှင့် (-6), (-3) နှင့် (-4) တို့ဖြစ်သည်။

၎င်းတို့အနက် ပေါင်းလဒ် -7 ဖြစ်သော ကိန်းပြည့်စုံတွဲမှာ -3 နှင့် -4 ဖြစ်သည်။

$-7 = -3 - 4$ ဖြစ်သဖြင့် $-7x = -3x - 4x$

ပေးရင်းကိန်းတန်းတွင် $-7x$ ကို $-3x - 4x$ ဖြင့် အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned} 2x^2 - 7x + 6 &= 2x^2 - 3x - 4x - 6 \\ &= x(2x - 3) - 2(2x - 3) \\ &= (2x - 3)(x - 2) \end{aligned}$$

ဥပမာ (2) $6y^2 + 5y - 6$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

ကိန်းသေ = -6

နှစ်ထပ်ကိန်း၏ မြောက်ဖော်ကိန်း = 6

ကိန်းသေ \times နှစ်ထပ်ကိန်း၏ မြောက်ဖော်ကိန်း = -6×6
= -36

မြောက်လဒ် -36 ဖြစ်သော ကိန်းပြည့်စုံတွဲများမှာ

1 နှင့် (-36), 2 နှင့် (-18), 3 နှင့် (-12), 4 နှင့် (-9), 6 နှင့် (-6), (-1) နှင့် 36, (-2) နှင့် 18, (-3) နှင့် 12, (-4) နှင့် 9 တို့ဖြစ်သည်။ ၎င်းတို့အနက် ပေါင်းလဒ် 5 ဖြစ်သော ကိန်းပြည့်စုံတွဲမှာ -4 နှင့် 9 ဖြစ်သည်။

$5 = -4 + 9$ ဖြစ်သဖြင့် $5y = -4y + 9y$

ပေးရင်းကိန်းတန်းတွင် $5y$ ကို $-4y + 9y$ ဖြင့် အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned} 6y^2 + 5y - 6 &= 6y^2 - 4y + 9y - 6 \\ &= 2y(3y - 2) + 3(3y - 2) \\ &= (3y - 2)(2y + 3) \end{aligned}$$

ဥပမာ (3) $4x^2 - 11x + 6$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

ကိန်းသေ \times နှစ်ထပ်ကိန်း၏ မြောက်ဖော်ကိန်း = 6×4
= 24

မြောက်လဒ်သည် 24 ဖြစ်သည့် အပြင်ပေါင်းလဒ်သည် -11 ဖြစ်သော ကိန်းပြည့်နှစ်ခုမှာ -8 နှင့် -3 ဖြစ်သည်။

$$\begin{aligned} 4x^2 - 11x + 6 &= 4x^2 - 8x - 3x + 6 \\ &= 4x(x - 2) - 3(x - 2) \\ &= (x - 2)(4x - 3) \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.11)

အောက်ပါကိန်းတန်းတစ်ခုစီကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။ ထို့နောက် အဖြေ မှန် မမှန် ချိန်ကိုက်ပါ။

- | | |
|---------------------------|------------------------|
| 1. $2z^2 + 5z + 3$ | 2. $3k^2 + 8k + 5$ |
| 3. $6s^2 - 11s - 2$ | 4. $6x^2 - 13x - 5$ |
| 5. $4k^2 + 4k - 15$ | 6. $7x^2 + 9x + 2$ |
| 7. $2y^2 - 9y - 5$ | 8. $8r^2 + 2r - 3$ |
| 9. $3b^2 - 17ab - 6a^2$ | 10. $8y^2 - 27y - 20$ |
| 11. $18z^2 - 19z - 12$ | 12. $23v^2 - 13v - 36$ |
| 13. $6a^2 - 47ab - 63b^3$ | |

5.9 ကိန်းနှစ်လုံးပေါင်းခြင်းပါသော ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်း၏ သုံးထပ်ကိန်း ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်း $x + y$ ၏ သုံးထပ်ကို အောက်ပါအတိုင်း ရှာဖွေနိုင်သည်။

$$\begin{aligned} (x + y)^3 &= (x + y)(x + y)(x + y) \\ &= (x + y)(x + y)^2 \\ &= (x + y)(x^2 + 2xy + y^2) \end{aligned}$$

$$= x^3 + 2x^2y + xy^2 + x^2y + 2xy^2 + y^3$$

$$= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$\therefore (x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

အထက်ပါပုံသေနည်းကို အောက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြနိုင်သည်။

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$= x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$$

$$\therefore (x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$$

ဥပမာ (1) $(x + 1)^3$ ကိုရှင်းပါ။

$$(x + 1)^3 = x^3 + 3x^2 \times 1 + 3x \times 1^2 + 1^3$$

$$= x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

ဥပမာ (2) $(2x + 3y)^3$ ကို ရှင်းပါ။

$$(2x + 3y)^3 = (2x)^3 + 3(2x)^2(3y) + 3(2x)(3y)^2 + (3y)^3$$

$$= 8x^3 + 3 \times 4x^2 \times 3y + 3 \times 2x \times 9y^2 + 27y^3$$

$$= 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.12)

ပေးထားသော ကိန်းတန်းတို့၏ သုံးထပ်ကိန်းတို့ကိုရှာပါ။

- | | | |
|----------------------|------------------------|----------------------|
| 1. $a + b$ | 2. $a + 2b$ | 3. $x + 2y$ |
| 4. $3x + 5y$ | 5. $3x + 2$ | 6. $3x^2 + 4y^2$ |
| 7. $x + \frac{1}{x}$ | 8. $3a + \frac{1}{3a}$ | 9. $\frac{x}{2} + 1$ |

5.10 ကိန်းနှစ်လုံးခြားနားခြင်းပါသော ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်း၏ သုံးထပ်ကိန်း

$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ ဖြစ်ကြောင်း သိရှိခဲ့ပြီဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် $x - y$ ၏သုံးထပ်ကိန်းကို အောက်ပါအတိုင်း လွယ်ကူစွာ ရှာဖွေနိုင်သည်။

$$(x - y)^3 = (x - y)(x - y)^2$$

$$= (x - y)(x^2 - 2xy + y^2)$$

$$= x^3 - 2x^2y + xy^2 - yx^2 + 2xy^2 - y^3$$

$$= x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$\therefore (x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

အထက်ပါပုံသေနည်းကို အောက်ပါအတိုင်းလည်း ဖော်ပြနိုင်သည်။

$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$= x^3 - y^3 + 3xy(x - y)$$

$$(x - y)^3 = x^3 - y^3 - 3xy(x - y)$$

ဥပမာ (1) $(2a - 3b)$ ၏ သုံးထပ်ကိန်းကိုရှာပါ။

$$\begin{aligned} (2a - 3b)^3 &= (2a)^3 - 3 \times (2a)^2 \times (3b) + 3 (2a) \times (3b)^2 - (3b)^3 \\ &= 8a^3 - 3 \times 4a^2 \times 3b + 3 \times 2a \times 9b^2 - 27b^3 \\ &= 8a^3 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3 \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.13)

အောက်ပါကိန်းတန်းတို့၏ သုံးထပ်ကိန်းတို့ကို ရှာပါ။

1. $a - b$ 2. $8x - 1$ 3. $2x - 3z$

4. $x^2 - 3$ 5. $2y - \frac{1}{2y}$ 6. $x^2 - 6y^2$

7. $\frac{x}{3} - 1$ 8. $xy - z$ 9. $y - \frac{3}{y}$

5.11 သုံးထပ်ကိန်းနှစ်ခု၏ ပေါင်းခြင်းနှင့်ခြားနားခြင်းကိုဖြစ်စေသည့် ကိန်းတန်းတို့၏ မြောက်လဒ်များ

$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$ ကို သိရှိခဲ့ရပြီးဖြစ်သည်။ ၎င်းကိန်းနှစ်လုံးပေါင်းခြင်းနှင့်ခြားနားခြင်း မြောက်လဒ်ကို အက္ခရာကိန်းတန်းများတွင် မကြာခဏတွေ့ရှိ၍ အသုံးပြုခဲ့ကြောင်း သိရှိခဲ့ရသည်။ ထိုနည်းတူပင် အောက်ပါမြောက်လဒ်ကိုလည်း သတိပြုကြည့်ရှုပါ။

$$\begin{aligned} (x + y) \times (x^2 - xy + y^2) &= x^3 - x^2y + xy^2 + yx^2 - xy^2 + y^3 \\ &= x^3 + y^3 \end{aligned}$$

$$\therefore (x + y)(x^2 - xy + y^2) = x^3 + y^3$$

သတိပြုမှတ်သားရန်မှာ မြောက်လဒ်သည် သုံးထပ်ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းထားခြင်းဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။

ဆက်လက်၍ $(x - y)$ နှင့် $(x^2 + xy + y^2)$ ၏ မြောက်လဒ်ကို ရှာမည်။

$$\begin{aligned} (x - y) \times (x^2 + xy + y^2) &= x^3 + x^2y + xy^2 - yx^2 - xy^2 + y^3 \\ &= x^3 - y^3 \end{aligned}$$

$$\therefore (x - y)(x^2 + xy + y^2) = x^3 - y^3$$

မှတ်သားရန်မှာ မြောက်လဒ်သည် သုံးထပ်ကိန်းနှစ်ခု ခြားနားခြင်းဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရမည်။

ဥပမာ (1) $(x + 1)(x^2 - x + 1)$ ၏ မြောက်လဒ်ကိုရှာပါ။

$$(x + 1)(x^2 - x + 1) = x^3 + 1^3 = x^3 + 1$$

ဥပမာ (2) $(2a + 3b)(4a^2 - 6ab + 9b^2)$ ၏ မြောက်လဒ်ကို ရှာပါ။

ဒုတိယဆခွဲကိန်း

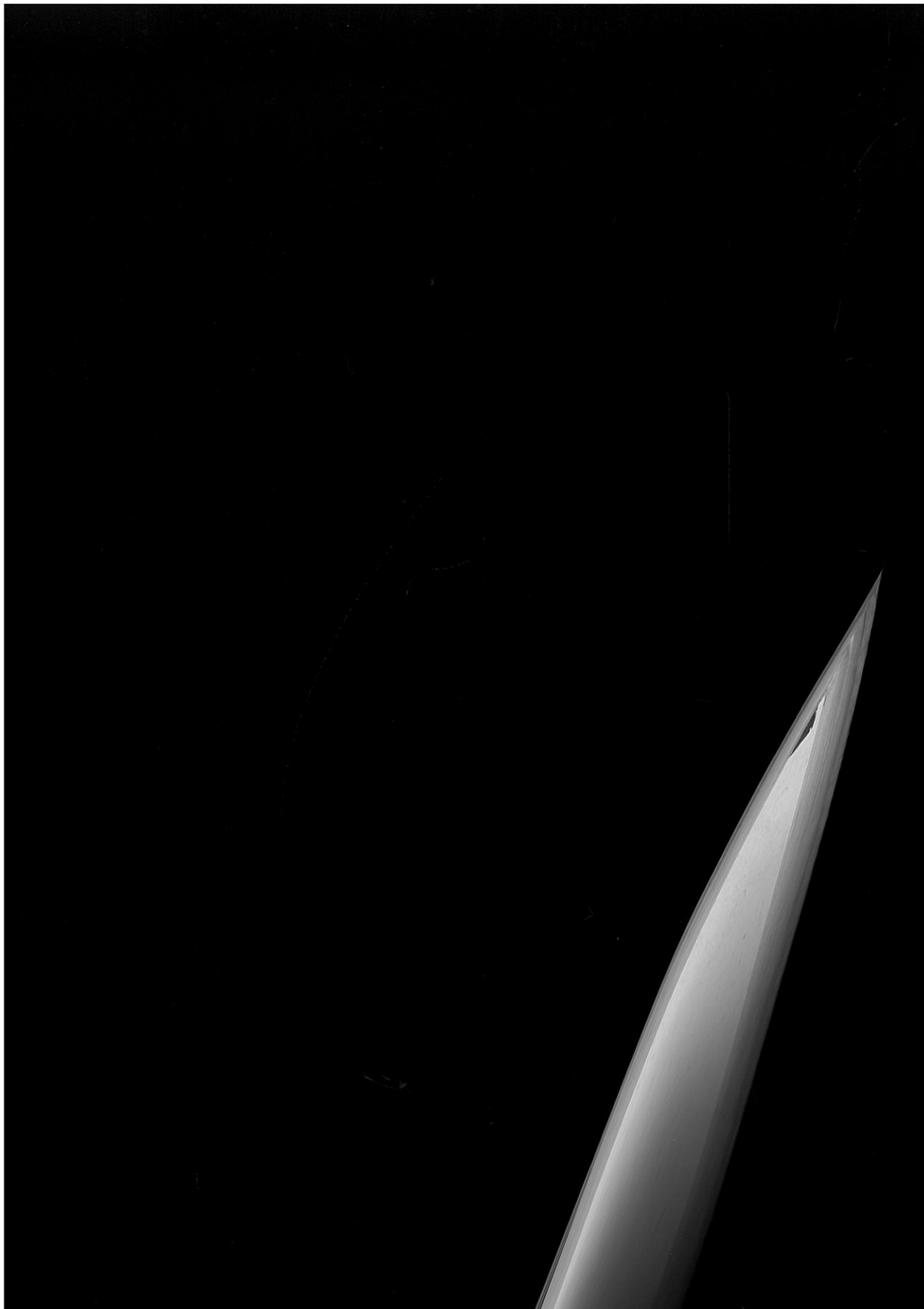
$$4a^2 - 6ab + 9b^2 = (2a)^2 - (2a)(3b) + (3b)^2$$

$\therefore (2a + 3b)[(2a)^2 - (2a)(3b) + (3b)^2]$ ကို

$(x + y)(x^2 - xy + y^2)$ နှင့် နှိုင်းယှဉ်သော်

$x = 2a, y = 3b$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရှိရမည်။

$$\begin{aligned} \therefore (2a + 3b)(4a^2 - 6ab + 9b^2) &= (2a)^3 + (3b)^3 \\ &= 8a^3 + 27b^3 \end{aligned}$$



ဥပမာ (3) $a^2 + ab$ နှင့် $ab + b^2$ တို့၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကို ရှာပါ။

$$a^2 + ab = a(a + b)$$

$$ab + b^2 = b(a + b)$$

အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းသည် $(a + b)$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (4) $a^2 + a - 6$, $a^2 + 2a - 8$, $2a^2 - 5a + 2$ တို့၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကို ရှာပါ။

$$a^2 + a - 6 = (a + 3)(a - 2)$$

$$a^2 + 2a - 8 = (a + 4)(a - 2)$$

$$2a^2 - 5a + 2 = (2a + 1)(a - 2)$$

အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းသည် $(a - 2)$ ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (5.15)

အောက်ပါတို့၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကို ရှာပါ။

1. a^2, a^3, a^4

2. m^2n^3, m^3n^2, m^4n^4

3. $6a^2b, 9ac^2b^4$

4. $4a^2b, 20b^2d, 28abd$

5. $7a - 14, 4a - 8$

6. $a^2 + 3ab, ab + 3a^2$

7. $a^3 - ab^2, ab^2 + b^3$

8. $ab^2(a + b), a^2b(a + b)^2$

9. $a^2 - 1, (a - 1)^2$

10. $a^3 - ab^2, a^2 - 2ab + b^2$

11. $a^2 + 3a - 4, a^2 - a - 20$

12. $m^2 + 3m + 2, m^2 + 7m + 6$

13. $5a + 10, a^2 - 2a - 8$

14. $m^2 - 11m + 30, m^2 - 2m - 15$

15. $d^2 - 16, d^2 - 8d + 16$

5.13 အငယ်ဆုံးဘုံ ဆတိုးကိန်း

15, 25, 20 တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို ရှာရာ၌ ထိုကိန်းတို့ဖြင့်စားလျှင် ပြတ်သော အငယ်ဆုံးကိန်းကို ရှာခြင်းဖြစ်၍ အောက်ပါအတိုင်း ရှာနိုင်ကြောင်း သိခဲ့ကြပြီ။

$$15 = 3 \times 5$$

$$25 = 5^2$$

$$20 = 4 \times 5$$

15, 25, 20 တို့ဖြင့်စားလျှင် ပြတ်သောကိန်းများအနက် အငယ်ဆုံးကိန်းသည် $5^2 \times 3 \times 4$ ဖြစ်သည်။

$$\therefore \text{အငယ်ဆုံး ဘုံဆတိုးကိန်း} = 5^2 \times 3 \times 4 = 300$$

အကွရာကိန်းများ၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းသည် ကိန်းများ၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း ရှာနည်းအတိုင်းပင် ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (1) a^2b^2 နှင့် a^2b တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို ရှာပါ။

$$a^2b^2 = a^2 \times b^2$$

$$a^2b = a^2 \times b$$

$$\therefore \text{အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း} = a^2 \times b^2 = a^2b^2$$

ဥပမာ (2) $2a^2b$, $3b^2c$, $6ac^2$ တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို ရှာပါ။

$$2a^2b = 2 \times a^2 \times b$$

$$3b^2c = 3 \times b^2 \times c$$

$$6ac^2 = 2 \times 3 \times a \times c^2$$

$$\therefore \text{အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း} = 2 \times 3 \times a^2 \times b^2 \times c^2 = 6a^2b^2c^2$$

ဥပမာ (3) a^3 , a^2 , a တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို ရှာပါ။

ထိုကိန်းသုံးခုစလုံးဖြင့် စား၍ပြတ်သော ကိန်းအငယ်ဆုံးသည် a^3 ဖြစ်၏။

$$\therefore \text{အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း} = a^3$$

ဥပမာ (4) $(a+3)$, $(a+1)$, $(a+2)$ တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို ရှာပါ။

$$(a+3) = 1 \times (a+3)$$

$$(a+1) = 1 \times (a+1)$$

$$(a+2) = 1 \times (a+2)$$

$$\therefore \text{အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း} = (a+3)(a+1)(a+2)$$

(ကွင်းများရှင်းရန်မလို။)

ဥပမာ (5) $ab^2 - 2abc + ac^2$, $mb^2 - mc^2$ တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို ရှာပါ။

$$ab^2 - 2abc + ac^2 = a(b^2 - 2bc + c^2)$$

$$= a(b-c)(b-c)$$

$$mb^2 - mc^2 = m(b^2 - c^2)$$

$$= m(b-c)(b+c)$$

$$\therefore \text{အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း} = am(b-c)(b-c)(b+c)$$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.16)

အောက်ပါတို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို ရှာပါ။

1. a, bc, ac

2. $2a, 3a^2, 4a^3$

3. a, b, c

4. ab, cd, mn

5. $2a^2b, 3ab^2$

6. $2a^2bc, 3ab^2c, 4abc^2$

7. $3a^2b^3c^4, 9a^3b^2c^3$

8. $a+b, a^2-b^2, a^2+2ab+b^2$

9. $a^2-b^2, a-b$

10. $a^2-b^2, (a-b)^2, (a+b)^2$

11. a^2b-ab^2, a^3b-ab^3

12. a^2+3a, a^2+4a+3

13. $m+1, m-1$

14. m^2-25, m^2-5m, m^2+5m

15. $a^2-2ab+b^2, a^2-b^2$

16. $a^2-7ab+12b^2, a^2-ab-12b^2$

အခန်း (6)
အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများ

6.1 အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများ၏ အဓိပ္ပာယ် ရာရှင်နယ်ကိန်းများနှင့် အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများကို အပေါင်း၊ အနှုတ်၊ ပေးမြှောက်၊ အစားစသော အခြေခံလုပ်ထုံးများသုံး၍ ဆက်စပ်တည်ဆောက်ထားသော အောက်ပါအက္ခရာကိန်းတန်းအချို့ကို လေ့လာကြည့်ပါစို့။

- ဥပမာ (a) $\frac{4x}{7}$
 (b) $\frac{3x^2}{16}$
 (c) $\frac{x+1}{2x-3}$
 (d) $\frac{\frac{3}{5}x^2 + xy - 4}{x^3 + y}$

ဤကဲ့သို့သော အက္ခရာကိန်းဖော်ပြချက်များကို အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများဟု ခေါ်သည်။ အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများ တွက်ချက်ရာတွင် ဂဏန်းသင်္ချာကိန်းများ အသုံးပြုသော နည်းပုံများကိုပင် အသုံးပြုသည်။ အက္ခရာအပိုင်းတစ်ခု၏ ပိုင်းဝေနှင့်ပိုင်းခြေတို့ကို သုညမဟုတ်သည့် တန်ဖိုးတူကိန်းနှင့် မြှောက်သည်ဖြစ်စေ၊ စားသည်ဖြစ်စေ မူလအပိုင်းကိန်းတန်ဖိုးမှာ မပြောင်းလဲချေ။

ဥပမာ (1) $\frac{4}{5} = \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{8}{10}$

(2) $\frac{6}{21} = \frac{6 \div 3}{21 \div 3} = \frac{2}{7}$

ထိုနည်းတူစွာပင် အက္ခရာသင်္ချာ၌

(3) $\frac{x}{y} = \frac{x \times a}{y \times a} = \frac{ax}{ay}$

(4) $\frac{2x}{2x+4} = \frac{2x \div 2}{[2(x+2)] \div 2} = \frac{x}{x+2}$

(5) $\frac{p+q}{3} = \frac{(p+q) \times 3}{3 \times 3} = \frac{3(p+q)}{9}$

လေ့ကျင့်ခန်း (6.1)

အောက်ပါအပိုင်းကိန်းတို့တွင် လိုအပ်သောနေရာများ၌ ဖြည့်စွက်၍ ရေးပါ။

(1) $\frac{a}{4} = \frac{(\quad)}{8}$

(2) $\frac{an}{ax} = \frac{n}{(\quad)}$

(3) $\frac{3a}{5b} = \frac{(\quad)}{20ab}$

(4) $\frac{2xy}{14x^2} = \frac{y}{(\quad)}$

(5) $\frac{a^2bc}{2ab^2c} = \frac{(\quad)}{2b}$

(6) $\frac{n+2}{7} = \frac{(\quad)}{21}$

(7) $\frac{a-1}{5} = \frac{(\quad)}{15}$

(8) $\frac{2x+6}{14} = \frac{(\quad)}{28}$

(9) $\frac{x+5}{8} = \frac{(\quad)}{24}$

(10) $\frac{15}{3x-12} = \frac{45}{(\quad)}$

(11) $\frac{x+2}{5} = \frac{3x+6}{(\quad)}$

(12) $\frac{3}{a-7} = \frac{(\quad)}{4a-28}$

(13) $\frac{n+2}{5x} = \frac{6n+12}{(\quad)}$

(14) $\frac{5x+20}{15n} = \frac{(\quad)}{3n}$

(15) $\frac{4n}{2an-10n} = \frac{(\quad)}{a-5}$

6.2 အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများကို အငယ်ဆုံးအပိုင်းကိန်းများဖြစ်အောင် ဖွဲ့ခြင်း

၀ဏန်းသင်္ချာ၌ $\frac{14}{20}$ ကို အငယ်ဆုံးအပိုင်းကိန်းဖွဲ့သော် အောက်ပါအတိုင်းရ၏။

$$\frac{14}{20} = \frac{7 \times 2}{10 \times 2} = \frac{7}{10} \times \frac{2}{2} = \frac{7}{10} \times 1 = \frac{7}{10}$$

ထိုနည်းတူစွာအက္ခရာအပိုင်းကိန်းတစ်ခုကိုအငယ်ဆုံးအပိုင်းကိန်းဖြစ်အောင်ဖွဲ့လိုသော်ပိုင်းဝေ နှင့်ပိုင်းခြေ နှစ်ခုစလုံးကို ကိန်းတူဖြင့်စားရသည်။

ဥပမာ (1) $\frac{6b}{9a}$ ကို အငယ်ဆုံး အပိုင်းကိန်းဖွဲ့ပါ။

$$\frac{6b}{9a} = \frac{3 \times 2 \times b}{3 \times 3 \times a} = \frac{2b}{3a}, a \neq 0$$

ဥပမာ (2) $\frac{2a^2b}{4a}$ ကို အငယ်ဆုံး အပိုင်းကိန်းဖွဲ့ပါ။

$$\frac{2a^2b}{4a} = \frac{2a \times a \times b}{2a \times 2} = \frac{ab}{2}$$

ဥပမာ (3) $\frac{-2x-12}{4}$ ကို အငယ်ဆုံး အပိုင်းကိန်းဖွဲ့ပါ။

$$\begin{aligned} \frac{-2x-12}{4} &= \frac{-2(x+6)}{2 \times 2} \\ &= \frac{2(-1)(x+6)}{2 \times 2} \\ &= \frac{(-1)(x+6)}{2} \\ &= \frac{-x-6}{2} \end{aligned}$$

မှတ်ချက်။ $\frac{(-1)(x+6)}{2}$ ကို $\frac{-x-6}{2}$ ဟူ၍လည်းကောင်း

$\frac{-x-6}{2}$ ဟူ၍လည်းကောင်း ရေးနိုင်သည်။

အပိုင်းကိန်းတစ်ခုရှိ ပိုင်းဝေ (သို့မဟုတ်) ပိုင်းခြေတစ်ခုခုသည် အနုတ်လက္ခဏာဖြစ်လျှင် အပိုင်းကိန်းတစ်ခုလုံးသည် အနုတ်လက္ခဏာဖြစ်သည်။

ဥပမာ (4) $\frac{14k^2+7k}{14k}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} \frac{14k^2+7k}{14k} &= \frac{7k(2k+1)}{14k} \\ &= \frac{2k+1}{2} \end{aligned}$$

ဥပမာ (5) $\frac{2x-6}{x^2+x-12}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} \frac{2x-6}{x^2+x-12} &= \frac{2(x-3)}{(x+4)(x-3)} \\ &= \frac{2}{x+4} \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (6.2)

1. အောက်ပါတို့ကို အငယ်ဆုံးအပိုင်းကိန်းဖြစ်အောင် ဖွဲ့ပါ။

(1) $\frac{7x}{14}$

(2) $\frac{-12t}{6t}$

(3) $\frac{18st}{-27t}$

(4) $\frac{-2(r+s)}{4}$

(5) $\frac{-2(r+s)}{-4}$

(6) $\frac{-7bc+14c}{21c}$

(7) $\frac{a^2-3ab}{a}$

(8) $\frac{18a^2-12a^3}{6a}$

(9) $\frac{2pq}{6pr+2pq}$

$$(10) \frac{x+y}{7x+7y}$$

$$(11) \frac{x+2}{x^2+3x+2}$$

$$(12) \frac{x^2-5xy+6y^2}{x^2-4y^2}$$

2. အောက်ပါဖော်ပြချက်များသည် မှန်သည်(သို့မဟုတ်)မှားသည်ကို ဖော်ပြပါ။

$$(1) \frac{px}{qx} = \frac{p}{q}$$

$$(2) \frac{x+2}{2+x} = 1$$

$$(3) \frac{x+2}{2x+4} = \frac{1}{2}$$

$$(4) \frac{x-2}{2-x} = 1$$

$$(5) \frac{2p+4q+6r}{3p+6q+9r} = \frac{2}{3}$$

6.3 .. အက္ခရာအပိုင်းကိန်းအချင်းချင်း အပေါင်းနှင့်အနှုတ်

$\frac{2}{5} + \frac{1}{4}$ ကို ရှင်းရာ၌ အပိုင်းကိန်းအသီးသီးရှိ ပိုင်းခြေများမတူကြသဖြင့် ပိုင်းခြေ 5 နှင့် 4 တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း 20 ကို ပထမဦးစွာရှာရသည်။ ထို့နောက် အပိုင်းကိန်းများ၏ ပိုင်းစေ အသီးသီးကို လိုအပ်သလိုပြုပြင်ပြီးမှ ပေါင်းနိုင်၊ နုတ်နိုင်သည်။

$$\begin{aligned} \therefore \frac{2}{5} + \frac{1}{4} &= \frac{(2 \times 4) + (1 \times 5)}{20} \\ &= \frac{8+5}{20} \\ &= \frac{13}{20} \end{aligned}$$

ထိုနည်းတူစွာ အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများ ပေါင်းနုတ်ရာတွင် ဤနည်းအတိုင်းပြုလုပ်ရသည်။

ဥပမာ (1) $\frac{x}{7} - \frac{2y}{7}$ ကို ရှင်းပါ။

အပိုင်းကိန်းများရှိ ပိုင်းခြေများတူညီနေကြသဖြင့် တိုက်ရိုက်နုတ်နိုင်သည်။

$$\frac{x}{7} - \frac{2y}{7} = \frac{x-2y}{7}$$

ဥပမာ (2) $\frac{a+2b}{5} - \frac{2a+b}{10}$ ကို ရှင်းပါ။

ပိုင်းခြေ 5 နှင့် 10 တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းမှာ 10 ဖြစ်၏

$$\begin{aligned} \frac{a+2b}{5} - \frac{2a+b}{10} &= \frac{2(a+2b) - (2a+b)}{10} \\ &= \frac{2a+4b-2a-b}{10} \\ &= \frac{3b}{10} \end{aligned}$$

ဥပမာ (3) $a^2 + ab$ နှင့် $ab + b^2$ တို့၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကို ရှာပါ။

$$a^2 + ab = a(a + b)$$

$$ab + b^2 = b(a + b)$$

အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းသည် $(a + b)$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (4) $a^2 + a - 6$, $a^2 + 2a - 8$, $2a^2 - 5a + 2$ တို့၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကို ရှာပါ။

$$a^2 + a - 6 = (a + 3)(a - 2)$$

$$a^2 + 2a - 8 = (a + 4)(a - 2)$$

$$2a^2 - 5a + 2 = (2a + 1)(a - 2)$$

အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းသည် $(a - 2)$ ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (5.15)

အောက်ပါတို့၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကို ရှာပါ။

- | | |
|----------------------------------|-------------------------------------|
| 1. a^2, a^3, a^4 | 2. $1n^2n^3, m^3n^2, m^4n^4$ |
| 3. $6a^2b, 9ac^2b^4$ | 4. $4a^2b, 20b^2d, 28abd$ |
| 5. $7a - 14, 4a - 8$ | 6. $a^2 + 3ab, ab + 3a^2$ |
| 7. $a^3 - ab^2, ab^2 + b^3$ | 8. $ab^3(a + b), a^2b(a + b)^2$ |
| 9. $a^2 - 1, (a - 1)^2$ | 10. $a^3 - ab^2, a^2 - 2ab + b^2$ |
| 11. $a^2 + 3a - 4, a^2 - a - 20$ | 12. $m^2 + 3m + 2, m^2 + 7m + 6$ |
| 13. $5a + 10, a^2 - 2a - 8$ | 14. $m^2 - 11m + 30, m^2 - 2m - 15$ |
| 15. $d^2 - 16, d^2 - 8d + 16$ | |

5.13 အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း

15, 25, 20 တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို ရှာရာ၌ ထိုကိန်းတို့ဖြင့်စားလျှင် ပြတ်သော အငယ်ဆုံးကိန်းကို ရှာခြင်းဖြစ်၍ အောက်ပါအတိုင်း ရှာနိုင်ကြောင်း သိခဲ့ကြပြီ။

$$15 = 3 \times 5$$

$$25 = 5^2$$

$$20 = 4 \times 5$$

15, 25, 20 တို့ဖြင့်စားလျှင် ပြတ်သောကိန်းများအနက် အငယ်ဆုံးကိန်းသည် $5^2 \times 3 \times 4$ ဖြစ်သည်။

$$\therefore \text{အငယ်ဆုံး ဘုံဆတိုးကိန်း} = 5^2 \times 3 \times 4 = 300$$

အကွရာကိန်းများ၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းသည် ကိန်းများ၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း ရှာနည်းအတိုင်းပင် ဖြစ်သည်။

$$(11) \frac{3m-7}{4} + \frac{4(2-m)}{3} + \frac{2m-3}{6}$$

$$(12) \frac{3k+5}{2} - \frac{5k+3}{2} + \frac{9k+7}{6}$$

$$(13) \frac{2}{x+2} - \frac{5}{x^2-4}$$

$$(14) \frac{t}{t^2-4} + \frac{3}{2-t} - \frac{5}{t+2}$$

$$(15) \frac{3}{x^2+x-2} + \frac{2}{x^2+3x+2}$$

6.4 အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများအမြောက်

ဂဏန်းသင်္ချာ၌ အပိုင်းကိန်းများမြောက်ရာတွင်ပိုင်းဝေအချင်းချင်းမြောက်၍ပိုင်းခြေအချင်းချင်း မြောက်ပြီးလျှင် ရရှိလာသော အပိုင်းကိန်းကို အငယ်ဆုံးဖြစ်အောင်ဖွဲ့ရသည်။

ထိုနည်းတူစွာ အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများ မြောက်ရာ၌ ဤနည်းအတိုင်း ပြုလုပ်ရ၏။

ဥပမာ (1) $\frac{3t}{2} \times \frac{t}{5s}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} \frac{3t}{2} \times \frac{t}{5s} &= \frac{3t \times t}{2 \times 5s} \\ &= \frac{3t^2}{10s} \end{aligned}$$

ဥပမာ (2) $\frac{6x-3y}{9} \times \frac{3}{4}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} \frac{6x-3y}{9} \times \frac{3}{4} &= \frac{3(2x-y)}{9} \times \frac{3}{4} \\ &= \frac{2x-y}{4} \end{aligned}$$

ဥပမာ (3) $\frac{3x^2}{2a} \times \frac{6ay}{xy^2}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} \frac{3x^2}{2a} \times \frac{6ay}{xy^2} &= \frac{3x^2 \times 6ay}{2a \times xy^2} \\ &= \frac{9x}{y} \end{aligned}$$

ဥပမာ (4) $12 \left[\frac{2a+3}{4} - \frac{a-1}{3} \right]$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} 12 \left[\frac{2a+3}{4} - \frac{a-1}{3} \right] &= 12 \left[\frac{(2a+3)}{4} - \frac{(a-1)}{3} \right] \\ &= \frac{12(2a+3)}{4} - \frac{12(a-1)}{3} \\ &= 3(2a+3) - 4(a-1) \\ &= 6a+9-4a+4 \\ &= 2a+13 \end{aligned}$$

ဥပမာ (5) $20 \left[\frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{4}(2x-3) + \frac{1}{5}(3x+2) \right]$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} \text{ပေးထားသောကိန်းတန်း} &= 20 \times \frac{1}{2}(x-1) - 20 \times \frac{1}{4}(2x-3) + 20 \times \frac{1}{5}(3x+2) \\ &= 10(x-1) - 5(2x-3) + 4(3x+2) \\ &= 10x-10-10x+15+12x+8 \\ &= 12x+13 \end{aligned}$$

မှတ်ချက်။ ဤဥပမာ (4) နှင့် (5) ၌ မြောက်ရန်ကိန်းနှင့် ကွင်းအတွင်းရှိ အပိုင်းကိန်းများကိုဦးစွာ မြောက်ခြင်းဖြင့် အပိုင်းကိန်းများ ပျောက်သွားမည်။ ထို့ကြောင့်တွက်ချက်ရာတွင် ပိုမို လွယ်ကူမည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (6.4)

အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

(1) $\frac{x}{4} \times \frac{x}{6}$

(2) $\left(-\frac{3}{a}\right) \left(-\frac{5}{a}\right)$

(3) $\frac{x^2}{2z} \times \frac{x}{2z}$

(4) $\frac{-16xy^2}{8x} \times \frac{14x^2y}{14y}$

(5) $\frac{1}{x-1} \times \frac{2}{x-1}$

(6) $\frac{2}{x^2-2} \times \frac{1}{x^2+2}$

(7) $\frac{7+35t}{15} \times \frac{3}{7}$

(8) $18 \left[\frac{2t+3}{2} - \frac{2t+4}{9} \right]$

(9) $12 \left[\frac{x-1}{3} + \frac{2x-3}{4} \right]$

(10) $24 \left[\frac{x+y}{4} + \frac{x-y}{3} + \frac{x}{6} \right]$

(11) $\frac{x-4}{7} - \frac{x-3}{3} + 1$ ကို 21 ဖြင့် မြှောက်ပါ။

(12) $\frac{7-x}{6} - \frac{2x+5}{9} + \frac{11}{18}$ ကို 36 ဖြင့် မြှောက်ပါ။

6.5 အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများအစား

ဂဏန်းသင်္ချာ၌ အပိုင်းကိန်းများ အချင်းချင်းစားရာတွင် တည်ကိန်းကိုစားကိန်းဖြစ်သော အပိုင်းကိန်း၏ လှန်ကိန်းဖြင့် မြှောက်ရသည်။

ထိုနည်းတူစွာ အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများ စားရာ၌လည်း ဤနည်းကဲ့သို့ ပြုလုပ်ရ၏။

ဥပမာ (1) $\frac{a^2}{ab} \div \frac{c}{d}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} \frac{a^2}{ab} \div \frac{c}{d} &= \frac{a^2}{ab} \times \frac{d}{c} \\ &= \frac{ad}{bc} \end{aligned}$$

ဥပမာ (2) $\frac{2(x+y)}{3} \div \frac{4}{9}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} \frac{2(x+y)}{3} \div \frac{4}{9} &= \frac{2(x+y)}{3} \times \frac{9}{4} \\ &= \frac{3(x+y)}{2} \end{aligned}$$

ဥပမာ (3) $\frac{x^2-1}{6x^2y} \div \frac{x+1}{4y^2}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} \frac{x^2-1}{6x^2y} \div \frac{x+1}{4y^2} &= \frac{x^2-1}{6x^2y} \times \frac{4y^2}{x+1} \\ &= \frac{(x-1)(x+1)}{6x^2y} \times \frac{4y^2}{x+1} \\ &= \frac{2y(x-1)}{3x^2} \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (6.5)

အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

(1) $\frac{2t}{5} \div \frac{7}{10}$

(2) $\frac{r^2}{s^2} \div \frac{r}{s^3}$

(3) $\frac{81k^2}{28k} \div \frac{9k}{7k^3}$

(4) $\frac{2x^2}{7y^2} \div \frac{4xy}{21}$

(5) $\frac{3a+6b}{4} \div \frac{1}{2}$

(6) $\frac{a+b}{a-b} \div \frac{a}{b}$

(7) $\frac{y^2-4}{2y} \div (y+2)$

(8) $\frac{x^2-a^2}{x^2-b^2} \div \frac{x-a}{x-b}$

(9) $\frac{t^2-2t+1}{t^2} \div (t-1)$

(10) $\frac{rs^2}{t} \times \frac{st^2}{r} \div rst$

(11) $\frac{y^2-4}{y^2} \times \frac{y}{y+2} \div \frac{y-2}{y}$

(12) $\frac{4x}{4x-3} \times \frac{8x-6}{6x^2} \div \frac{x+1}{3}$

အခန်း (7)

အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသော ရိုးရိုးညီမျှခြင်းများ

7.1 အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသော ရိုးရိုးညီမျှခြင်းများ ဖြေရှင်းခြင်း

ဤအခန်းတွင်အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသောညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းနည်းများနှင့်ထိုညီမျှခြင်းများအသုံးပြု၍ ဖြေရှင်းရသည့် ပြဿနာအချို့ကို လေ့လာသွားပါမည်။

ဥပမာ (1) $\frac{x}{3} - \frac{3}{2} = \frac{x}{5} + \frac{1}{2}$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

အထက်ပါညီမျှခြင်းတွင်ပါရှိသော ပိုင်းခြေများ၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းသည် 30 ဖြစ်၏။ ထို့ကြောင့် ညီမျှခြင်း၏ နှစ်ဘက်စလုံးကို 30 ဖြင့်မြှောက်လျှင် အပိုင်းကိန်းများ ရှင်းသွားသည်ကို တွေ့ရမည်။

$$\frac{x}{3} - \frac{3}{2} = \frac{x}{5} + \frac{1}{2}$$

နှစ်ဘက်စလုံးကို 30 ဖြင့်မြှောက်သော်

$$30\left[\frac{x}{3} - \frac{3}{2}\right] = 30\left[\frac{x}{5} + \frac{1}{2}\right]$$

$$\frac{30 \times x}{3} - \frac{30 \times 3}{2} = \frac{30 \times x}{5} + \frac{30 \times 1}{2}$$

$$10x - 45 = 6x + 15$$

$$10x - 6x = 45 + 15$$

$$4x = 60$$

$$\therefore x = 15$$

အဖြေမှန် မမှန်ကို အောက်ပါအတိုင်း ချိန်ကိုက်ကြည့်နိုင်သည်။

[ချိန်ကိုက်ပုံ]

$$\text{လက်ဝဲဘက်} = \frac{15}{3} - \frac{3}{2} = 5 - \frac{3}{2}$$

$$= 3\frac{1}{2}$$

$$\text{လက်ယာဘက်} = \frac{15}{5} + \frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2}$$

$$= 3\frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{လက်ဝဲဘက်} = \text{လက်ယာဘက်}$$

ဥပမာ (2) $\frac{2x}{3} - \frac{x}{6} = x - \frac{1}{2}$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$\frac{2x}{3} - \frac{x}{6} = x - \frac{1}{2}$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 6 ဖြင့်မြှောက်သော်

$$6\left(\frac{2x}{3} - \frac{x}{6}\right) = 6\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{6 \times 2x}{3} - \frac{6x}{6} = 6x - \frac{6}{2}$$

$$4x - x = 6x - 3$$

$$3x - 6x = -3$$

$$-3x = -3$$

$$\therefore x = 1$$

ဥပမာ (3) $\frac{1}{3}(a-2) - \frac{1}{15}(6+a) = 0$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$\frac{1}{3}(a-2) - \frac{1}{15}(6+a) = 0$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 15 ဖြင့် မြှောက်သော်

$$\frac{15}{3}(a-2) - \frac{15}{15}(6+a) = 0$$

$$5(a-2) - (6+a) = 0$$

$$5a - 10 - 6 - a = 0$$

$$4a - 16 = 0$$

$$4a = 16$$

$$\therefore a = 4$$

ဥပမာ (4) $\frac{y-3}{3} = \frac{2y-9}{5}$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$\frac{y-3}{3} = \frac{2y-9}{5}$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 15 ဖြင့် မြှောက်သော်

$$\frac{15(y-3)}{3} = \frac{15(2y-9)}{5}$$

$$5(y-3) = 3(2y-9)$$

$$5y - 15 = 6y - 27$$

$$5y - 6y = 15 - 27$$

$$-y = -12$$

$$\therefore y = 12$$

အထက်ပါဥပမာကို လေ့လာသောအခါ သက်ဆိုင်ရာပိုင်းခြေများ၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းနှင့် ညီမျှခြင်း၏ နှစ်ဖက်စလုံးတွင်ရှိသော အပိုင်းကိန်းများကို မြှောက်ရာတွင် လက်ဝဲဘက်ရှိ ပိုင်းဝေကို လက်ယာဘက်ရှိ ပိုင်းဝေနှင့်လည်းကောင်း၊ လက်ယာဘက်ပိုင်းဝေကို လက်ဝဲဘက်ရှိ ပိုင်းခြေဖြင့်လည်းကောင်း မြှောက်သကဲ့သို့ဖြစ်သည်ကို တွေ့ရသည်။

ဥပမာ $\frac{y-3}{3} = \frac{2y-9}{5}$ ကို အောက်ပါအတိုင်း ရေးနိုင်၏။

$$5(y-3) = 3(2y-9)$$

ယေဘုယျအားဖြင့် အောက်ပါအတိုင်း မှတ်သားနိုင်၏။

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} \text{ ဖြစ်လျှင် } bx = ay \text{ ဖြစ်သည်။}$$

ဤကဲ့သို့ပြုလုပ်ခြင်းကို ကြက်ခြေခတ်ဖြတ်မြှောက်ခြင်း (Cross multiplication) ဟုခေါ်၏။

ဥပမာ (5) $\frac{5a-9}{6} = \frac{3a-7}{5}$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$\frac{5a-9}{6} = \frac{3a-7}{5}$$

$$\therefore 5(5a-9) = 6(3a-7)$$

$$\therefore 25a-45 = 18a-42$$

$$25a-18a = 45-42$$

$$7a = 3$$

$$a = \frac{3}{7}$$

ဥပမာ (6) $\frac{7+x}{6} + \frac{2x-3}{3} = \frac{x+13}{2} - 4$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$\frac{7+x}{6} + \frac{2x-3}{3} = \frac{x+13}{2} - 4$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 6 ဖြင့် မြှောက်သော်

$$\frac{6(7+x)}{6} + \frac{6(2x-3)}{3} = \frac{6(x+13)}{2} - 4 \times 6$$

$$7+x+2(2x-3) = 3(x+13) - 24$$

$$7+x+4x-6 = 3x+39-24$$

$$5x+1 = 3x+15$$

$$5x-3x = 15-1$$

$$2x = 14$$

$$\therefore x = 7$$

မှတ်ချက်။ အထက်ပါညီမျှခြင်းတွင် ညီမျှခြင်းလက္ခဏာ၏ တစ်ဖက်စီ၌ အပိုင်းကိန်းတစ်ခုထက်ပို၍ ပါရှိခြင်းကြောင့် ကြက်ခြေခတ်ဖြတ်မြှောက်ခြင်းနည်းကို တိုက်ရိုက်မသုံးနိုင်ပါ။ ညီမျှခြင်း

၏ တစ်ဖက်စီတွင်ရှိသော အပိုင်းကိန်းများကို တစ်ခုတည်းသော အပိုင်းကိန်းအဖြစ်သို့ ရောက်အောင် ရှင်းလင်းပြီးမှသာ ကြက်ခြေခတ် ဖြတ်မြှောက်နိုင်သည်။

ဥပမာ (7) အောက်ပါညီမျှခြင်းတွင် $a = 5$ ဖြစ်သော် b ကိုရှာပါ။

$$\frac{4a-5}{5} = \frac{2a+b}{3} - 1$$

$a = 5$ ဖြစ်သောကြောင့် ပေးထားသော ညီမျှခြင်းတွင် a ၏ တန်ဖိုးကို အစားသွင်းသော်

$$\frac{4 \times 5 - 5}{5} = \frac{2 \times 5 + b}{3} - 1$$

$$\frac{20-5}{5} = \frac{10+b}{3} - 1$$

$$3 = \frac{10+b}{3} - 1$$

$$3 + 1 = \frac{10+b}{3}$$

$$4 = \frac{10+b}{3}$$

$$12 = 10 + b$$

$$10 + b = 12$$

$$b = 12 - 10$$

$$\therefore b = 2$$

လေ့ကျင့်ခန်း (7.1)

အောက်ပါညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းပါ။

(1) $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} = 5$

(2) $\frac{x}{5} - \frac{x}{2} = 3$

(3) $\frac{1}{3}(x+1) - 1 = 0$

(4) $\frac{2x-1}{2} = 1$

(5) $\frac{4-x}{3} = \frac{3}{2}$

(6) $\frac{2x-3}{4} = -\frac{1}{5}$

(7) $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{5} = 5 - \frac{2x}{5}$

(8) $\frac{5x}{6} + 3\frac{1}{2} = -\frac{4x}{5} + 4$

(9) $x + \frac{x}{3} + \frac{x}{5} = 23$

(10) $\frac{x}{2} + 5 = \frac{x}{3} + 7$

(11) $\frac{x}{x-2} = 3$

(12) $\frac{1}{2}(x+5) - \frac{1}{4}(x-1) = 3$

(13) $\frac{x-4}{4} = \frac{x-2}{5}$

(14) $\frac{x+1}{5} - 1 = \frac{x+2}{3} - \frac{x-3}{3}$

$$(15) \quad \frac{9x-7}{6} + \frac{3x+5}{9} - \frac{5x+3}{2} = 0$$

(16) အောက်ပါညီမျှခြင်းတွင် $x = 4$ ဖြစ်လျှင် y ကိုရှာပါ။

$$\frac{2x-7}{4} + \frac{3}{4} = \frac{x-y}{3}$$

(17) အောက်ပါညီမျှခြင်းတွင် $a = 3$ ဖြစ်လျှင် b ကို ရှာပါ။

$$4 - \frac{a-2}{3} = 2 + \frac{5a+b}{6}$$

(18) အောက်ပါညီမျှခြင်းတွင် $s = 2$ ဖြစ်လျှင် t ကို ရှာပါ။

$$\frac{1}{3} (4s-7) - \frac{1}{9} (s+t) = \frac{1}{5} (s-7)$$

(19) $\frac{2p-3q}{5} = 7$ ညီမျှခြင်းမှ $p = 4$ ဖြစ်လျှင် q ကို ရှာပါ။

(20) $a = 115, b = 116, c = 135$ ဖြစ်လျှင်

$$a = \frac{b}{d} (b-c) \text{ ပုံသေနည်းမှ } d \text{ ကို ရှာပါ။}$$

7.2 အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသော ရိုးရိုးညီမျှခြင်းများ အသုံးပြု၍ ဖြေရှင်းရသော ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများ

ရှေ့ပိုင်းတွင် အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသော ရိုးရိုးညီမျှခြင်းများကိုသာလေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ထိုညီမျှခြင်းများကိုအသုံးပြု၍ ဖြေရှင်းရသော ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများကို လေ့လာကြမည်။

ဥပမာ (1) ကိန်းတစ်ခု၏ 3 ပုံ 1 ပုံသည် ယင်း၏ 8 ပုံ 1 ပုံထက် 5 ပိုသော် ထိုကိန်းကို ရှာပါ။
ထိုကိန်း = x ဖြစ်ပါစေ။

ပုစ္ဆာအရ

$$\frac{x}{3} - \frac{x}{8} = 5$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 24 ဖြင့်မြှောက်သော်

$$\frac{24x}{3} - \frac{24x}{8} = 24 \times 5$$

$$8x - 3x = 24 \times 5$$

$$5x = 24 \times 5$$

$$\therefore x = 24$$

\therefore ထိုကိန်း = 24

ဥပမာ (2) ပစ္စည်းတစ်ခု၏ တန်ဖိုးသည် 15% တိုးလာသောအခါ တိုးပြီးတန်ဖိုးသည် 460 ကျပ်ဖြစ်၏။ မူလတန်ဖိုးကို ရှာပါ။

မူလတန်ဖိုးငွေ = x ကျပ် ဖြစ်ပါစေ။

$$\therefore \text{တိုးငွေ} = x \times \frac{15}{100}$$

$$= \frac{15x}{100}$$

$$\therefore \text{တိုးပြီးတန်ဖိုးငွေ} = x + \frac{15x}{100}$$

ပုစ္ဆာအရ

$$x + \frac{15x}{100} = 460$$

$$\frac{100x + 15x}{100} = 460$$

$$\frac{115x}{100} = 460$$

$$x = \frac{460^{20} \times 100^{20}}{115^{20}}$$

$$\therefore x = 400$$

$$\therefore \text{မူလတန်ဖိုး} = 400 \text{ ကျပ်}$$

ဥပမာ (3) မွေးမြူရေးခြံအတွင်းရှိ ကြက်ကောင်ရေပေါင်း၏ 4 ပုံ 3 ပုံကို ရောင်းချပြီး၊ နောက်ထပ် ကြက်ကောင်ရေ 250 မွေးမြူသော် မူလရှိ ကြက်ကောင်ရေထက် အကောင် 20 သာ လျော့သည်ကို တွေ့ရ၏။ မူလက ထိုမွေးမြူရေးခြံတွင် ကြက်ကောင်ရေပေါင်း မည်မျှ ရှိသနည်း။

$$\text{မူလရှိ ကြက်ကောင်ရေပေါင်း} = x \text{ ဖြစ်ပါစေ။}$$

$$\text{ရောင်းချသော ကြက်ကောင်ရေ} = \frac{3x}{4}$$

$$\text{ရောင်းချပြီးနောက် ကျန်သောကြက်ကောင်ရေ} = x - \frac{3x}{4} = \frac{x}{4}$$

နောက်ထပ်ကြက်ကောင်ရေ 250 မွေးမြူပြီးနောက်

$$\text{ရှိသော ကြက်ကောင်ရေ} = \frac{x}{4} + 250$$

ပုစ္ဆာအရ

$$\frac{x}{4} + 250 = x - 20$$

$$250 + 20 = x - \frac{x}{4}$$

$$270 = \frac{3x}{4}$$

$$\frac{3x}{4} = 270$$

$$\therefore x = \frac{270^{100} \times 4}{3_1}$$

$$= 360$$

$$\therefore \text{မူလရှိကြက်ကောင်ရေပေါင်း} = 360 \text{ ကောင်}$$

ဥပမာ (4) ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ အလျားနှင့်အနံပေါင်းလဒ်မှာ 96 လက်မဖြစ်၏။ အလျား၏ 5 ပုံ 1 ပုံသည် အနံ၏ 3 ပုံ 1 ပုံနှင့်ညီ၏။ ထိုထောင့်မှန်စတုဂံ၏ အလျားနှင့်အနံကို ရှာပါ။

$$\text{ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ အလျား} = x \text{ လက်မဖြစ်ပါစေ}$$

$$\therefore \text{ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ အနံ} = 96 - x$$

ပုံစံအရ

$$\frac{x}{5} = \frac{96 - x}{3}$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 15 ဖြင့် မြှောက်သော်

$$3x = 480 - 5x$$

$$8x = 480$$

$$\therefore x = 60 \text{ (အလျား)}$$

$$\therefore \text{အနံ} = 96 - 60$$

$$= 36$$

$$\text{ထောင့်မှန်စတုဂံ၏အလျား} = 60 \text{ လက်မ}$$

$$\therefore \text{ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ အနံ} = 36 \text{ လက်မ}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (7.2)

1. ကိန်းတစ်ခုတွင် ၎င်းကိန်း၏ 3 ပုံ 1 ပုံ ထည့်ပေါင်းလျှင် 32 ရ၏။ မူလကိန်းကို ရှာပါ။
2. ကိန်းတစ်ခု၏ 5 ပုံ 1 ပုံသည် ၎င်း၏ 6 ပုံ 1 ပုံထက် 10 ပိုသော် ထိုကိန်းကို ရှာပါ။
3. ပစ္စည်းတစ်ခု၏ တန်ဖိုးကို 6% တိုးလိုက်သောအခါ ထိုပစ္စည်း၏တန်ဖိုးသည် 80 ကျပ်ဖြစ်လာ၏။ မူလတန်ဖိုးကို ရှာပါ။
4. အစဉ်လိုက်ဖြစ်သော ကိန်းနှစ်ခုရှိရာ ကိန်းကြီး၏ 3 ပုံ 1 ပုံသည် ကိန်းငယ်၏ 2 ပုံ 1 ပုံထက် $4\frac{1}{3}$ နည်း၏။ ထိုကိန်းနှစ်ခုကို ရှာပါ။
5. ခြံတစ်ခုအတွင်းရှိ သစ်ပင်များအနက် 18% သည် သရက်ပင်များဖြစ်၍ ကျန်အပင်များသည် အုန်းပင်များဖြစ်၏။ သရက်ပင်အားလုံးပေါင်း 36 ပင်ရှိသော် ထိုခြံအတွင်းရှိ သစ်ပင်ပေါင်းကို ရှာပါ။
6. ဝါးလုံးတစ်ချောင်းကို စိုက်ထူထားရာ ရွှံ့ထဲ၌ 3 ပုံ 1 ပုံ၊ ရေထဲ၌ 4 ပုံ 1 ပုံ၊ ရေပေါ်၌ 8 ပေသာ ပေါ်နေသော် ဝါး၏အလျား မည်မျှဖြစ်သနည်း။

7. လိမ္မော်သီး 63 လုံးကိုတောင်းနှစ်လုံးတွင်ထည့်ရာ ပထမတောင်းထဲရှိ လိမ္မော်သီး၏ 3 ပုံ 1 ပုံသည် ဒုတိယတောင်းထဲရှိ လိမ္မော်သီး၏ 6 ပုံ 1 ပုံထက် 6 လုံးပို၏။ တောင်းတစ်လုံးစီတွင် ထည့်ရမည့် လိမ္မော်သီးအရေအတွက်ကို ရှာပါ။
8. အစဉ်အလိုက်ဖြစ်သော ကိန်းနှစ်လုံးရှိရာ ကိန်းငယ်၏ 3 ပုံ 1 ပုံသည် ကိန်းကြီး၏ 4 ပုံ 1 ပုံထက် 3 ပိုသော် ထိုကိန်းနှစ်လုံးကို ရှာပါ။
9. သင်္ချာပုစ္ဆာတစ်ပုဒ်တွင် ကိန်းတစ်ခုကို 2 ဖြင့်မြှောက်၍ 15 ပေါင်းရမည့်အစား ကျောင်းသားတစ်ယောက်သည် 2 ဖြင့်စား၍ 15 နုတ်လိုက်သဖြင့် သူ၏အဖြေသည် အဖြေမှန်၏ 4 ဆဖြစ်နေသော် ထိုကိန်းကို ရှာပါ။
10. ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းလဒ်သည် 80 ဖြစ်၏။ ကိန်းကြီးသည် ကိန်းငယ်၏ 3 ပုံ 1 ပုံထက် 32 ပိုလျှင် ထိုကိန်းနှစ်ခုကို ရှာပါ။
11. ထောင့်မှန်စတုဂံအခန်းတစ်ခု၏ အနံသည် အလျား၏ 5 ပုံ 3 ပုံဖြစ်၏။ အကယ်၍ အနံတွင် 3 ပေတိုးပြီး အလျားတွင် 3 ပေလျော့သော် ထိုအခန်းသည် စတုရန်းပုံဖြစ်သွားမည်။ အခန်း၏ မူလအလျားနှင့် အနံကို ရှာပါ။
12. ကျွန်ုပ်၏အသက်သည် ယခု 13 နှစ်ဖြစ်ပြီး ကျွန်ုပ်ညီ၏အသက်မှာ 5 နှစ်ဖြစ်၏။ နှစ်ပေါင်းမည်မျှကြာလျှင် ကျွန်ုပ်ညီ၏ အသက်သည် ကျွန်ုပ်အသက်၏ တစ်ဝက်ဖြစ်မည်နည်း။
13. ဇော်ဇော်ရှိငွေသည် ကျော်ကျော်ရှိငွေ၏ 4 ပုံ 3 ပုံဖြစ်၏။ ဇော်ဇော်က ကျော်ကျော်အား ငွေ 15 ကျပ်ပေးလိုက်လျှင် ကျော်ကျော်ရှိငွေသည် ဇော်ဇော်ရှိငွေ၏ 3 ဆ ဖြစ်သွား၏။ မူလက တစ်ယောက်လျှင် ငွေမည်မျှရှိကြသနည်း။
14. လူတစ်ယောက်သည် ခရီးတစ်ခုကိုသွားရာ ခရီး၏ 3 ပုံ 1 ပုံကို တစ်နာရီလျှင် 15 မိုင်နှုန်းကျသွား၍ ကျန် 2 ပုံကို တစ်နာရီလျှင် 20 မိုင်နှုန်းကျသွားသဖြင့် စုစုပေါင်း 1 နာရီ 20 မိနစ်ကြာ၏။ ခရီးအကွာအဝေးကို ရှာပါ။
15. ရေကန်တစ်ကန်၌ ရေ 4 ပုံ 3 ပုံသာရှိရာ ၎င်းမှ ရေ 25 ဂါလန်ထုတ်ယူသောအခါ ကန်ရေတစ်ဝက်သာရှိ၏။ ရေကန်သည် ရေဂါလန်မည်မျှ ဆံ့သနည်း။
16. သတ္တမတန်းစာမေးပွဲတွင် ဖြေဆိုသူ၏ 7 ပုံ 1 ပုံသည် ကျရှုံး၏။ အဋ္ဌမတန်းစာမေးပွဲတွင် ဖြေဆိုသူပေါင်းသည် သတ္တမတန်းထက် 50 ပို၏။ ကျရှုံးသူများသည် ဖြေဆိုသူပေါင်း၏ 6 ပုံ 1 ပုံဖြစ်သဖြင့် သတ္တမတန်းစာမေးပွဲတွင် ကျရှုံးသူပေါင်းထက် 18 ယောက် ပိုသော် အတန်းတစ်တန်းစီတွင် ဖြေဆိုသူပေါင်း မည်မျှရှိသနည်း။
17. ငြိဂံတစ်ခု၏ ပတ်လည်အနားပေါင်း အရှည်မှာ 5 ပေ 2 လက်မဖြစ်၏။ ပထမအနားသည် ဒုတိယအနား၏ 4 ပုံ 3 ပုံ၊ တတိယအနားသည် ဒုတိယအနား၏ 6 ပုံ 5 ပုံဖြစ်သော် ငြိဂံ၏ အနားအသီးသီးအရှည်ကို ရှာပါ။

အခန်း (8)

မညီမျှချက်

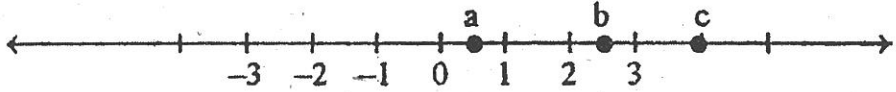
အရေအတွက်တစ်ခုသည်အခြားအရေအတွက်တစ်ခုထက် နည်းခြင်း၊ များခြင်း၊ ဖော်ပြခြင်းကို မညီမျှချက်ဟုခေါ်သည်။ ကိန်းနှစ်ခုကို နှိုင်းယှဉ်ရာတွင်မူ ငယ်ခြင်း၊ ကြီးခြင်း၊ ဖော်ပြချက်ကိုမညီမျှချက် ဟုခေါ်သည်။ $<$ နှင့် $>$ တို့သည် ငယ်ခြင်းနှင့် ကြီးခြင်းကို ဖော်ပြသော သင်္ကေတများဖြစ်သည်။

$-5 < 2$, $-5 = 2$, $2 < -5$ ဖော်ပြချက်သုံးခုအနက် မှန်သောဖော်ပြချက်ကို ရွေးမည်ဆိုလျှင် ပထမဆုံးဖော်ပြချက်ဖြစ်သော $-5 < 2$ (-5 သည် 2 အောက်ငယ်သည်) ဆိုသော ဖော်ပြချက်သည်သာ မှန်ကန်သည်ကို တွေ့ရသည်။ ကျန်နှစ်ခုသည် မမှန်ပါ။

ကိန်းများနှင့်ပတ်သက်၍ မည်သည့်ကိန်းနှစ်ခုကိုမဆို နှိုင်းယှဉ်လျှင် အောက်ပါအဆိုမှန်ကန် ကြောင်း လက်ခံသုံးစွဲမည်။

မှန်ကန်ချက်

a နှင့် b သည် ကိန်းနှစ်ခုဖြစ်ပါစေ။ ထိုအခါ $a < b$, $a = b$, $b < a$ ဖော်ပြချက်သုံးခုအနက် တစ်ခု (တစ်ခုတည်းသာ) မှန်သည်။ ထိုမှန်ကန်ချက်အရ အကယ်၍ $a \neq b$ (a သည် b နှင့်မညီလျှင်) ဖြစ်လျှင် $a < b$ နှင့် $b < a$ နှစ်ခုအနက် တစ်ခု(တစ်ခုတည်းသာ) မှန်မည်။



ပုံ (8.1)

ကိန်းများတစ်ခုပေါ်ရှိ မတူညီသော အမှတ်နှစ်ခု a နှင့် b ကို မှတ်သားပါ။ ထိုအခါ လက်ဝဲဘက်တွင်ရှိသော အမှတ်ကို ကိုယ်စားပြုသောကိန်းသည် လက်ယာဘက်ရှိ အမှတ်ကို ကိုယ်စားပြုသောကိန်းထက် ငယ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။ ပုံတွင် $a < b$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် $b > a$ (b သည် a ထက်ကြီးသည်။)

ထိုနည်းတူ b နှင့် c ကို နှိုင်းယှဉ်လျှင် $b < c$ ဖြစ်၏။ တစ်ဖန် a နှင့် c ကို နှိုင်းယှဉ်လျှင် $a < c$ ဖြစ်၏။ ထို့ကြောင့် ပုံတွင်ပါသော a, b, c သုံးခုတွင် $a < b$, $b < c$ နှင့် $a < c$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရ၏။

လေ့ကျင့်ခန်း (8.1)

1. သင်္ကေတ $>$ (သို့မဟုတ်) $<$ ကို အသုံးပြုခြင်းဖြင့် အောက်ပါတို့ကို ပြန်ရေးပေးပါ။
 - (a) 7 သည် 4 ထက်ကြီးသည်။ (ဥပမာ $7 > 4$)
 - (b) 2 သည် 3 အောက်ငယ်သည်။
 - (c) 5 သည် 1 ထက်ကြီးသည်။
 - (d) 10 သည် 100 အောက် ငယ်သည်။

2. အောက်ပါတို့၏ အဓိပ္ပာယ်ကို စာဖြင့်ပြန်ရေးပေးပါ။
- (a) $2 < 5$ (ဥပမာ 2 သည် 5 အောက်ငယ်သည်)
 - (b) $10 > 6$
 - (c) $0 < 4$
 - (d) $8 \neq 3$
3. အောက်ပါတို့ကို မှန်သည် (သို့မဟုတ်) မှားသည် ဖော်ပြပေးပါ။
- (a) $5 > 1$ (မှန်သည်)
 - (b) $4 < 4$
 - (c) $2 < 4$
 - (d) $15 \neq 5$
4. အောက်ပါကိန်းနှစ်ခုစီ၏ အကြားတွင် သင်္ကေတများ $>$, $=$, $<$ တို့မှ တစ်ခုခုထည့်ပေးခြင်းဖြင့် အမှန်ဖော်ပြချက်ဖြစ်စေရန် ပြုလုပ်ပေးပါ။
- (a) $3 \dots\dots\dots 4$ (ဥပမာ $3 < 4$)
 - (b) $10 \dots\dots\dots 10$
 - (c) $8 \dots\dots\dots 7$
 - (d) $1 \dots\dots\dots 0$
 - (e) $0 \dots\dots\dots 10$
 - (f) $199 \dots\dots\dots 200$
 - (g) $0 \dots\dots\dots 1$
 - (h) $91 \dots\dots\dots 19$
5. အောက်ပါကိန်းနှစ်ခုစီ၏ အကြားတွင် သင်္ကေတများ $>$, $=$, $<$ တို့မှ တစ်ခုခုထည့်ပေးခြင်းဖြင့် အမှန်ဖော်ပြချက်ဖြစ်စေရန် ပြုလုပ်ပေးပါ။
- (a) $4 + 1 \dots\dots\dots 5 - 3$
 - (b) $2 \times 7 \dots\dots\dots 13 + 1$
 - (c) $2^3 \dots\dots\dots 3^2$
 - (d) $0.1 \dots\dots\dots (0.1)^2$
 - (e) $\frac{3}{4} \dots\dots\dots \frac{7}{8}$
 - (f) $3 + 0 \dots\dots\dots 3 \times 0$
6. အောက်ပါတို့ကို မှန်သည် (သို့မဟုတ်) မှားသည်ကို ဖော်ပြပေးပါ။
- (a) $9 + 7 > 8 + 8$
 - (b) $5 \times 1 > 5 \times 0$
 - (c) $6 \times 5 \times 4 = 4 \times 5 \times 6$
 - (d) $\frac{2}{3} \neq \frac{3}{2}$
7. ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် ကိန်း 2 နှင့် 5 ကို ကိုယ်စားပြုသော အမှတ်နှစ်ခုကို ဖော်ပြပေးပါ။ ထို့နောက် 2 ထက်ကြီးပြီး 5 အောက်ငယ်သော ကိန်းပြည့်များကို ရှာပေးပါ။
8. ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် ကိန်း 0 နှင့် 8 ကို ကိုယ်စားပြုသော အမှတ်နှစ်ခုကို ဖော်ပြပေးပါ။ ထို့နောက် 0 ထက်ကြီးပြီး 8 အောက်ငယ်သော ကိန်းပြည့်များကို ဖော်ပြပါ။
9. ကိန်းမျဉ်းကို အသုံးပြုခြင်းဖြင့် အောက်ပါဝါကျတို့၏ ကွက်လပ်များကို ဖြည့်ပေးပါ။
- (a) $a > 4$ ဖြစ်လျှင် a သည် 4 ၏ () ဘက်တွင် ရှိ၏။
(အဖြေ။ $a > 4$ ဖြစ်လျှင် a သည် 4 ၏ (ယာ) ဘက်တွင်ရှိ၏။)
 - (b) $b < 7$ ဖြစ်လျှင် b သည် 7 ၏ () ဘက်တွင်ရှိ၏။

- (c) $5 > p$ ဖြစ်လျှင် p သည် 5 ၏ ()ဘက်တွင်ရှိ၏။
- (d) $c = 5$ ဖြစ်လျှင် c သည် 4 နှင့် 6 တို့၏ ()တွင်ရှိ၏။

8.1 မညီမျှချက်ဂုဏ်သတ္တိများ

အောက်ပါမညီမျှချက်ဆိုင်ရာ ပုစ္ဆာများကို လေ့လာကြမည်။

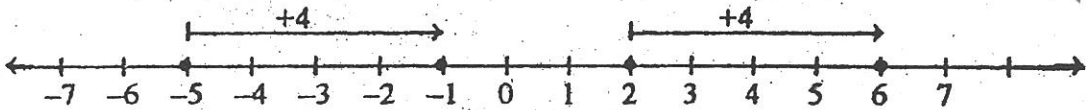
ဥပမာ (1) 4, 5 နှင့် 6 တို့ကို နှိုင်းယှဉ်၍ 4 နှင့် 6 ဆက်သွယ်ချက်ကို ရှာပါ။
 $4 < 5$ နှင့် $5 < 6$ ဖြစ်သည်။
 $4 < 5$ နှင့် $5 < 6$ ဖြစ်၍ $4 < 6$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (2) 5, 4 နှင့် 3 တို့ကို နှိုင်းယှဉ်၍ 5 နှင့် 3 ဆက်သွယ်ချက်ကို ရှာပါ။
 $5 > 4$ နှင့် $4 > 3$ ဖြစ်သည်။
 $5 > 4$ နှင့် $4 > 3$ ဖြစ်၍ $5 > 3$ ဖြစ်သည်။

အထက်ပါ ဥပမာများမှ အောက်ပါယေဘုယျ ဂုဏ်သတ္တိကို ဖော်ထုတ်နိုင်သည်။

ဂုဏ်သတ္တိ (1) a, b နှင့် c တို့သည် ကိန်းသုံးလုံးဖြစ်ကြသည်။
 (i) $a < b$ နှင့် $b < c$ ဖြစ်လျှင် $a < c$ ဖြစ်သည်။
 (ii) $a > b$ နှင့် $b > c$ ဖြစ်လျှင် $a > c$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (3) -5 နှင့် 2 ကို နှိုင်းယှဉ်ပါ။



ပုံ (8.2)

ပုံ (8.2) တွင် ဆွဲထားသော ကိန်းမျဉ်း၌ -5 ကို ကိုယ်စားပြုသော အမှတ်သည် 2 ကို ကိုယ်စားပြုသော အမှတ်၏ ဝဲဘက်တွင်ရှိ၏။ $-5 < 2$ ဖြစ်သည်။ ကိန်းမျဉ်းတစ်လျှောက် -5 အမှတ်မှ $+4$ ယူနစ်ရွေ့သော ဦးလှည့်ဘက်အတိုင်း 2 အမှတ်မှလည်း $+4$ ယူနစ် ရွေ့ပါ။ ရရှိလာသော အမှတ်နှစ်ခုကို နှိုင်းယှဉ်လျှင် မူလ -5 နှင့် 2 တို့အတိုင်း မညီမျှချက်အနေအထားသည် ပြောင်းလဲခြင်းမရှိကြောင်း တွေ့ရသည်။ ပုံ (8.2) တွင် ယာဘက်သို့ 4 ယူနစ်ရွေ့ပြထားသည်။

- $\therefore -5 < 2$ ဖြစ်သည်။
- တစ်ဖန် $-5 - 4 = -9$ နှင့် $2 + 4 = 6$ ဖြစ်သည်။
- ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် -9 သည် 6 ၏ ဝဲဘက်တွင်ရှိ၍ $-9 < 6$ ဖြစ်သည်။
- ထို့ကြောင့် $-5 + 4 < 2 + 4$ ဖြစ်သည်။
- တစ်ဖန် $-5 < 2$ ဖြစ်၍
- $2 > -5$ ဖြစ်သည်။

ဝဲယာဘက်တွင် 4 ကို ပေါင်းထည့်လျှင်

$$2 + 4 = 6, \quad -5 + 4 = -1$$

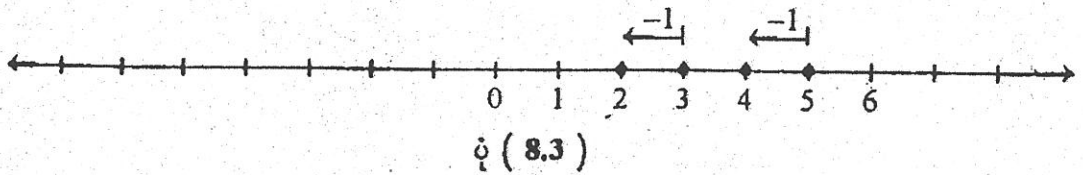
$$6 > -1 \text{ ဖြစ်၍}$$

$$2 + 4 > -5 + 4 \text{ ဖြစ်သည်။}$$

အထက်ပါဥပမာများမှ အောက်ပါယေဘုယျဂုဏ်သတ္တိကို ဖော်ထုတ်နိုင်သည်။

ဂုဏ်သတ္တိ (2) a, b နှင့် c တို့သည် ကိန်းသုံးလုံးဖြစ်ကြသည်။
 (i) $a < b$ ဖြစ်လျှင် $a + c < b + c$ ဖြစ်သည်။
 (ii) $a > b$ ဖြစ်လျှင် $a + c > b + c$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (4) 5 နှင့် 3 ကို နှိုင်းယှဉ်ပါ။



$$3 < 5$$

နှစ်ဖက်စလုံးမှ 1 ကို နုတ်သော်

$$3 - 1 = 2, \quad 5 - 1 = 4$$

$$2 < 4 \text{ ဖြစ်၍ } 3 - 1 < 5 - 1 \text{ ဖြစ်သည်။}$$

ဂုဏ်သတ္တိ (2) ကို တစ်နည်းအားဖြင့် ဖော်ပြလျှင် မညီမျှချက်တစ်ခု၏ နှစ်ဖက်စလုံးတွင် မည်သည့်ကိန်းကိုမဆို ပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်း ပြုလုပ်လျှင် မညီမျှချက်လက္ခဏာသည် ပြောင်းလဲခြင်းမရှိကြောင်း တွေ့ရသည်။

ဥပမာ (5) မညီမျှချက် $-3 < 1$ ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို အပေါင်းကိန်းတစ်ခုဖြစ်သော $\frac{1}{5}$ ဖြင့် မြှောက်ပါ။

$$\text{ထိုအခါ ဝဲဘက်} \quad = -3 \left(\frac{1}{5} \right) = -\frac{3}{5}$$

$$\text{ယာဘက်} \quad = 1 \left(\frac{1}{5} \right) = \frac{1}{5}$$

$$-\frac{3}{5} < \frac{1}{5} \text{ ဖြစ်၍ } -3 \left(\frac{1}{5} \right) < 1 \left(\frac{1}{5} \right) \text{ ဖြစ်သည်။}$$

ဥပမာ (6) မညီမျှချက် $2 > -5$ ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို အပေါင်းကိန်းတစ်ခုဖြစ်သော $\frac{1}{3}$ ဖြင့် မြှောက်ပါ။

$$\text{ထိုအခါ } \text{ဝဲဘက်} = 2\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

$$\text{ယာဘက်} = -5\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{5}{3}$$

$$\frac{2}{3} > -\frac{5}{3} \text{ ဖြစ်၍ } 2\left(\frac{1}{3}\right) > -5\left(\frac{1}{3}\right) \text{ ဖြစ်သည်။}$$

ထို့ကြောင့်အပေါင်းကိန်းတစ်ခုဖြင့်မညီမျှချက်တစ်ခုကို မြှောက်လျှင် ထိုမညီမျှချက် လက္ခဏာသည် မပြောင်းလဲကြောင်း တွေ့ရသည်။

အထက်ပါဥပမာများမှ တစ်ဖက်ပါ ယေဘုယျဂုဏ်သတ္တိကို ဖော်ထုတ်နိုင်သည်။

ဂုဏ်သတ္တိ (3) a, b နှင့် c တို့သည် ကိန်းသုံးလုံးဖြစ်ကြသည်။

(i) $a < b$ နှင့် $c > 0$ ဖြစ်လျှင် $ac < bc$ ဖြစ်သည်။

(ii) $a > b$ နှင့် $c > 0$ ဖြစ်လျှင် $ac > bc$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (7) မညီမျှချက် $-4 < 5$ ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို 7 ဖြင့် စားပါ။

$$\text{ဝဲဘက်} = \frac{-4}{7}$$

$$\text{ယာဘက်} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{-4}{7} < \frac{5}{7} \text{ ဖြစ်၍ } -4\left(\frac{1}{7}\right) < 5\left(\frac{1}{7}\right) \text{ ဖြစ်သည်။}$$

ဂုဏ်သတ္တိ (3) ကို တစ်နည်းအားဖြင့် မညီမျှချက် တစ်ခု၏ နှစ်ဖက်စလုံးတွင် အပေါင်းကိန်းတစ်ခုဖြင့်မြှောက်ခြင်း (သို့မဟုတ်) စားခြင်းပြုလုပ်လျှင် မညီမျှချက် လက္ခဏာသည် ပြောင်းလဲခြင်း မရှိချေ။

ဥပမာ (8) မညီမျှချက် $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$ ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို အနုတ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်သော -2 ဖြင့်မြှောက်ပါ။

$$\text{ဝဲဘက်} = \frac{1}{4}(-2) = -\frac{1}{2}$$

$$\text{ယာဘက်} = \frac{1}{2}(-2) = -1$$

$$-\frac{1}{2} > -1 \text{ ဖြစ်၍ } \frac{1}{4}(-2) > \frac{1}{2}(-2) \text{ ဖြစ်သည်။}$$

ထို့ကြောင့် အနုတ်ကိန်းတစ်ခုဖြင့် မညီမျှချက် တစ်ခုကို မြှောက်လျှင် မညီမျှချက် သင်္ကေတပြောင်းလဲကြောင်း တွေ့ရသည်။

ဥပမာ (9) မညီမျှချက် $6 > 5$ ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို အနုတ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်သော -3 ဖြင့် မြှောက်ပါ။

$$\text{ဝဲဘက်} = 6(-3) = -18$$

$$\text{ယာဘက်} = 5(-3) = -15$$

$\therefore -18 < -15$ ဖြစ်၍ $6(-3) < 5(-3)$ ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် အနုတ်ကိန်းတစ်ခုဖြင့် မညီမျှချက်တစ်ခုကို မြှောက်လျှင် မညီမျှချက်သင်္ကေတသည် ပြောင်းလဲကြောင်း တွေ့ရသည်။

အထက်ပါဥပမာများမှ အောက်ပါယေဘုယျ ဂုဏ်သတ္တိကို ပြုနိုင်သည်။

ဂုဏ်သတ္တိ (4) a, b နှင့် c တို့သည် ကိန်းသုံးလုံးဖြစ်ကြသည်။
 (i) $a < b$ နှင့် $c < 0$ ဖြစ်လျှင် $ac > bc$ ဖြစ်သည်။
 (ii) $a > b$ နှင့် $c < 0$ ဖြစ်လျှင် $ac < bc$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (10) $3 < 5$ ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို အနုတ်ကိန်းတစ်ခု (-2) ဖြင့်စားပါ။

$$\text{ဝဲဘက်} = 3\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}$$

$$\text{ယာဘက်} = 5\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{5}{2}$$

$\therefore -\frac{3}{2} > -\frac{5}{2}$ ဖြစ်၍ $3\left(-\frac{1}{2}\right) > 5\left(-\frac{1}{2}\right)$ ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် ဂုဏ်သတ္တိ (4) ကို တစ်နည်းအားဖြင့် မညီမျှချက် တစ်ခု၏ နှစ်ဖက်စလုံးတွင် အနုတ်ကိန်းတစ်ခုဖြင့် မြှောက်ခြင်း (သို့မဟုတ်) စားခြင်းပြုလုပ်လျှင် မညီမျှချက် လက္ခဏာသည် ပြောင်းလဲကြောင်း တွေ့ရသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (8.2)

1. အောက်ပါဖော်ပြချက်များသည် မှန်သည် (သို့မဟုတ်) မှားသည်ကို တွက်မကြည့်ဘဲ အဖြေ ရေးပါ။ သင်ပေးသောအဖြေအတွက် အကြောင်းပြချက်လည်း ဖော်ပြပါ။

(a) $\frac{7}{3} < \frac{13}{14}$ ဖြစ်သဖြင့် $\frac{7}{3} + \frac{125}{128} < \frac{13}{4} - \frac{125}{128}$ ဖြစ်၏။

အဖြေ။ မှန်၏။

အကြောင်းပြချက်။ $\frac{7}{3} < \frac{13}{4}$

နှစ်ဖက်စလုံးတွင် တူညီသော $\frac{125}{128}$ ပေါင်းလျှင် မညီမျှချက်သည် မပြောင်းလဲပါ။

\therefore ဖော်ပြချက်မှန်၏။

(b) $\frac{16}{5} < \frac{94}{21}$ ဖြစ်သဖြင့် $\frac{16}{5} - \frac{54}{5} > \frac{94}{21} - \frac{54}{5}$ ဖြစ်၏။

(c) $29.382 > 29.381$ ဖြစ်သဖြင့်

$29.382 + \frac{21}{40} < 29.381 + \frac{21}{40}$ ဖြစ်၏။

(d) $-3 < \frac{11}{2}$ ဖြစ်သဖြင့် $-3 - \frac{26}{7} < \frac{11}{2} - \frac{26}{2}$ ဖြစ်၏။

2. အောက်ပါတို့သည် မှန်သည် (သို့မဟုတ်) မှားသည်ကို ဖြေပါ။

(a) $12 < 18$

(b) $12 \times 3 > 18 \times 3$

(c) $12 \times \frac{1}{6} > 18 \times \frac{1}{6}$

(d) $12 \times 0 < 18 \times 0$

(e) $12 \times (-1) < 18 \times (-1)$

(f) $12 \times (-1) > 18 \times (-1)$

(g) $12 \times (-\frac{1}{3}) < 18 \times (-\frac{1}{3})$

(h) $12 \times (-\frac{1}{3}) > 18 \times (-\frac{1}{3})$

3. အောက်ဖော်ပြချက်များသည် မှန်သည်(သို့မဟုတ်)မှားသည်ကို တွက်မကြည့်ဘဲ အဖြေပေးပါ။
သင်ပေးသောအဖြေအတွက် အကြောင်းပြချက်ကိုလည်း ဖော်ပြပေးပါ။

(a) $\frac{13}{7} < \frac{9}{4}$ ဖြစ်သဖြင့် $\frac{13}{7} (\frac{251}{694}) < \frac{9}{4} (\frac{251}{694})$ ဖြစ်၏။

အဖြေ။ ။ မှန်၏။

အကြောင်းပြချက်။ ။ $\frac{13}{7} < \frac{9}{4}$ နှစ်ဖက်စလုံးကို တူညီသော အပေါင်းကိန်း $\frac{251}{694}$

ဖြင့် မြှောက်လျှင် မညီမျှချက်သည် မပြောင်းလဲပါ။

∴ ဖော်ပြချက်မှန်၏။

(b) $\frac{9}{5} > -\frac{7}{6}$ ဖြစ်သောကြောင့် $\frac{9}{5} (\frac{43}{13}) < -\frac{7}{6} (\frac{43}{13})$ ဖြစ်၏။

(c) $83.05 < 83.5$ ဖြစ်သောကြောင့်

$(83.05) \div (\frac{19}{6}) > (83.5) \div (\frac{19}{6})$ ဖြစ်၏။

(d) $-\frac{5}{16} > -\frac{4}{5}$ ဖြစ်သောကြောင့် $\frac{5}{16} < \frac{4}{5}$ ဖြစ်၏။

8.2 မညီမျှခြင်း (Inequation)

မစုသည် စာမေးပွဲတွင် သင်္ချာဘာသာကို ဖြေဆိုရသည်။

မေးခွန်းအားလုံးအမှန် ဖြေနိုင်လျှင် အမှတ် 100 ရမည်ဖြစ်၏။ အဖြေများကို စစ်ဆေးပြီး နောက် ဖြေဆိုသူအားလုံးတွင် တစ်ဦးမျှ အမှတ် 100 မရကြောင်း သိရသည်။

ထိုအခါ မစုရရန်ဖြစ်နိုင်သော အမှတ်ကို စဉ်းစားမည်ဆိုပါစို့။ မစုရရန်ဖြစ်နိုင်သော အမှတ် ကို မသိကိန်း x ဟုထားလျှင် x ၏ တန်ဖိုးသည် 100 အောက်ငယ်သော ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ကြောင်း လွယ်ကူစွာ တွေ့နိုင်၏။ ၎င်းကို သင်္ချာသင်္ကေတဖြင့် ပြသော် အောက်ပါအတိုင်း ပြနိုင်၏။

$$x < 100$$

x သည် 100 အောက်ငယ်သည်ဟုဆို၏။

အကယ်၍ ဖြေဆိုသူကျောင်းသူကျောင်းသားအချို့သည် အမှတ် 100 ရသည်ဆိုပါစို့။ ထိုအခါ မစုသည်လည်း အမှတ် 100 ရသော ကျောင်းသူတစ်ယောက် ဖြစ်နိုင်ပေသည်။ ထို့ကြောင့် x သည် 100 နှင့် ညီနိုင်ပေမည်။ သင်္ချာသင်္ကေတဖြင့် ရေးသော်

$$x \leq 100 \text{ ဟု ရ၏။}$$

x သည် 100 အောက်ငယ်သည် (သို့မဟုတ်) ညီသည်ဟု အဓိပ္ပာယ်ရသည်။

အခြားဥပမာတစ်ခုကို ဖော်ပြမည်။ မောင်ဇော်သည် ကျောင်းတွင်း အပြေးပြိုင်ပွဲတွင် ဝင်ရောက်ယှဉ်ပြိုင်ခွင့်ရ၏။ ပြိုင်ပွဲဝင်ခွင့်ရရန်မှာ ယှဉ်ပြိုင်သူ၏ အရပ်အမြင့်သည် 4.5 ပေ အနည်းဆုံး ရှိရမည်ဖြစ်သည်။ မောင်ဇော်၏ အရပ်အမြင့်ကို မသိကိန်း y ဟုထားလျှင် မောင်ဇော်သည် ယှဉ်ပြိုင်ခွင့်ရသူဖြစ်သောကြောင့်

$$y \geq 4.5$$

y သည် 4.5 ထက်ကြီးသည် (သို့မဟုတ်) ညီသည်ဟု ပြောနိုင်ပေသည်။

$x < 100$, $x \leq 100$, $y \geq 4.5$ တို့သည် မညီမျှခြင်းများ၏ ပုံစံအချို့ဖြစ်ကြသည်။ x (သို့မဟုတ်) y ကို မညီမျှခြင်း၏ ကိန်းရှင်များဟု ခေါ်သည်။ အကွရာသင်္ချာ ညီမျှခြင်းများတွင် ကိန်းရှင်များကို x (သို့မဟုတ်) y (သို့မဟုတ်) z (သို့မဟုတ်) u အစရှိသည်တို့ဖြင့် သတ်မှတ်နိုင်သကဲ့သို့ မညီမျှခြင်းများတွင်လည်း သတ်မှတ်ပါမည်။

အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက် (1) ။ ။ ကိန်းရှင်တစ်ခု (သို့မဟုတ်) တစ်ခုထက်ပို၍ ပါဝင်သော မညီမျှချက်တစ်ခုကို မညီမျှခြင်း ဟု ခေါ်သည်။

ယခုအခြေအနေတွင် ကိန်းရှင်တစ်ခုပါဝင်သော မညီမျှခြင်းတို့ကို စဉ်းစားမည်။

ဥပမာအားဖြင့် ဖော်ပြရသော်

$$2x + 1 < 4$$

$$3 - y > 2 + y$$

$$5z + 7 \geq 3.5$$

တို့သည် ကိန်းရှင်တစ်ခုပါဝင်သော မညီမျှခြင်းတို့ဖြစ်သည်။ မညီမျှခြင်းတစ်ခုတွင် ညီမျှခြင်း တစ်ခုကဲ့သို့ ဝဲဘက်နှင့် ယာဘက်ဟု နှစ်ဖက်ရှိသည်။

အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက် (2) ။ ။ မညီမျှခြင်းတစ်ခု၏ ကိန်းရှင် (မသိကိန်း) နေရာတွင် ကိန်းတစ်ခုကို အစားသွင်းခြင်းဖြင့် မညီမျှခြင်းသည် ပြောင်းလဲခြင်း မရှိဘဲ၊ မှန်ကန်နေလျှင် ထိုကိန်းသည် ပေးရင်းမညီမျှခြင်းကို ပြေလည်သည်ဟုဆို၏။ ထိုကိန်းကိုပေးရင်းမညီမျှခြင်း၏ အဖြေတစ်ခုဟု သတ်မှတ်သည်။

ဥပမာ။ ။ မညီမျှခြင်း $2x + 1 < 4$ ကို လေ့လာမည်။ မညီမျှခြင်းတွင် $x = 0$ ကို အစားသွင်းလျှင် မှန်နေကြောင်း တွေ့ရသည်။

$x = 0$ ဖြစ်သောအခါ

ဝဲဘက် = $2(0) + 1 = 1 < 4 =$ ယာဘက်

∴ ဝဲဘက် < ယာဘက်

∴ $x = 0$ သည် မညီမျှခြင်း $2x + 1 < 4$ ၏ အဖြေတစ်ခုဖြစ်သည်။

တစ်ဖန် $x = 1$ ကို အစားသွင်းကြည့်လျှင်လည်း မညီမျှခြင်းကို ပြေလည်နေကြောင်း တွေ့ပြန်သည်။

∴ $x = 1$ သည်လည်း မညီမျှခြင်း $2x + 1 < 4$ ၏ အဖြေတစ်ခုဖြစ်နေကြောင်း တွေ့ပြန်သည်။

ထိုနည်းတူ $x = \frac{1}{4}$, $x = -\frac{1}{2}$, $x = -1$, $x = -\frac{5}{4}$, $x = 0$ အစရှိသည်တို့သည်လည်း အဖြေများဖြစ်ကြကြောင်း တွေ့ရ၏။

မသိကိန်းတစ်လုံးပါ တစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်းများတွင် အဖြေတစ်ခုတည်းသာရှိကြောင်း တွေ့ရှိခဲ့ရသော်လည်း ယခုမသိကိန်းတစ်လုံးပါ တစ်ထပ်ကိန်းမညီမျှခြင်းများတွင်မူ အဖြေတစ်ခုထက်ပို၍ ရှိနေကြောင်း အထက်ပါဥပမာအရ တွေ့ရှိရပေသည်။

တစ်ဖန် ဆက်လက်၍ စဉ်းစားဦးအံ့။

$x = 2$ ဖြစ်သောအခါ

ဝဲဘက် = $2(2) + 1 = 5$,

ယာဘက် = 4

∴ ဝဲဘက် > ယာဘက်

ဝဲဘက်သည် ယာဘက်ထက်ကြီးလာကြောင်း တွေ့ရသည်။

$x = 2$ အစားသွင်းခြင်းဖြင့် မညီမျှခြင်း $2x + 1 < 4$ မှ < သည် ပြောင်းပြန် > ဖြစ်သွားသည်။ ထို့ကြောင့် $x = 2$ သည် ပေးရင်းမညီမျှခြင်းကို မပြေလည်ချေ။

$x = \frac{3}{2}$ ဖြစ်သောအခါ

ဝဲဘက် = $2(\frac{3}{2}) + 1 = 4 =$ ယာဘက်

∴ ဝဲဘက် = ယာဘက်

$x = \frac{3}{2}$ သည် ဒီမိုကရေစီ $2x + 1 < 4$ ကို မပြေလည်ပါ။ $x = \frac{3}{2}$ သည်မညီမျှခြင်း၏ အဖြေ တစ်ခု မဟုတ်ပါ။

အထက်ပါနည်းများအတိုင်း မညီမျှခြင်းတွင် ကိန်းများကို အစားသွင်းပြီး အဖြေဟုတ်မဟုတ် စစ်ဆေးခြင်းသည် အချိန်ဖြုန်းရာရောက်ပြီး အဖြေအားလုံး ရရှိရန်အတွက်မူ ကောင်းမွန်သော အဖြေ ရှာနည်းမဟုတ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။ အဖြေအားလုံးကို လွယ်လွယ်ကူကူနှင့် လျင်လျင်မြန်မြန်ရရှိရန် မညီမျှချက်၏ ဂုဏ်သတ္တိများကို အသုံးပြု ဖြေရှင်းသွားပါမည်။

8.3 မညီမျှခြင်းတစ်ခုကို ဖြေရှင်းခြင်း

အောက်ပါမညီမျှချက်၏ ဂုဏ်သတ္တိများကို မညီမျှခြင်းများ ဖြေရှင်းရာတွင် အသုံးပြုပါမည်။

- (1) မညီမျှခြင်းတစ်ခု၏ နှစ်ဖက်စလုံးတွင် မည်သည့်ကိန်းကိုမဆို ပေါင်းခြင်း (သို့မဟုတ်) နုတ်ခြင်းပြုလုပ်လျှင် မညီမျှခြင်းလက္ခဏာသည် ပြောင်းလဲခြင်းမရှိပါ။
- (2) မညီမျှခြင်းတစ်ခု၏ နှစ်ဖက်စလုံးတွင် အပေါင်းကိန်း တစ်ခုဖြင့် မြှောက်ခြင်း (သို့မဟုတ်) စားခြင်းပြုလုပ်လျှင် မညီမျှခြင်းလက္ခဏာသည် ပြောင်းလဲခြင်းမရှိပါ။
- (3) မညီမျှခြင်းတစ်ခု၏ နှစ်ဖက်စလုံးတွင် အနုတ်ကိန်းတစ်ခုဖြင့် မြှောက်ခြင်း(သို့မဟုတ်) စားခြင်းပြုလုပ်လျှင် မညီမျှခြင်း လက္ခဏာသည် ပြောင်းလဲသွားသည်။

ဥပမာ (1) $2x + 1 < 4$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$2x + 1 < 4$$

နှစ်ဖက်စလုံးမှ 1 ကို နုတ်မည်။

$$2x + 1 - 1 < 4 - 1$$

$$2x < 3$$

တစ်ဖန် နှစ်ဖက်စလုံးကို $\frac{1}{2}$ ဖြင့် မြှောက်မည်။

$$2x \times \frac{1}{2} < 3 \times \frac{1}{2}$$

$$x < \frac{3}{2}$$

ထို့ကြောင့် $\frac{3}{2}$ အောက်ငယ်သော မည်သည့် x တန်ဖိုးမဆိုအဖြေတစ်ခုဖြစ်သည်။ $\frac{3}{2}$ အောက်ငယ်သောကိန်း မြောက်မြားစွာ ရှိသောကြောင့် ထိုကိန်းအားလုံးသည်အဖြေများဖြစ်ကြသည်။

သတိပြုရန်။ $\frac{3}{2}$ နှင့် $\frac{3}{2}$ ထက်ကြီးသော ကိန်းအားလုံးသည် အဖြေမဟုတ်ပေ။ ထို့ကြောင့် $\frac{1}{2}$ သည် အဖြေတစ်ခုဖြစ်ပြီး 5 သည် အဖြေမဟုတ်ကြောင်းကို တွက်ကြည့်ရန် မလိုဘဲ ပြောနိုင်မည်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (2) $2.5a + 7.5 \geq 3.5$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$2.5a + 7.5 \geq 3.5$$

နှစ်ဖက်စလုံးမှ 7.5 ကို နုတ်သော်

$$2.5a + 7.5 - 7.5 \geq 3.5 - 7.5$$

$$2.5a \geq -4$$

တစ်ဖန် နှစ်ဖက်စလုံးကို 2.5 ဖြင့် စားသော်

$$a \geq -\frac{4}{2.5}$$

$$a \geq -1.6$$

ထို့ကြောင့် -1.6 နှင့် -1.6 ထက်ကြီးသော ကိန်းအားလုံးသည် အဖြေများဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရ၏။
သတိပြုရန်။ အထက်ပါညီမျှခြင်းတွင် -3, -2, -1, 0 တို့ကို အဖြေဟုတ်၊ မဟုတ်ဆက်လက်စဉ်းစား
လျှင် -3 နှင့် -2 တို့သည် -1.6 အောက်ငယ်သောကြောင့် အဖြေများမဟုတ်ကြပါ။
-1 နှင့် 0 တို့သည် -1.6 ထက်ကြီးသောကြောင့် အဖြေများ ဖြစ်ကြသည်။

ဥပမာ (3) $3x \geq 2x - 4$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$3x \geq 2x - 4$$

နှစ်ဖက်စလုံးမှ $2x$ ကို နုတ်သော်

$$3x - 2x \geq -4$$

$$x \geq -4$$

∴ -4 နှင့် -4 ထက်ကြီးသော ကိန်းအားလုံးသည် အဖြေများဖြစ်သည်။

သတိပြုရန်။ [အထက်ပါဥပမာတွင်မညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်စလုံး၌ကိန်းရှင် x ပါဝင်နေ၏။ ညီမျှခြင်း
ပုစ္ဆာများတွင် ကိန်းရှင် x ကို ညီမျှခြင်း၏ တစ်ဖက်တည်းသို့ ရွှေ့တွက်သကဲ့သို့
မညီမျှခြင်းပုံစံတွင်လည်း သင့်တော်မည့် တစ်ဖက်တည်းသို့ ကိန်းရှင်ကို ရွှေ့ပြောင်း
ပြီး တွက်ခြင်းဖြစ်သည်။ ကျန်တစ်ဖက်တွင် ကိန်းသေများသာ ရှိစေရမည်။]

ဥပမာ (4) $\frac{1}{2}x + 4 \leq \frac{3}{4}x - 3$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$\frac{1}{2}x + 4 \leq \frac{3}{4}x - 3$$

နှစ်ဖက်စလုံးမှ $\frac{3}{4}x$ ကို နုတ်သော်

$$\frac{1}{2}x + 4 - \frac{3}{4}x \leq -3$$

$$4 - \frac{1}{4}x \leq -3$$

တစ်ဖန် နှစ်ဖက်စလုံးမှ (-4) ကို နုတ်သော်

$$-\frac{1}{4}x \leq -3 - 4$$

$$-\frac{1}{4}x \leq -7$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို (-4) ဖြင့် မြှောက်သော်

$$x \geq 28$$

∴ 28 နှင့် 28 ထက်ကြီးသော ကိန်းအားလုံးသည် အဖြေများဖြစ်သည်။

သတိပြုရန်။ အထက်ပါပုံစံတွင် $-\frac{1}{4}x \leq -7$ ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို 4 ဖြင့် မြှောက်လျှင် $-x \leq -28$ ရမည်။ အဖြေသည် ကိန်းရှင် x ၏ တန်ဖိုးများကိုသာ ရှာရမည်ဖြစ်သောကြောင့် $-x$ မှ x ဖြစ်စေရန် တွက်ရဦးမည်ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် $-x \leq -28$ ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို (-1) ဖြင့် ထပ်၍ မြှောက်လျှင် $x \geq 28$ သာ ရမည်ဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် အထက်ပါတွက်နည်းတွင် (-4) နှင့် တိုက်ရိုက်မြှောက်ခြင်းဖြင့် အဖြေသို့ တိုက်ရိုက်ရောက်သည်ကို တွေ့ရသည်။

အထူးသတိပြုရမည့်အချက်တစ်ခုမှာ အနုတ်ကိန်းနှင့်နှစ်ဖက်စလုံးကိုမြှောက်ခြင်းဖြင့်မညီမျှခြင်း၏ လက္ခဏာပြောင်းပေးခြင်း ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (5) $2y + \frac{1}{2} > 5y + \frac{1}{2}(y - 4)$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$2y + \frac{1}{2} > 5y + \frac{1}{2}(y - 4)$$

$$2y + \frac{1}{2} > 5y + \frac{1}{2}y - 2$$

$$2y + \frac{1}{2} > \frac{11}{2}y - 2$$

နှစ်ဖက်စလုံးမှ $\frac{11}{2}y$ ကို နုတ်သော်

$$2y + \frac{1}{2} - \frac{11}{2}y > -2$$

$$\frac{1}{2} - \frac{7}{2}y > -2$$

တစ်ဖန် နှစ်ဖက်စလုံးမှ $\frac{1}{2}$ ကို နုတ်သော်

$$-\frac{7}{2}y > -2 - \frac{1}{2}$$

$$-\frac{7}{2}y > -\frac{5}{2}$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို $-\frac{2}{7}$ ဖြင့် မြှောက်သော်

$$y < \frac{5}{7}$$

$\therefore \frac{5}{7}$ အောက်ငယ်သော ကိန်းအားလုံးသည် အဖြေများဖြစ်ကြသည်။

ဥပမာ (6) $2(4-3x) < 4(x-5)$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$2(4-3x) < 4(x-5)$$

$$8-6x < 4x-20$$

နှစ်ဖက်စလုံးမှ $4x$ ကို နုတ်သော်

$$8-6x-4x < -20$$

$$8-10x < -20$$

တစ်ဖန် နှစ်ဖက်စလုံးမှ 8 ကို နုတ်သော်

$$-10x < -20-8$$

$$-10x < -28$$

ထို့နောက် နှစ်ဖက်စလုံးကို -10 ဖြင့် စားသော်

$$x > \frac{28}{10}$$

$$x > \frac{14}{5}$$

$\therefore \frac{14}{5}$ ထက်ကြီးသော ကိန်းအားလုံးသည် အဖြေများဖြစ်သည်။

ဥပမာ (7) $\frac{4y+1}{3} + \frac{2(y+1)}{3} - y > 6$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$\frac{4y+1}{3} + \frac{2(y+1)}{3} - y > 6$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 3 ဖြင့် မြှောက်သော်

$$4y+1+2(y+1)-3y > 18$$

$$4y+1+2y+2-3y > 18$$

$$3y+3 > 18$$

တစ်ဖန် နှစ်ဖက်စလုံးမှ 3 ကို နုတ်သော်

$$3y > 15$$

ထို့နောက် နှစ်ဖက်စလုံးကို $\frac{1}{3}$ ဖြင့် မြှောက်သော်

$$y > 5$$

$\therefore 5$ ထက်ကြီးသော ကိန်းအားလုံးသည် အဖြေများ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (8) ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ ဧရိယာသည် 24 စတုရန်းပေရှိ၏။ အလျားသည် p ပေ၊ အနံသည် q ပေရှိလျှင် အောက်ပါဇယားမှ ကျန်ကွက်လပ်များကို ဖြည့်ပေးပါ။

p	6	8	12	24
q	4			

ဇယားကိုအသုံးပြုခြင်းဖြင့် အောက်ပါကွက်လပ်များကို ဖြည့်ပေးပါ။

(a) $p + q \geq \dots\dots\dots$

(b) $p + q \leq \dots\dots\dots$

ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ဧရိယာ = အလျား \times အနံ
 = pq
 = 24 စတုရန်းပေ

p	6	8	12	24
q	4	3	2	1

ဇယားမှ $p + q = 6 + 4 = 10$

(သို့မဟုတ်) $= 8 + 3 = 11$

(သို့မဟုတ်) $= 12 + 2 = 14$

(သို့မဟုတ်) $= 24 + 1 = 25$

(i) $p + q \geq 10$

(ii) $p + q \leq 25$

လေ့ကျင့်ခန်း (8.3)

1. (a) $\frac{5}{3}$ သည် မညီမျှခြင်း $\frac{3}{4}x - \frac{4}{3} \geq 0$ ၏ အဖြေတစ်ခု ဟုတ်ပါသလား။

(b) $\frac{6}{7}$ သည် မညီမျှခြင်း $\frac{77}{9}(x - 2) \leq \frac{2}{3}$ ၏ အဖြေတစ်ခု ဟုတ်ပါသလား။

2. အောက်ပါဖော်ပြချက်များသည် မှန်သည် (သို့မဟုတ်) မှားသည်ကို ဖြေပါ။

(a) $\frac{10}{3}$ သည် မညီမျှခြင်း $2x + 3 \leq 10$ ၏ အဖြေတစ်ခုဖြစ်၏။

(b) 3 သည် မညီမျှခြင်း $9x + 3 \geq 27$ ၏ အဖြေတစ်ခုဖြစ်၏။

(c) $\frac{25}{4}$ သည် မညီမျှခြင်း $20 < 4x - 7$ ၏ အဖြေတစ်ခုဖြစ်၏။

3. အောက်ပါ မညီမျှခြင်းတို့ကို ဖြေရှင်းပါ။

- (a) $x + 1 < 5$ (b) $x + 4 < 6$
- (c) $x + 5 < 10$ (d) $4 + x \geq 8$
- (e) $x + 5 > 5$ (f) $x - 1 > 7$
- (g) $x - 3 < 6$ (h) $x - 1 \leq 2$
- (i) $3 < x - 4$

4. အောက်ပါ မညီမျှခြင်းတို့ကို ဖြေရှင်းပါ။

- (a) $2x > 8$ (b) $2x < 10$
- (c) $3x < 10$ (d) $4x > 19$
- (e) $5x < 1$ (f) $7x \leq 20$

5. (a) မညီမျှခြင်း $x < -3$ ကို ပြေလည်သော အဖြေနှစ်ခုကို ရေးပြပါ။

(b) သင်ရေးပေးသော အထက်ပါအဖြေနှစ်ခုသည် အောက်ပါမညီမျှခြင်းများ၏ အဖြေများ ဖြစ်၊ မဖြစ် စစ်ဆေးပြပါ။

- (i) $2x < -6$
- (ii) $-x < 3$
- (iii) $-x > 3$

6. (a) မညီမျှခြင်း $-x > -10$ ၏ အဖြေနှစ်ခုကို ရေးပြပါ။

(b) သင်ရေးပေးသော အထက်ပါအဖြေနှစ်ခုသည် အောက်ပါမညီမျှခြင်းများ၏ အဖြေများ ဖြစ်၊ မဖြစ်ကို စစ်ဆေးပြပါ။

- (i) $-2x > -20$
- (ii) $x > 10$
- (iii) $x < 10$

7. $\frac{7}{3}y - 1 < 17 - \frac{2}{3}y$ ကို ပြေလည်သော အပေါင်းကိန်းပြည့် အဖြေနှစ်ခုကို ရှာပေးပါ။

8. အောက်ပါမညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းပါ။

- (a) $7x - 14 \leq 0$ (b) $2y + 7 > 15$
- (c) $2 - 3y \leq 2y + 12$ (d) $3x + \frac{1}{2} \geq \frac{x}{4} + 5$
- (e) $y + 6 < 4 - 3y$ (f) $2x - 3 \leq 5x + 7$
- (g) $4.5z - \frac{1}{2} > 3.5z + \frac{1}{2}$ (h) $\frac{5}{2} - \frac{4}{3}x \leq \frac{7}{2} - \frac{10}{3}x$

9. မညီမျှခြင်း $z = 5.1$ သည် မညီမျှခြင်း $-2.5z + 6.8 \leq -18.7 - 3z$ ၏ အဖြေတစ်ခုဖြစ်၊ မဖြစ် စစ်ဆေးပေးပါ။

10. အောက်ပါမညီမျှခြင်းများ၏ အဖြေများကို ရှာပေးပါ။

- (a) $2m + 1 < -1 + m$ (b) $5 - 2y < 4$
 (c) $x - 2 \geq 6 + 3x$ (d) $2y + 3 < 27 - 4y$
 (e) $5z - 4 > 7z + 9$ (f) $15 - 7x \geq 3x + 5$
 (g) $3(2x - 1) > 2(2x + 3)$ (h) $3(x + 1) < x + 5$

11. အောက်ပါမညီမျှခြင်းများ၏ အဖြေများကို ရှာပေးပါ။

- (a) $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2} < \frac{1}{2}x$ (b) $\frac{y}{4} - \frac{y}{5} > 1$
 (c) $\frac{s}{3} + 2 > \frac{s}{2}$ (d) $\frac{1}{3}(2x - 3) \leq 5$
 (e) $\frac{2}{3}(y + 1) > \frac{3}{4}$

12. အောက်ပါတို့ကို ဖြေရှင်းပေးပါ။

- (a) $\frac{1}{2}(x + 5) - \frac{1}{4}(x + 1) > 3$ (b) $\frac{n-3}{4} + \frac{n-2}{3} < 5$
 (c) $\frac{t-2}{4} - \frac{t-4}{6} \geq \frac{2}{5}$ (d) $\frac{y+4}{4} - \frac{3y-9}{7} < \frac{1}{2}$

13. အောက်ပါမညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းပေးပါ။

- (a) $\frac{2y-3}{3} - \frac{y-3}{2} > \frac{6}{5}$ (b) $\frac{1}{2}(x + 5) > 3 + \frac{1}{4}(x + 1)$
 (c) $\frac{y-2}{4} - \frac{y-4}{6} \geq \frac{2}{3}$ (d) $\frac{x+4}{4} - \frac{2x-9}{7} < \frac{-1}{2}$

14. p နှင့် q တို့သည် ကိန်းများဖြစ်ကြသည်။

အောက်ပါတွက်လုပ်များတွင် $>$, $=$, $<$ တို့မှ ဆီလျော်သော သင်္ကေတတစ်ခုကို ဖြည့်ပေးပါ။

- (a) $p = q + 5$ $\therefore p > q$
 (b) $p - q = 0$ $\therefore p \dots\dots\dots q$
 (c) $p + 1 = q$ $\therefore p \dots\dots\dots q$
 (d) $p + q = q$ $\therefore p \dots\dots\dots q$
 (e) $p = 11, q = 15$ $\therefore p \dots\dots\dots q$
 (f) $q = p + 3$ $\therefore p \dots\dots\dots q$

15. a နှင့် b တို့သည် ကိန်းများဖြစ်ကြသည်။

အောက်ပါတွက်လုပ်များတွင် $>$, $=$, $<$ တို့မှ ဆီလျော်သော သင်္ကေတတစ်ခုကို ဖြည့်ပေးပါ။

- (a) $2a < 2b$ ∴ a.....b
- (b) $a - 1 > b$ ∴ a.....b
- (c) $a + 1 < b$ ∴ a.....b
- (d) $a - b = 7$ ∴ a.....b
- (e) $a + 5 = b + 5$ ∴ a.....b
- (f) $a + 7 = b + 10$ ∴ a.....b

16. ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ အခန်းတစ်ခန်း၏ ဧရိယာသည် 36 စတုရန်းပေရှိ၏။ အလျားသည် xပေ၊ အနံသည် y ပေရှိလျှင် အောက်ပါဇယားမှ ကျန်ကွက်လပ်များကို ဖြည့်ပေးပါ။

x	6	9	12	18
y				

ဇယားကိုအသုံးပြုခြင်းဖြင့် အောက်ပါကွက်လပ်များကို ဖြည့်ပေးပါ။

- (a) $x - y \geq$
- (b) $x + y \leq$
- (c) အခန်း၏ ပတ်လည်အနား \geq

17. ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ နီးစပ်သော အနားနှစ်ဖက်တို့သည် a နှင့် b အသီးသီး ဖြစ်ကြ၏။ ပတ်လည်အနားသည် 16 ပေ ရှိ၏။ အောက်ပါကွက်လပ်များကို ဖြည့်ပေးပါ။

- (a) $2a + 2b =$
- (b) $a + b =$
- (c) $a <$
- (d)

a	1	2	3	4	5	6	7
b							

- (e) $ab \geq$
- (f) $ab \leq$

အခန်း (9)

မသိကိန်းနှစ်လုံးပါသော ညီမျှခြင်းများ

မသိကိန်းတစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်းများနှင့် ယင်းတို့ကို ဖြေရှင်းပုံများကို လေ့လာခဲ့ကြပြီး ဖြစ်သည်။ ယခုအခန်းတွင် မသိကိန်းနှစ်လုံးပါဝင်သော ညီမျှခြင်းများကို လေ့လာကြရမည်။

ဥပမာ (1) မောင်ဘသည် မောင်လှထက် အသက် 4 နှစ်ကြီး၏။

မောင်ဘ၏ အသက်ကိုရှာရန် ညီမျှခြင်းရေးပါ။

ပုစ္ဆာအရ

မောင်ဘ၏ အသက် = မောင်လှ၏ အသက် + 4

မသိကိန်းတစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်းများ ဖြေရှင်းသည့်အတိုင်း

မောင်ဘ၏ အသက် = x နှစ်ဟု သတ်မှတ်လျှင်

= မောင်လှ အသက် + 4 ဟူသော ညီမျှခြင်းကို ရမည်။

အကယ်၍ မောင်လှ၏ အသက် = 5 နှစ် ဖြစ်ပါက

$$x = 5 + 4 = 9 \text{ ဖြစ်မည်။}$$

တစ်ဖန် မောင်လှ၏ အသက် = 7 နှစ် ဖြစ်ပါက

$$x = 7 + 4 = 11 \text{ ဖြစ်မည်။}$$

ဤနည်းအတိုင်း ဆက်လက်၍ တွက်ချက်လျှင် အောက်ပါဇယားအတိုင်း ရရှိမည် ဖြစ်မည်။

မောင်လှအသက်	မောင်ဘအသက်
5	9
7	11
10	14
12	16
14	18
20	24

ဤတွင် မောင်လှအသက် တစ်ခုစီအတွက် မောင်ဘအသက် တစ်ခုစီရရှိသဖြင့် အဖြေအမျိုးမျိုး ရရှိနိုင်ကြောင်း သတိပြုရမည်။

ထို့ကြောင့် x မသိကိန်း၏ တိကျသောအဖြေတစ်ခု ရရှိနိုင်ရန်အတွက် မောင်လှ၏ အသက်ကို တိတိကျကျသိရှိရန် လိုအပ်ကြောင်း မြင်နိုင်သည်။

အကယ်၍ မောင်လှ၏ အသက်ကိုပါ မသိကိန်းတစ်ခု y ဖြင့် ဖော်ပြခဲ့လျှင်

$$x = y + 4 \text{ ဟူသော ညီမျှခြင်းကို ရမည်။}$$

ဤတွင် y နေရာ၌ မောင်လှ၏ အသက် 10, 11, 12, စသည်ဖြင့် တန်ဖိုးအစားသွင်းလျှင် သက်ဆိုင်ရာ x တန်ဖိုးများ ရရှိမည်ဖြစ်သည်။

သို့ဖြစ်၍ $x = y + 4$ မှာ ရှာလိုသော ညီမျှခြင်းတစ်ခုဖြစ်ကြောင်း သိနိုင်သည်။

ဤညီမျှခြင်းတွင် x နှင့် y ဟူ၍ မသိကိန်းနှစ်လုံးပါဝင်နေသောကြောင့် ဤညီမျှခြင်းကို မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်းဟု ခေါ်သည်။

ဤညီမျှခြင်းမှ x ကို ရှာလိုသော် y ကို သိရန် လိုအပ်၏။ ထိုနည်းတူ x ကို သိလျှင်လည်း y ကို တွက်ယူနိုင်သည်။ ဤတွင် y တန်ဖိုးတစ်ခုအတွက် x တန်ဖိုးတစ်ခုသာရှိကြောင်း မှတ်သားရမည်။ ထို့အတူ x တန်ဖိုးတစ်ခုစီအတွက် သက်ဆိုင်သော y တန်ဖိုးတစ်ခုသာ ရှိသည်။

ဥပမာ (2) အောက်ပါတို့မှ မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်းများ ရေးပါ။

(a) a သည် b ထက် 4 ပိုသည်။

$$a = b + 4$$

(သို့မဟုတ်) $a - b = 4$

(b) y သည် x အောက် 6 ငယ်၏။

$$y = x - 6$$

(သို့မဟုတ်) $x - y = 6$

(c) r သည် s ၏ 2 ဆ ဖြစ်၏။

$$r = 2s$$

(d) r သည် a ၏ 6 ဆထက် 1 ပို၍ကြီးသည်။

$$r = 6a + 1$$

လေ့ကျင့်ခန်း (9.1)

1. အောက်ပါတို့မှ မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်းများ ရေးပါ။

(a) a သည် b ၏ 7 ဆ ဖြစ်သည်။

(b) b သည် a ၏ 2 ဆ ဖြစ်သည်။

(c) a သည် d ထက် 20 ပို၏။

(d) b သည် c အောက် 10 နည်း၏။

(e) a သည် b ထက် 45 ပို၏။

(f) b သည် a ၏ $\frac{1}{3}$ ဖြစ်၏။

(g) p သည် q ၏ 3 ဆထက် 4 ပို၏။

(h) p သည် q ၏ 2 ဆပြည့်ရန် 4 လို၏။

(i) n သည် s ၏ $\frac{3}{4}$ ထက် 6 ပို၏။

2. အောက်ပါတို့မှ မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်းများကို ရေးပါ။

(a) a ၏ 3 ဆသည် b ၏ 2 ဆနှင့်ညီမျှ၏။

(b) p ၏ 2 ဆသည် q ၏ $\frac{1}{3}$ ထက် 5 ပို၏။

(c) p ၏ $\frac{1}{4}$ သည် q ၏ 3 ဆအောက် လျော့နည်း၏။

(d) a ၏ 6 ဆသည် b ၏ 7 ဆထက် 4 ပို၏။

3. အောက်ပါတို့မှ မသိကိန်း x နှင့် y တို့ကို သုံး၍ ညီမျှခြင်းများရေးပါ။
- (a) သတ္တမတန်းရှိ ယောက်ျားလေးဦးရေမှာ မိန်းကလေးဦးရေ၏ 2 ဆ ဖြစ်သည်။
 - (b) မောင်တသည် မောင်ဖြူထက် 5 နှစ်ငယ်သည်။
 - (c) စာမေးပွဲတစ်ခုတွင် မောင်ဖြူသည် မောင်မဲထက် အမှတ် 20 ပို၍ရသည်။
 - (d) မပုနှင့် မနုနှစ်ယောက်ပေါင်းတွင် ငွေ 24 ကျပ်ရှိသည်။
 - (e) အဖ၏အသက်သည် သား၏အသက်ထက် 25 နှစ်ကြီး၏။
 - (f) မောင်တင်၏ အသက်သည် မောင်ခင်၏အသက်ထက် 5 နှစ်ကြီး၏။
 - (g) အဖ၏အသက်သည် သားအသက်၏ 3 ဆ ဖြစ်သည်။
 - (h) ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ မြေတစ်ကွက်၏ အလျားသည် အနံထက် ပေ 20 ပို၍ ရှည်သည်။
 - (i) တြိဂံတစ်ခု၏ အရှည်ဆုံးအနားသည် အတိုဆုံးအနားထက် 2 လက်မပို၍ ရှည်သည်။
 - (j) အလုပ်သမားတစ်ယောက် အလုပ်လုပ်သောအချိန်သည် နားသောအချိန်၏ 5 ဆ ဖြစ်သည်။
 - (k) လူကြီးတစ်ယောက်နှင့် ကလေးတစ်ယောက် ရေခပ်ကြရာ ကလေးခပ်နိုင်အားသည် လူကြီး၏ ခပ်နိုင်အား၏ $\frac{1}{3}$ ဖြစ်၏။
 - (l) အလုပ်ခန့်တစ်ခုတွင် ယောက်ျားတစ်ယောက်လုပ်အား၏ 2 ဆသည် မိန်မတစ်ယောက်လုပ်အား၏ 3 ဆနှင့်ညီမျှသည်။
 - (m) စာမေးပွဲတစ်ခုတွင် မောင်လှသည် မောင်မြ၏ အမှတ်ပေါင်း၏ 2 ဆ နှင့်ညီမျှရန် 6 မှတ်သာလိုကြောင်း သိရသည်။
 - (n) ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ အခန်းတစ်ခု၏ အလျားသည် အနံ၏ 2 ဆထက် 2 ပေပို၍ ရှည်၏။
 - (o) စာသင်ခန်းတစ်ခုတွင် ကျောင်းသားဦးရေမှာ ကျောင်းသူဦးရေ၏ 2 ဆပြည့်ရန် 7 ယောက်လို၏။
 - (p) ကြိုးတစ်ချောင်းကို နှစ်ပိုင်းပိုင်းရာ ရှည်သောအပိုင်းသည် တိုသောအပိုင်း၏ 4 ဆ ထက် 2 ပေ ပိုရှည်၏။
 - (q) မောင်ဖြူ၏ အသက်၏ 3 ဆသည် မောင်လှ၏ အသက် 2 ဆထက် 3 နှစ်ပို၍ ကြီးသည်။
 - (r) မောင်ဘတွင် ရှိသောငွေကို ရေတွက်ကြည့်ရာ ထိုငွေ၏ 2 ဆသည် မောင်လှတွင် ရှိသော ငွေ 3 ဆနှင့်ညီရန် 5 ကျပ် လိုကြောင်း တွေ့ရ၏။

9.1 မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းများ

ဥပမာ (1) မလှ၏အသက်သည် မမြ၏အသက်၏ 2 ဆထက် 1 ငယ်သည်။ ၎င်းတို့၏ အသက်များပေါင်းလဒ်သည် 8 နှစ်ဖြစ်သော် ၎င်းတို့၏ အသက်အသီးသီးကို ရှာပါ။

ပုစ္ဆာအရ

$$\begin{aligned} \text{မလှအသက်} &= (\text{မမြအသက်} \times 2) - 1 \\ \text{မလှအသက်} + \text{မမြအသက်} &= 8 \end{aligned}$$

မလှအသက် = p နှစ်
 မမြအသက် = q နှစ်ဟု သတ်မှတ်သော်

$\therefore p = 2q - 1$ (1)

$\therefore p + q = 8$ (2) ဟူသော ညီမျှခြင်းနှစ်ခုကို ရမည်။

ညီမျှခြင်း (1) အရ q ၏ တန်ဖိုးကို အစားထိုးကြည့်ပါက အောက်တွင်ဖော်ပြသော ဇယား အတိုင်းရမည်ဖြစ်သည်။

q	p
1	1
2	3
3	5
4	7
5	9

ဤတွင် q တန်ဖိုးတစ်ခုစီအတွက် p တန်ဖိုးတစ်ခုစီ ရရှိကြောင်းတွေ့ရမည်။ ထို့ကြောင့် မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်း (1) အတွက် အဖြေများစွာ ရရှိနိုင်ကြောင်း မှတ်သားရမည်။

သို့သော် ညီမျှခြင်း (2) အရ

$p + q = 8$ ဟု ထပ်မံဖော်ပြထားသဖြင့် အထက်ပါဇယားတွင် ပါရှိသော အဖြေများမှာ

$q = 3$ နှင့် $p = 5$ ဖြစ်မှသာလျှင် ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (2) နှစ်ခုစလုံးကို ပြေလည်နိုင်မည်ဖြစ်သဖြင့် အဖြေမှန်မှာ $p = 5$ နှင့် $q = 3$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရမည်။

ဤတွင် $p = 2q - 1$ ဟူသော မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်းမှ မသိကိန်း p နှင့် q တို့၏ တိကျသောအဖြေကို ရရှိနိုင်ရန်အတွက် $p + q = 8$ ဟူ၍ ယင်း မသိကိန်းနှစ်လုံးပါဝင်သော ညီမျှခြင်းတစ်ခု ထပ်မံ၍ ဖော်ပြရကြောင်းကို သတိပြုရမည်။

ထို့ကြောင့် p နှင့် q တို့၏ တန်ဖိုးကို တိတိကျကျ အဖြေထုတ်နိုင်ရန်အတွက်

$p = 2q - 1$ (1)

$p + q = 8$ (2)

ဟူသော ညီမျှခြင်းနှစ်ခု လိုအပ်သည်။

ယင်းညီမျှခြင်းနှစ်ခုကို မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းများဟု ခေါ်သည်။

မှတ်ရန်

- (1) ညီမျှခြင်းတစ်ခုတွင် မသိကိန်းနှစ်လုံးပါဝင်လျှင်၊ ထိုညီမျှခြင်းတစ်ခုတည်းဖြင့် မသိကိန်းများ၏ တန်ဖိုးများကို တိကျစွာ မရှာနိုင်။
- (2) ညီမျှခြင်းတွင် ပါဝင်နေသော မသိကိန်းများ ဆက်သွယ်ပုံကို ပြသော ညီမျှခြင်းနှစ်ခု ရှိမှသာလျှင် မသိကိန်း၏ တန်ဖိုးကို တိကျစွာ ရှာနိုင်သည်။

9.2 မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းများ ဖြေရှင်းခြင်း

9.2.1 ကိန်းအစားသွင်းတွက်နည်း

အထက်တွင်ဖော်ပြထားသောပုံစံမျိုးများဖြေရှင်းရာတွင် ဖော်ပြခဲ့သည့်အတိုင်းပထမညီမျှခြင်းကို ပြေလည်စေသော အဖြေများကို ရေးချ၍ ဒုတိယညီမျှခြင်းကို ပြေလည်စေသော အဖြေကို ရွေးချယ်သောနည်းဖြင့် မပြုလုပ်ဘဲအောက်တွင် ဖော်ပြထားသောနည်းနှင့် တွက်ယူနိုင်သည်။

ပုံစံအရ

$$p = 2q - 1 \dots\dots\dots(1)$$

$$p + q = 8 \dots\dots\dots(2)$$

ညီမျှခြင်း (1) မှ p ၏ တန်ဖိုးကို ညီမျှခြင်း (2) တွင် အစားသွင်းသော်

$$2q - 1 + q = 8$$

$$3q - 1 = 8$$

$$3q = 9$$

$$\therefore q = 3$$

q ၏ တန်ဖိုး 3 ကို ညီမျှခြင်း (1) တွင် အစားသွင်းသော်

$$p = 2q - 1$$

$$= 2 \times 3 - 1$$

$$= 6 - 1$$

$$\therefore p = 5$$

\therefore မလှ၏ အသက် = 5 နှစ်

မမြ၏ အသက် = 3 နှစ်

ချိန်ကိုက်ပုံ

$$\text{မလှ၏ အသက်} = \text{မမြ၏ အသက်} \times 2 - 1$$

$$= 3 \times 2 - 1$$

$$= 6 - 1$$

$$= 5$$

$$\text{မလှ၏ အသက်} + \text{မမြ၏ အသက်} = 5 + 3 = 8$$

ဤကဲ့သို့ မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းနှစ်ခုအနက် တစ်ခုမှ မသိကိန်းတစ်လုံး၏တန်ဖိုးကို အခြားမသိကိန်းတစ်လုံးပါသော ကိန်းတန်းတစ်ခုဖြင့်ဖော်ပြ၍ ကျန်ညီမျှခြင်းတွင် ယင်းတန်ဖိုးကို အစားသွင်း၍ ဖြေရှင်းသောနည်းကို ကိန်းအစားသွင်းတွက်နည်း ဟုခေါ်သည်။

ဥပမာ (1) $7x + 2y = 18$

$$3x + y = 8 \text{ ကို ဖြေရှင်းပါ။}$$

ပထမအဆင့် ညီမျှခြင်းများကိုရေး၍ (1) နှင့် (2) ဟူ၍ အမှတ်စဉ်တပ်ပါ။

$$7x + 2y = 18 \dots\dots\dots(1)$$

$$3x + y = 8 \dots\dots\dots(2)$$

ဒုတိယအဆင့် ညီမျှခြင်းတစ်ခုကို ရွေးချယ်၍ မသိကိန်းတစ်လုံးကို ကျန်မသိကိန်းတစ်လုံးပါသော ကိန်းတန်းဖြင့် ဖော်ပြပါ။

$$3x + y = 8 \dots\dots\dots(2)$$

$$y = 8 - 3x \text{ (y ၏တန်ဖိုးကို x ပါသော ကိန်းတန်းဖြင့် ဖော်ပြခြင်း)}$$

တတိယအဆင့် ယင်းကဲ့သို့ ပြုလုပ်၍ ရရှိသော မသိကိန်းတန်းကို အခြားညီမျှခြင်းတွင် အစားသွင်းပါက မသိကိန်းတစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်းကို ရမည်။

ညီမျှခြင်း (1) တွင် y ၏ တန်ဖိုး (8 - 3x) ကို အစားသွင်းသော်

$$7x + 2y = 18 \dots\dots\dots(1)$$

$$7x + 2 \times (8 - 3x) = 18$$

$$7x + 16 - 6x = 18$$

$$7x - 6x = 18 - 16$$

$$\therefore x = 2$$

စတုတ္ထအဆင့် ရရှိသော မသိကိန်း၏ တန်ဖိုးကို ညီမျှခြင်းနှစ်ခုအနက် တစ်ခုတွင် အစားသွင်း၍ ကျန်မသိကိန်း၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

ညီမျှခြင်း (2) တွင် x ၏ တန်ဖိုး 2 ကို အစားသွင်းသော်

$$3 \times 2 + y = 8$$

$$6 + y = 8$$

$$y = 8 - 6$$

$$\therefore y = 2$$

(သို့မဟုတ်)

ညီမျှခြင်း (1) တွင် x ၏ တန်ဖိုးကို 2 ကို အစားသွင်းသော်

$$7 \times 2 + 2y = 18$$

$$2y = 18 - 14$$

$$2y = 4$$

$$\therefore y = 2$$

$$\therefore x = 2$$

$$\therefore y = 2$$

ချိန်ကိုက်ပုံ

$$\begin{aligned} 7x + 2y &= 7 \times 2 + 2 \times 2 \\ &= 14 + 4 \\ &= 18 \end{aligned}$$

လက်ဝဲဘက် = လက်ယာဘက်

(သို့မဟုတ်)

$$\begin{aligned} 3x + y &= 3 \times 2 + 2 \\ &= 6 + 2 \\ &= 8 \end{aligned}$$

\therefore လက်ဝဲဘက် = လက်ယာဘက်

မှတ်ရန်။ ။ ကိန်းအစားထိုးသွင်း၍ မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းများ ဖြေရှင်းခြင်း။
ပထမအဆင့် ညီမျှခြင်းများကို ရေးချပြီး (1) နှင့် (2) ဟူ၍ အမှတ်စဉ်တပ်ပါ။

ဒုတိယအဆင့် ညီမျှခြင်းတစ်ခုကိုရွေးချယ်၍ မသိကိန်းတစ်လုံး၏ တန်ဖိုးကိုကျန်မသိကိန်း ပါသော ကိန်းတန်းဖြင့် ဖော်ပြပါ။

တတိယအဆင့် ဒုတိယအဆင့်မှ ရရှိသော မသိကိန်း၏ တန်ဖိုးကို ကျန်သောညီမျှခြင်းတွင် အစားသွင်း၍ မသိကိန်းတစ်လုံး၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

စတုတ္ထအဆင့် ယင်းမသိကိန်း၏ တန်ဖိုးကို မူလညီမျှခြင်းနှစ်ခုအနက် တစ်ခုတွင် အစား သွင်းပြီးနောက် ကျန်မသိကိန်း၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

လက်တွေ့တွက်ချက်ရာတွင်မူ အဆင့်နံပါတ်များ အသုံးမပြုဘဲ တစ်ဆင့်ပြီးတစ်ဆင့် အောက် ပါအတိုင်း ပေါင်း၍တွက်နိုင်သည်။

ဥပမာ (2) $\frac{a}{2} + 6b = 7$
 $3a - 4b = 2$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$\frac{a}{2} + 6b = 7$ (1)
 $3a - 4b = 2$ (2)

ညီမျှခြင်း (1) အရ

$\frac{a}{2} + 6b = 7$
 $\frac{a}{2} = 7 - 6b$
 $a = 2(7 - 6b)$
 $\therefore a = 14 - 12b$

ညီမျှခြင်း (2) အရ

$3a - 4b = 2$ (2)
 a ၏ တန်ဖိုး $(14 - 12b)$ အစားသွင်းသော်
 $3(14 - 12b) - 4b = 2$
 $42 - 36b - 4b = 2$
 $-40b = 2 - 42$
 $-40b = -40$
 $\therefore b = 1$

တစ်ဖန် b ၏ တန်ဖိုး 1 ကို ညီမျှခြင်း (1) တွင် အစားသွင်းသော်

$\frac{a}{2} + 6b = 7$ (1)
 $\frac{a}{2} + 6 \times 1 = 7$
 $\frac{a}{2} = 7 - 6$

$$\frac{a}{2} = 1$$

$$\therefore a = 2$$

$$\therefore a = 2$$

$$\therefore b = 1$$

လေ့ကျင့်ခန်း (9.2)

1. အောက်ပါညီမျှခြင်းများမှ x ၏ တန်ဖိုးကို y ပါသော ကိန်းတန်းဖြင့် ဖော်ပြပါ။

- | | |
|-------------------|--------------------|
| (1) $x - 2y = 4$ | (2) $x + 5y = 2$ |
| (3) $2x - 3y = 2$ | (4) $2x + 3y = 8$ |
| (5) $5x + y = 3$ | (6) $x + y = 5$ |
| (7) $2y - x = 11$ | (8) $3x - 3y = 11$ |
| (9) $2x + 5y = 6$ | (10) $2x + 5y = 9$ |

2. အောက်ပါတစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းများကို ကိန်းအစားသွင်းနည်းဖြင့် ဖြေရှင်းပါ။

- | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|
| (1) $y = x + 1$
$2x + 3y = 13$ | (2) $4x + y = 5$
$3x - 2y = 1$ |
| (3) $3x - 5y = 6$
$x + y = 10$ | (4) $5x - y = -5$
$2y - x = 28$ |
| (5) $4y - 3x = 9$
$x + 7 = 2y$ | (6) $12x + 4y = 3$
$2x + 6y = 5$ |

9.2.2 ကိန်းချေနည်း

ကိန်းအစားသွင်းနည်းဖြင့် တစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းကိုဖြေရှင်းရာတွင်တစ်ခါတစ်ရံ အပိုင်းကိန်းများပါဝင်၍ ရှည်လျားသည်ကို တွေ့ရသည်။ ထိုသို့သော ပုစ္ဆာများတွက်ရာတွင် အောက်တွင် ဖော်ပြထားသော ကိန်းချေနည်းကို အသုံးပြုနိုင်သည်။

ဥပမာ (1) $6x + y = 19$
 $4x + y = 15$ ကို ဖြေရှင်းပါ။
 $6x + y = 19$ (1)
 $4x + y = 15$ (2)

ညီမျှခြင်း (1) တွင် y ၏ မြောက်ဖော်ကိန်းမှာ 1 ဖြစ်ပြီး၊ ညီမျှခြင်း (2) တွင် ပါဝင်သော y ၏မြောက်ဖော်ကိန်းမှာလည်း 1 ပင်ဖြစ်သဖြင့် ညီမျှခြင်း (1)မှ(2) ကို နုတ်လိုက်ပါက y ကိန်းကျသွားမည်ဖြစ်သည်။

$$\begin{array}{r} 6x + y = 19 \\ 4x + y = 15 \\ \hline -2x = 4 \end{array}$$

နုတ်သော် $2x = 4$
 $x = 2$

ညီမျှခြင်း (2) တွင် x တန်ဖိုး 2 ကို အစားသွင်းသော်

$$4x + y = 15 \dots\dots\dots (2)$$

$$2 + y = 15$$

$$8 + y = 15$$

$$y = 15 - 8$$

$$\therefore y = 7$$

$$\therefore x = 2$$

$$y = 7$$

ဥပမာ (2) $3a - b = 11$

$5a + b = 29$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$3a - b = 11 \dots\dots\dots (1)$$

$$5a + b = 29 \dots\dots\dots (2)$$

ညီမျှခြင်း (1) တွင် $-b$ ပါဝင်၍ ညီမျှခြင်း (2) တွင် $+b$ ပါဝင်ကြောင်း သတိပြုပါ။ ထို့ပြင် ယင်းညီမျှခြင်းနှစ်ခုကို ပေါင်းလိုက်ပါက ကိန်း b ကျေသွားကြောင်း တွေ့နိုင်သည်။

$$3a - b = 11 \dots\dots\dots (1)$$

$$5a + b = 29 \dots\dots\dots (2)$$

ပေါင်းသော် $8a = 40$

$$\therefore a = 5$$

ညီမျှခြင်း (2) တွင် a တန်ဖိုး 5 ကို အစားသွင်းသော်

$$5a + b = 29 \dots\dots\dots (2)$$

$$5 \times 5 + b = 29$$

$$25 + b = 29$$

$$b = 29 - 25$$

$$\therefore b = 4$$

$$\therefore a = 5$$

$$b = 4$$

ဤသို့ တစ်ပြိုင်နက်ညီမျှခြင်းဖြေရှင်းရန် ညီမျှခြင်းနှစ်ခုလုံးမှ မသိကိန်း တစ်လုံးလုံးကို ချေရသဖြင့် ၎င်းနည်းကို ကိန်းချေနည်း ဟု ခေါ်သည်။

(အထက်ပါ ဥပမာ (1) ကို ကိန်းအစားသွင်းနည်းဖြင့် တွက်ကြည့်ပါ။)

လေ့ကျင့်ခန်း (9.3)

အောက်ပါတို့ကို ကိန်းချေနည်းဖြင့် ဖြေရှင်းပါ။

- | | |
|------------------|-------------------|
| (1) $x + y = 13$ | (2) $2a + b = 11$ |
| $x - y = 7$ | $a + b = 9$ |
| (3) $2p - q = 5$ | (4) $x + 3y = 13$ |
| $p + q = 4$ | $x - 2y = 3$ |
| (5) $a - 5b = 1$ | (6) $2x - y = 6$ |
| $a + 3b = 9$ | $3x + y = 14$ |

$$\begin{aligned} (7) \quad a + 4b &= 2 \\ a - 9b &= 6 \\ (9) \quad 3x + y &= 32 \\ 20x - y &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (8) \quad p - 5q &= 24 \\ p - 3q &= 12 \\ (10) \quad x - 7y &= 37 \\ x + 9y &= 41 \end{aligned}$$

ဥပမာ (3) $4(a + b) = 4$

$5(a - b) = 15$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$4(a + b) = 4 \dots\dots\dots (1)$$

$$5(a - b) = 15 \dots\dots\dots (2)$$

ညီမျှခြင်း(1) ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို 4 ဖြင့် စားသော်

$$\frac{4(a+b)}{4} = \frac{4}{4}$$

$$a + b = 1 \dots\dots\dots (3)$$

ညီမျှခြင်း (2) ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို 5 ဖြင့်စားသော်

$$\frac{5(a-b)}{5} = \frac{15}{5}$$

$$a - b = 3 \dots\dots\dots (4)$$

အသစ်ရရှိသော ညီမျှခြင်း (3) နှင့် (4) ကို ပေါင်းလျှင်

$$a + b = 1 \dots\dots\dots (3)$$

$$a - b = 3 \dots\dots\dots (4)$$

ပေါင်းသော်

$$2a = 4$$

$$\therefore a = 2$$

a တန်ဖိုး 2 ကို ညီမျှခြင်း (3) တွင် အစားသွင်းသော်

$$a + b = 1$$

$$2 + b = 1$$

$$b = 1 - 2$$

$$b = -1$$

$$\therefore a = 2$$

$$b = -1$$

ဥပမာ (4) $2a + 5b = 9$

$3a + 2b = 8$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$2a + 5b = 9 \dots\dots\dots (1)$$

$$3a + 2b = 8 \dots\dots\dots (2)$$

ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (2) တို့တွင် a ကို ချေလိုသည်ဆိုပါစို့။ ညီမျှခြင်းနှစ်ခုလုံးတွင် a ၏ မြောက်ဖော်ကိန်းများ တူအောင်ပြုလုပ်ရမည်။

ထို့ကြောင့် ညီမျှခြင်း (1) ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို 3 ဖြင့်မြှောက်ပြီး၊ ညီမျှခြင်း (2) ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို 2 ဖြင့် မြှောက်ရမည်ဖြစ်သည်။

$$\begin{aligned} \text{ညီမျှခြင်း(1)} \times 3 &\Rightarrow 3(2a + 5b) = 9 \times 3 \\ &6a + 15b = 27 \dots\dots\dots(3) \\ \text{ညီမျှခြင်း(2)} \times 2 &\Rightarrow 2(3a + 2b) = 8 \times 2 \\ &6a + 4b = 16 \dots\dots\dots(4) \\ \text{ညီမျှခြင်း(3)} - (-4) &6a + 15b = 27 \dots\dots\dots(3) \\ &6a + 4b = 16 \dots\dots\dots(4) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \text{နုတ်သော်} \\ \hline 11b = 11 \\ \therefore b = 1 \end{array}$$

ညီမျှခြင်း(2) တွင် b တန်ဖိုး 1 ကို အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned} 3a + 2b &= 8 \\ 3a + 2 \times 1 &= 8 \\ 3a &= 8 - 2 \\ 3a &= 6 \\ \therefore a &= 2 \end{aligned}$$

$\therefore a = 2$
 $b = 1$

- မှတ်ရန်။ ။ မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းများကို ကိန်းချေနည်းဖြင့် ဖြေရှင်းရာ တွင် အောက်ပါအဆင့်များအတိုင်း သတိပြု၍ ရှင်းသင့်သည်။
- ပထမအဆင့် ညီမျှခြင်းများ ရေးချပြီး အမှတ်စဉ်တပ်ပါ။
- ဒုတိယအဆင့် ချေလိုသောကိန်းကို ရွေးချယ်၍၊ ယင်းကိန်းနှင့်သက်ဆိုင်သော မြောက်ဖော်ကိန်းများကို ညီမျှခြင်းနှစ်ခုလုံးတွင် တူအောင်ပြုလုပ်ပါ။
- တတိယအဆင့် မြောက်ဖော်ကိန်းများတူအောင် ပြုလုပ်၍ ရရှိလာသော ညီမျှခြင်း(များ)ကို အမှတ်စဉ်တပ်ပါ။
- စတုတ္ထအဆင့် ထိုညီမျှခြင်း အသစ်နှစ်ခုမှ ချေလိုသော ကိန်းနှင့်သက်ဆိုင်သော မြောက်ဖော်ကိန်း၏ လက္ခဏာများပေါ်တွင်မူတည်၍၊ ၎င်းညီမျှခြင်းနှစ်ခုကို ပေါင်းခြင်း သို့မဟုတ် နုတ်ခြင်းပြုလုပ်ပါ။ (မြောက်ဖော်ကိန်းများ လက္ခဏာတူလျှင်နုတ်ပါ၊ မြောက်ဖော်ကိန်းများ လက္ခဏာမတူလျှင် ပေါင်းပါ။) မသိကိန်းတစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်းတစ်ခုကို ရမည်။
- ပဉ္စမအဆင့် ရရှိလာသော မသိကိန်းတစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်းမှ ထိုမသိကိန်းတန်ဖိုးကို ရှာပါ။
- ဆဋ္ဌမအဆင့် ရရှိသော မသိကိန်း၏ တန်ဖိုးကို ကြိုက်ရာညီမျှခြင်းတစ်ခုခုတွင် အစားသွင်း၍ ကျန်မသိကိန်းတစ်ခု၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

ဥပမာ (5) $5x - 2y = 19$
 $3x + y = 7$ ကို ဖြေရှင်းပါ။
 $5x - 2y = 19 \dots\dots\dots(1)$
 $3x + y = 7 \dots\dots\dots(2)$

မသိကိန်း y ကို ချေလိုသည်ဆိုပါစို့။

ညီမျှခြင်း(1) မှ y ၏ မြောက်ဖော်ကိန်း = -2

ညီမျှခြင်း(2) မှ y ၏ မြောက်ဖော်ကိန်း = 1

ညီမျှခြင်း(2) ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို 2 ဖြင့်မြှောက်လျှင် ညီမျှခြင်းနှစ်ခုတွင် ချေလိုသော မသိကိန်း y ၏ မြောက်ဖော်ကိန်းများ၏ ပကတိတန်ဖိုးများ တူညီကြမည်ကို သတိပြုပါ။

$$\text{ညီမျှခြင်း(2)} \times 2 \Rightarrow 2 \times (3x + y) = 2 \times 7$$

$$6x + 2y = 14 \dots\dots\dots(3)$$

ညီမျှခြင်း(1) နှင့် (3) တွင် y ၏ မြောက်ဖော်ကိန်းများမှာ -2 နှင့် +2 ဖြစ်ကြရာ လက္ခဏာများ မတူညီကြသဖြင့် ပေါင်းရမည်။

$$\therefore 5x - 2y = 19 \dots\dots\dots(1)$$

$$6x + 2y = 14 \dots\dots\dots(3)$$

ပေါင်းသော် $11x = 33$

$$\therefore x = 3$$

ညီမျှခြင်း(2) တွင် x တန်ဖိုး 3 ကို အစားသွင်းသော်

$$3x + y = 7 \dots\dots\dots(2)$$

$$3 \times 3 + y = 7$$

$$y = 7 - 9$$

$$\therefore y = -2$$

$$\therefore x = 3$$

$$y = -2$$

လေ့ကျင့်ခန်း (9.4)

အောက်ပါညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းပါ။

(1) $a + b = 8$

(2) $4x - y = 7$

$a - b = 1$

$2x + y = 5$

(3) $4a - 3b = 10$

(4) $2m - n = 7$

$2a + 3b = 14$

$4m - n = 15$

(5) $2x - 7y = -22$

(6) $3x + 2y = 12$

$2x - 5y = -14$

$5x - 8y = -14$

(7) $7y + 3x = 8$

$4x + 3y = 2$ ဖြစ်လျှင် $2y + 3x$ မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။

(8) $4x + 3y = 10$

$9y - 8x = 10$ ဖြစ်လျှင်

(a) $y - x$ မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။

(b) $4y + 2x = 10$ ဖြစ်ကြောင်းပြပါ။

မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းများ ဖြေရှင်းရာတွင် (1) ကိန်းအစားသွင်းနည်း၊

(2) ကိန်းချေနည်းဟု နှစ်မျိုးရှိသည်ကို လေ့လာခဲ့ပြီး ဖြစ်သည်။ မည်ကဲ့သို့သော ပုစ္ဆာမျိုးတွင် မည်သည့်နည်းကို အသုံးပြုသင့်ကြောင်းကို ဆက်လက်၍ လေ့လာကြရမည်။

ဥပမာ (1) $b = 3a$

$2a + b = 5$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

ဤတစ်ပြိုင်နက်ညီမျှခြင်းမျိုး ရှင်းရာတွင် ကိန်းအစားသွင်း တွက်နည်းဖြင့် ဖြေရှင်းလျှင်ပိုမို လွယ်ကူသည်ကို တွေ့နိုင်သည်။ ပထမညီမျှခြင်းမှ b တန်ဖိုးကို ဒုတိယညီမျှခြင်းတွင် အစားသွင်းလျှင် မသိကိန်းတစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်းကို ရရှိကြောင်း သတိပြုပါ။

$b = 3a$ (1)

$2a + b = 5$ (2)

ညီမျှခြင်း(2) တွင် b တန်ဖိုး $3a$ ကို အစားသွင်းသော်

$2a + b = 5$ (2)

$2a + 3a = 5$

$5a = 5$

$a = 1$

a တန်ဖိုး 1 ကို ညီမျှခြင်း(1) တွင် အစားသွင်းသော်

$b = 3a$ (1)

$= 3 \times 1$

$\therefore b = 3$

$\therefore a = 1$

$b = 3$

(1) ချိန်ကိုက်ပါ။

(2) ကိန်းချေနည်းကိုသုံး၍ ဖြေရှင်းကြည့်ပါ။

ဥပမာ (2) $5x + 12y = 31$

$7x + 8y = 50$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

ဤညီမျှခြင်းမျိုးတွင် ကိန်းအစားသွင်းနည်းကို အသုံးပြုပါက အပိုင်းကိန်းများပါလာမည်ဖြစ်ပြီး ဖြေရှင်းရာတွင် ရှုပ်ထွေးနိုင်သောကြောင့် ကိန်းချေနည်းကို အသုံးပြုပါက ပို၍သင့်လျော်ကြောင်း တွေ့ရမည်။

$5x + 12y = 31$ (1)

$7x + 8y = 50$ (2)

y ကိုချေရန်အတွက် ညီမျှခြင်း(1) တွင် 2 ဖြင့်မြှောက်သော်

$2 \times (5x + 12y) = 31 \times 2$

$10x + 24y = 62$ (3)

ညီမျှခြင်း (2) ကို 3 ဖြင့်မြှောက်သော်

$3 \times (7x + 8y) = 50 \times 3$

$21x + 24y = 150$ (4)

ညီမျှခြင်း (3) မှ (4) ကို နုတ်သော်

y ၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းများ လက္ခဏာတူကြသဖြင့် နုတ်ရမည်။

$$10x + 24y = 62 \dots\dots\dots (3)$$

$$21x + 24y = 150 \dots\dots\dots (4)$$

$$-11x = -88$$

$$\therefore x = 8$$

ညီမျှခြင်း (1) တွင် x တန်ဖိုး 8 ကို အစားသွင်းသော်

$$5x + 12y = 31 \dots\dots\dots (1)$$

$$5 \times 8 + 12y = 31$$

$$12y = 31 - 40$$

$$12y = -9$$

$$\therefore y = -\frac{9}{12} = -\frac{3}{4}$$

$$\therefore x = 8$$

$$y = -\frac{3}{4}$$

(1) ချိန်ကိုက်ပါ။

(2) ကိန်းအစားသွင်းနည်းဖြင့် တွက်ပါ။

ဥပမာ (3) $3x + 8y = 60$

$8x + 3y = 50$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

ဤညီမျှခြင်းတွင် x နှင့် y တို့၏ မြောက်ဖော်ကိန်းများသည် ပထမနှင့် ဒုတိယညီမျှခြင်းများ တွင် အပြန်အလှန်ဖြစ်နေကြောင်း သတိပြုပါ။

$$3x + 8y = 60 \dots\dots\dots (1)$$

$$8x + 3y = 50 \dots\dots\dots (2)$$

ညီမျှခြင်း (1) + (2)

$$11x + 11y = 110$$

$$x + y = 10 \dots\dots\dots (3)$$

(နှစ်ဖက်စလုံးကို 11 ဖြင့်စားသည်။)

ညီမျှခြင်း(1) - (2)

$$-5x + 5y = 10$$

$$y - x = 2 \dots\dots\dots (4)$$

(နှစ်ဖက်စလုံးကို 5 ဖြင့် စားသည်။)

ညီမျှခြင်း (3) နှင့် (4) ကိုရှင်းလျှင် မူလညီမျှခြင်းများကို ရှင်းသည်ထက် လွယ်ကူကြောင်းတွေ နိုင်သည်။

$$x + y = 10 \dots\dots\dots (3)$$

$$-x + y = 2 \dots\dots\dots (4)$$

ပေါင်းသော် $2y = 12$

$$\therefore y = 6$$

ညီမျှခြင်း (3) တွင် y တန်ဖိုးကို အစားသွင်းသော်

$$x + y = 10 \dots\dots\dots(3)$$

$$x + 6 = 10$$

$$x = 10 - 6$$

$$x = 4$$

$$\therefore x = 4$$

$$y = 5$$

(အဖြေကို ချိန်ကိုက်ကြည့်ပါ။)

ဥပမာ (4) $6a - b = 5$

$$\frac{a}{2} + \frac{4b}{7} = 5 \text{ ကို ဖြေရှင်းပါ။}$$

ဤကဲ့သို့ အပိုင်းကိန်းများပါသော ပုစ္ဆာများတွင် အပိုင်းကိန်းများကို ဦးစွာရှင်း၍ တွက်လျှင် ပို၍လွယ်ကူကြောင်း တွေ့ရမည်။

$$6a - b = 5 \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{a}{2} + \frac{4b}{7} = 5 \dots\dots\dots(2)$$

ညီမျှခြင်း (2) မှ အပိုင်းကိန်းများရှင်းသော်

$$\frac{a}{2} + \frac{4b}{7} = 5 \dots\dots\dots(2)$$

$$\therefore \frac{7a+8b}{14} = 5$$

$$7a+8b = 14 \times 5 \text{ (နှစ်ဖက်စလုံးကို 14 ဖြင့် မြှောက်သည်။)}$$

$$7a+8b = 70 \dots\dots\dots(3)$$

ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (3) မှ b ကို ချေရန် ညီမျှခြင်း(1) ကို 8 ဖြင့် မြှောက်သော်

$$8 \times (6a - b) = 5 \times 8$$

$$48a - 8b = 40 \dots\dots\dots(4)$$

ညီမျှခြင်း (3) နှင့် (4) တွင် b နှင့်သက်ဆိုင်သော မြှောက်ဖော်ကိန်းများမှာ $+8$ နှင့် -8 ဖြစ်၍ ညီမျှခြင်း (3) နှင့် (4) ကိုပေါင်းသော် b ကျေသွားမည်ကို သတိပြုပါ။

$$7a+8b = 70 \dots\dots\dots(3)$$

$$48a-8b = 40 \dots\dots\dots(4)$$

$$\hline 55a = 110$$

$$\therefore a = 2$$

ညီမျှခြင်း (1) တွင် $a = 2$ ၏ တန်ဖိုးကို အစားသွင်းသော်

$$6a - b = 5 \dots\dots\dots(1)$$

$$6 \times 2 - b = 5$$

$$12 - b = 5$$

$$-b = 5 - 12$$

$$-b = -7$$

$$\therefore b = 7 \quad \therefore a = 2$$

$$b = 7$$

ဥပမာ (5) $6a + 0.2b = 0.7$

$3.9a - 0.02b = 0.02$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$6a + 0.2b = 0.7$ (1)

$3.9a - 0.02b = 0.02$ (2)

b ကိုချေရန် ညီမျှခြင်း(2) ကို 10 ဖြင့်မြှောက်သော်

$10 \times (3.9a - 0.02b) = 0.02 \times 10$

$39a - 0.2b = 0.2$ (3)

ညီမျှခြင်း(1) နှင့် (3) ကို ရှင်းသော်

$6a + 0.2b = 0.7$

$39a - 0.2b = 0.2$

ပေါင်းသော် $45a = 0.9$

$a = \frac{0.9}{45}$

$\therefore a = 0.02$

ညီမျှခြင်း(1) တွင် a တန်ဖိုး 0.02 ကို အစားသွင်းသော်

$6a + 0.2b = 0.7$ (1)

$0.12 + .2b = 0.7$

$.2b = 0.7 - 0.12$

$.2b = .58$

$b = 2.9$

$\therefore a = 0.02$

$b = 2.9$

ဥပမာ (6) $3(3x - y) = 5(x - 3y)$

$2(x - 3y) = 3(2x + y) + 6$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$3(3x - y) = 5(x - 3y)$ (1)

$2(x - 3y) = 3(2x + y) + 6$ (2)

ဤကဲ့သို့ညီမျှခြင်းများ ဖြေရှင်းရာတွင် ကွင်းများကို ဦးစွာရှင်း၍ တွက်လျှင် ပိုမိုလွယ်ကူကြောင်း တွေ့နိုင်သည်။

ညီမျှခြင်း (1) မှ ကွင်းများရှင်းသော်

$3(3x - y) = 5(x - 3y)$ (1)

$9x - 3y = 5x - 15y$

$9x - 5x = -15y + 3y$

$4x = -12y$

$x = -3y$ (3)

ညီမျှခြင်း (2) တွင် x တန်ဖိုး -3y ကို အစားသွင်းသော်

$2(x - 3y) = 3(2x + y) + 6$ (2)

$2(-3y - 3y) = 3(2 \times (-3y) + y) + 6$

$2(-6y) = 3(-6y + y) + 6$

$-12y = 3(-5y) + 6$

$$\begin{aligned}
 -12y &= -15y + 6 \\
 -12y + 15y &= +6 \\
 3y &= 6 \\
 \therefore y &= 2
 \end{aligned}$$

ညီမျှခြင်း (3) တွင် y ၏ တန်ဖိုး 2 ကို အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned}
 x &= -3y \quad \dots\dots\dots(3) \\
 &= -3 \times (2) \\
 \therefore x &= -6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore x &= -6 \\
 y &= 2
 \end{aligned}$$

မှတ်ရန်။ ။ တစ်ပြိုင်နက်ညီမျှခြင်းများရှင်းရာတွင်

- (1) ညီမျှခြင်းတစ်ခုသည် မသိကိန်းတစ်ခု၏ တန်ဖိုးကို ကျန်မသိကိန်းဖြင့် ဖော်ပြလျှင် သော်လည်းကောင်း၊ ယင်းညီမျှခြင်းမှ မသိကိန်းတစ်ခု၏ တန်ဖိုးကို ကျန်မသိကိန်းတစ်ခုပါသော ကိန်းတန်းဖြင့် အလွယ်တကူဖော်ပြနိုင်လျှင်သော်လည်းကောင်း၊ ကိန်းအစားသွင်းနည်းကို သုံးရန်သင့်လျော်သည်ဟု မှတ်ရမည်။
- (2) ညီမျှခြင်းနှစ်ခုလုံးတွင် မြောက်ဖော်ကိန်းများကြီးပါက ကိန်းချေနည်းကိုသုံးလျှင် ပို၍လွယ်ကူကြောင်း သိနိုင်သည်။
- (3) မသိကိန်းများ၏ မြောက်ဖော်ကိန်းများသည် အပိုင်းကိန်းများဖြစ်ပါက ကိန်းပြည့်များဖြစ်အောင် ပြောင်း၍တွက်လျှင် ပိုမိုလွယ်ကူကြောင်းတွေ့ရမည်။
- (4) ညီမျှခြင်းတွင် ကွင်းများပါနေပါက ကွင်းများကို ဦးစွာရှင်း၍ ဖြစ်ပေါ်လာသော ညီမျှခြင်းများကို ရှင်းပါက ပိုမိုလွယ်ကူကြောင်းတွေ့ရမည်။
- (5) ညီမျှခြင်းနှစ်ခုပေါင်းလျှင်သော်လည်းကောင်း၊ နုတ်လျှင်သော်လည်းကောင်း ရရှိသောရလဒ်သည် ညီမျှခြင်းတစ်ခုဖြစ်သည်။
- (6) ညီမျှခြင်း၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို ကိန်းတစ်ခုဖြင့်မြှောက်၍သော်လည်းကောင်း၊ စား၍သော်လည်းကောင်း၊ ရရှိသော ရလဒ်များသည် တူညီကြသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (9.5)

အောက်ပါညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းပါ။

(1) $3a - 4b = 18$

(2) $6x - 5y = 21$

$3a + 2b = 0$

$5x + 4y = 17\frac{1}{2}$

(3) $7x + 3y = 26$

(4) $3a - b = 1$

$2x + 5y = 24$

$5a + 2b = 20$

$$(5) \begin{aligned} 2x - 5y &= 4 \\ 2y - 5x &= 11 \end{aligned}$$

$$(6) \begin{aligned} 7x + 8y &= 22 \\ 8x + 7y &= 8 \end{aligned}$$

$$(7) \begin{aligned} 7x - 2y &= 10 \\ 2x + 3y &= 10 \end{aligned}$$

$$(8) \begin{aligned} x + \frac{1}{2} &= 5y \\ 2x - 6y &= 3 \end{aligned}$$

$$(9) \begin{aligned} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y &= 9 \\ x - \frac{2}{3}y &= 2 \end{aligned}$$

$$(10) \begin{aligned} 0.6x + 2y &= 1\frac{1}{2} \\ x + 0.3y &= 2\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$(11) \begin{aligned} \frac{a}{5} + 2b &= 9 \\ \frac{a}{2} - \frac{b}{6} &= 7 \end{aligned}$$

$$(12) \begin{aligned} \frac{1}{2}p + \frac{2}{5}q &= 4 \\ 3p &= 4q \end{aligned}$$

$$(13) \begin{aligned} \frac{2x}{3} + \frac{3y}{4} &= 10 \\ \frac{x}{10} + 2.4 &= \frac{3}{8}y \end{aligned}$$

$$(14) \begin{aligned} \frac{2x}{3} - \frac{2y}{6} &= 1 \\ \frac{5x}{3} + \frac{5y}{6} &= 6 \end{aligned}$$

9.3 မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းများနှင့် သက်ဆိုင်သော ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများ
ဥပမာ (1) လုပ်အားပေးစခန်းတစ်ခု၌ ကျောင်းသားပေါင်း 500 ရှိရာ ယောက်ျားလေးဦးရေသည် မိန်းကလေးဦးရေထက် 80 ပို၏။ ယောက်ျားလေးနှင့် မိန်းကလေးဦးရေ မည်မျှစီ ရှိသနည်း။

ပုစ္ဆာအရ

$$\begin{aligned} \text{ယောက်ျားလေးဦးရေ} &+ \text{မိန်းကလေးဦးရေ} &= &500 \text{ ယောက်} \\ \text{ယောက်ျားလေးဦးရေ} &= &\text{မိန်းကလေးဦးရေ} &+ 80 \\ \text{ယောက်ျားလေးဦးရေ} &= &b \text{ ယောက်} \\ \text{မိန်းကလေးဦးရေ} &= &g \text{ ယောက်} \text{ ဖြစ်ပါစေ။} \end{aligned}$$

$$\therefore \begin{aligned} b + g &= 500 \text{ (1)} \\ b &= g + 80 \text{ (2)} \end{aligned}$$

9.3.1 အစားသွင်းတွက်နည်း
ညီမျှခြင်း (2) မှာ g ပါသော ကိန်းတန်းဖြင့် ဖော်ပြထားသော b တန်ဖိုးဖြစ်ကြောင်း သတိပြုပါ။

ညီမျှခြင်း (1) တွင် b တန်ဖိုး $(g + 80)$ ကို အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned} b + g &= 500 \text{ (1)} \\ (g + 80) + g &= 500 \\ 2g + 80 &= 500 \\ 2g &= 500 - 80 \end{aligned}$$

$$2g = 420$$

$$\therefore g = 210$$

ညီမျှခြင်း(2) တွင် g တန်ဖိုး 210 ကို အစားသွင်းသော်

$$b = g + 80 \dots\dots\dots(2)$$

$$= 210 + 80$$

$$\therefore b = 290$$

\therefore ယောက်ျားလေး 290 ယောက်

မိန်းကလေး 210 ယောက်

(ရရှိသော အဖြေ မှန်၊ မမှန် ချိန်ကိုက်ကြည့်ပါ။)

9.3.2 ကိန်းချေနည်း

ညီမျှခြင်း (2) အရ

$$b = g + 80 \dots\dots\dots(2)$$

$$\therefore b - g = 80 \dots\dots\dots(3)$$

g ကို ချေရန် ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (3) ကိုပေါင်းသော်

$$b + g = 500 \dots\dots\dots(1)$$

$$\therefore b - g = 80 \dots\dots\dots(3)$$

ပေါင်းသော်

$$2b = 580$$

$$b = 290$$

ယင်း b ၏ တန်ဖိုး 290 ကို ညီမျှခြင်း (1) တွင် အစားသွင်းသော်

$$b + g = 500 \dots\dots\dots(1)$$

$$290 + g = 500$$

$$g = 500 - 290$$

$$\therefore g = 210$$

\therefore ယောက်ျားလေး 290 ယောက်

မိန်းကလေး 210 ယောက်

(ရရှိသော အဖြေ မှန်၊ မမှန် ချိန်ကိုက်ကြည့်ပါ။)

ဥပမာ (2) ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းလဒ်၏ 3 ဆသည် 105 ဖြစ်၏။ ၎င်းကိန်းနှစ်ခုတို့၏ ခြားနားခြင်း၏ 2 ဆသည် 10 ဖြစ်လျှင် ယင်းကိန်းတို့ကို ရှာပါ။

ပုစ္ဆာအရ

$$(ပထမကိန်း + ဒုတိယကိန်း) \times 3 = 105$$

$$(ပထမကိန်း - ဒုတိယကိန်း) \times 2 = 10$$

$$ပထမကိန်း = f$$

$$ဒုတိယကိန်း = s \text{ ဖြစ်ပါစေ။}$$

$$\therefore 3(f + s) = 105 \dots\dots\dots(1)$$

$$2(f - s) = 10 \dots\dots\dots(2)$$

ညီမျှခြင်း(1) ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို 3 ဖြင့်စားသော်

$$\frac{3(f+s)}{3} = \frac{105}{3}$$

$$\therefore f+s = 35 \dots\dots\dots(3)$$

ညီမျှခြင်း (2) ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို 2 ဖြင့်စားသော်

$$\frac{2(f-s)}{2} = \frac{10}{2}$$

$$\therefore f-s = 5 \dots\dots\dots(4)$$

s ကိုချေရန် ညီမျှခြင်း (3) နှင့် (4) ပေါင်းသော်

$$f+s = 35 \dots\dots\dots(3)$$

$$f-s = 5 \dots\dots\dots(4)$$

$$\hline 2f = 40$$

$$\therefore f = 20$$

ညီမျှခြင်း (3) တွင် f တန်ဖိုး 20 ကို အစားသွင်းသော်

$$f+s = 35 \dots\dots\dots(3)$$

$$20+s = 35$$

$$s = 35 - 20$$

$$s = 15$$

$$\therefore \text{ပထမကိန်း} = 20$$

$$\text{ဒုတိယကိန်း} = 15$$

(ရရှိသော အဖြေမှန်၊ မမှန် ချိန်ကိုကြည့်ပါ။)

ဥပမာ (3) မဖြူသည် သင်္ချာ အိမ်စာတွက်ရာတွင် အင်္ဂလိပ်စာ အိမ်စာကျက်သည်ထက် မိနစ် 40 ပို၍ ကျက်သည်။ သူသည် အိမ်စာနှစ်မျိုးလုံးကို 1 နာရီ 50 မိနစ်နှင့် အပြီးပြုလုပ်သော် တစ်မျိုးစီအတွက် အချိန်မည်မျှစီ ကြာသနည်း။

$$\begin{aligned} \text{သင်္ချာတွက်ချိန်} - \text{အင်္ဂလိပ်စာကျက်ချိန်} &= 40 \text{ မိနစ်} \\ \text{သင်္ချာတွက်ချိန်} + \text{အင်္ဂလိပ်စာကျက်ချိန်} &= 1 \text{ နာရီ } 50 \text{ မိနစ်} \\ &= 110 \text{ မိနစ်} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{သင်္ချာတွက်ချိန်} &= a \text{ မိနစ်} \\ \text{အင်္ဂလိပ်စာကျက်ချိန်} &= b \text{ မိနစ်ဖြစ်ပါစေ။} \end{aligned}$$

$$\therefore a - b = 40 \dots\dots\dots(1)$$

$$a + b = 110 \dots\dots\dots(2)$$

b ကိုချေရန် ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (2) တို့ကို ပေါင်းသော်

$$a - b = 40 \dots\dots\dots(1)$$

$$a + b = 110 \dots\dots\dots(2)$$

$$\hline 2a = 150$$

$$a = 75$$

ညီမျှခြင်း (2) တွင် a တန်ဖိုး 75 မိနစ်ကို အစားသွင်းသော်

$$a + b = 110 \dots\dots\dots(2)$$

$$75 + b = 110$$

$$b = 110 - 75$$

$$\therefore b = 35$$

$$\therefore \text{သင်္ချာတွက်ချိန်} = 75 \text{ မိနစ်} \\ = 1 \text{ နာရီ } 15 \text{ မိနစ်}$$

$$\text{အင်္ဂလိပ်စာကျက်ချိန်} = 35 \text{ မိနစ်}$$

(ရရှိသော အဖြေ မှန်၊ မမှန် ချိန်ကိုက်ပါ။)

ဥပမာ (4) ကိန်းတစ်ခုတွင် ပါဝင်သော ဂဏန်းနှစ်လုံးပေါင်းလဒ်သည် 11 ဖြစ်သည်။ ယင်းကိန်းတွင် ပါသော ဆယ်ဂဏန်းနှင့် ခုဂဏန်းကို နေရာပြောင်းရေးပါက ဖြစ်လာသည့် ကိန်းသစ် ၏ တန်ဖိုးမှာ မူလတန်ဖိုးအောက် 9 လျော့သွားမည်ဖြစ်သည်။

မူလကိန်းကို ရှာပါ။

မှတ်ရန်။ ကိန်းတစ်ခု၏ တန်ဖိုး = ဆယ်ဂဏန်း × 10 + ခုဂဏန်း

ပုစ္ဆာအရ

$$\text{ဆယ်ဂဏန်း} + \text{ခုဂဏန်း} = 11$$

$$\text{မူလကိန်းတန်ဖိုး} - 9 = \text{ကိန်းသစ်တန်ဖိုး}$$

$$(\text{ဆယ်ဂဏန်း} \times 10 + \text{ခုဂဏန်း}) - 9 = (\text{ခုဂဏန်း} \times 10 + \text{ဆယ်ဂဏန်း})$$

(ကိန်းသစ်တွင် ဆယ်ဂဏန်းနှင့် ခုဂဏန်း နေရာပြောင်းပုံကို သတိပြုပါ။)

$$\text{ဆယ်ဂဏန်း} = t$$

$$\text{ခုဂဏန်း} = d \text{ ဖြစ်ပါစေ။}$$

$$t + d = 11 \dots\dots\dots(1)$$

$$(t \times 10 + d) - 9 = (d \times 10 + t) \dots\dots\dots(2)$$

ညီမျှခြင်း (2) အရ

$$(t \times 10 + d) - 9 = (d \times 10 + t)$$

$$10t + d - 9 = 10d + t$$

$$10t + d - 10d - t = 9$$

$$9t - 9d = 9$$

$$t - d = 1 \dots\dots\dots(3)$$

ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (3) ကို ရှင်းသော်

$$t + d = 11 \dots\dots\dots(1)$$

$$t - d = 1 \dots\dots\dots(3)$$

ပေါင်းသော်
$$2t = 12$$

$$\therefore t = 6$$

ညီမျှခြင်း(1) အရ

$$t + d = 11 \dots\dots\dots(1)$$

$$6 + d = 11$$

$$d = 11 - 6$$

$$d = 5$$

ဆယ်ဂဏန်း = 6
 ခုဂဏန်း = 5
 မူလကိန်း = $(6 \times 10) + 5 = 65$

∴ မူလကိန်း = 65

ဥပမာ (5) လွန်ခဲ့သော 5 နှစ်က မောင်လှသည် မမြအသက်၏ $\frac{2}{3}$ ဖြစ်၏။ နောင် 10 နှစ်ကြာသော

အခါ သူသည် မမြအသက်၏ $\frac{5}{6}$ ဖြစ်မည်။ မောင်လှနှင့် မမြတို့၏ ယခုအသက် အသီးသီးကို ရှာပါ။

မောင်လှ၏ ယခုအသက် = h နှစ်နှင့်
 မမြ၏ ယခုအသက် = m နှစ်ဖြစ်ပါစေ။

အချိန်	မောင်လှအသက်	မမြအသက်
လွန်ခဲ့သော 5 နှစ်	h - 5	m - 5
ယခု	h	m
နောင် 10 နှစ်	h + 10	m + 10

ပူဆွာအရ

$(h - 5) = \frac{2}{3} (m - 5) \dots\dots\dots(1)$

$(h + 10) = \frac{5}{6} (m + 10) \dots\dots\dots(2)$

ညီမျှခြင်း (1) အရ

$(h - 5) = \frac{2}{3} (m - 5) \dots\dots\dots(1)$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 3 ဖြင့် မြှောက်သော်

$3 \times (h - 5) = 3 \times \frac{2}{3} (m - 5)$

$3h - 15 = 2m - 10$

$3h - 2m = -10 + 15$

$3h - 2m = 5$

ညီမျှခြင်း (2) အရ

$h + 10 = \frac{5}{6} (m + 10)$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 6 ဖြင့် မြှောက်သော်

$6(h + 10) = 6 \times \frac{5}{6} (m + 10)$

$6h + 60 = 5m + 50$

$$6h - 5m = 50 - 60$$

$$6h - 5m = -10 \dots\dots\dots(4)$$

ညီမျှခြင်း (3) နှင့် (4) အရ

$$3h - 2m = 5 \dots\dots\dots(3)$$

$$6h - 5m = -10 \dots\dots\dots(4)$$

h ကို ချေရန် ညီမျှခြင်း (3) ကို 2 ဖြင့် မြှောက်သော်

$$2 \times (3h - 2m) = 5 \times 2$$

$$\therefore 6h - 4m = 10 \dots\dots\dots(5)$$

ညီမျှခြင်း (4) နှင့် (5) အရ

$$6h - 5m = -10 \dots\dots\dots(4)$$

$$6h - 4m = 10 \dots\dots\dots(5)$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \\ \hline - \quad m = -20 \end{array}$$

နုတ်သော်

$$\therefore m = 20$$

ညီမျှခြင်း (1) တွင် m တန်ဖိုးအစားသွင်းသော်

$$h - 5 = \frac{2}{3} (m - 5)$$

$$h - 5 = \frac{2}{3} (20 - 5)$$

$$h - 5 = 10$$

$$h = 10 + 5$$

$$h = 15$$

\therefore မောင်လှအသက် 15 နှစ်
မမြအသက် 20 နှစ်

လေ့ကျင့်ခန်း (9.6)

- (1) ကိန်း 2 ခု ပေါင်းလဒ်သည် 44 ဖြစ်၍၊ ယင်းတို့၏ ခြားနားခြင်းသည် 12 ဖြစ်၏။ ထိုကိန်းများကိုရှာပါ။
- (2) ကိန်း 2 ခု ပေါင်းလဒ်၏ 2 ဆသည် 50 ဖြစ်၍၊ ယင်းတို့၏ ခြားနားခြင်း၏ 5 ဆသည် 15 ဖြစ်လျှင်၊ ထိုကိန်းများကို ရှာပါ။
- (3) ကိန်း 2 ခုရှိရာ ပထမကိန်း၏ 2 ဆနှင့် ဒုတိယကိန်း၏ 3 ဆတို့ပေါင်းလဒ်သည် 22 ဖြစ်၍ ပထမကိန်း၏ 3 ဆနှင့် ဒုတိယကိန်း၏ 4 ဆ ပေါင်းလျှင် 30 ရ၏။ မူလကိန်းနှစ်ခုကိုရှာပါ။
- (4) ကိန်း 2 ခုရှိရာ ပထမကိန်းတွင် 12 ပေါင်းလျှင် ဒုတိယကိန်း၏ 4 ဆရ၏။ ဒုတိယကိန်းတွင် 11 ပေါင်းလျှင် ပထမကိန်း၏ 2 ဆရ၏။ ထိုကိန်း 2 ခုကို ရှာပါ။
- (5) ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ အလျားသည် အနံထက် 10 လက်မပို၏။ အနား 4 ဖက်ပေါင်းလဒ်သည် 100 လက်မဖြစ်သော် အလျားနှင့်အနံကို ရှာပါ။

- (6) ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ အလျားသည် အနံ၏ 3 ဆဖြစ်၍ အနား 4 ဖက်ပေါင်းသည် 64cm ဖြစ်လျှင် အလျားနှင့်အနံကို ရှာပါ။
- (7) ထောင့်တစ်ခုသည် ယင်း၏ထောင့်ပြောင်းဖြည့်ဘက်ထောင့်၏ 11 ဆ ဖြစ်လျှင် ယင်းထောင့်ကို ရှာပါ။ (ထောင့်တစ်ခု + ထောင့်ပြောင်းဖြည့်ဘက်ထောင့် = 180°)
- (8) ထောင့်တစ်ခုသည် ယင်း၏ထောင့်မှန်ဖြည့်ဘက်ထောင့်ထက် 18° ပို၏။ ယင်းထောင့်ကို ရှာပါ။ (ထောင့်တစ်ခု + ထောင့်မှန်ဖြည့်ဘက်ထောင့် = 90°)
- (9) ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ အလျားသည် အနံထက် 9 စင်တီမီတာပို၏။ ပတ်လည်အနားမှာ 46 စင်တီမီတာဖြစ်လျှင်၊ ယင်းထောင့်မှန်စတုဂံ၏ အလျားနှင့်အနံကို ရှာပါ။
- (10) ငွေအချို့ကို မောင်လှနှင့်မောင်မြတို့အား ဝေပေးရာ မောင်လှရသောငွေသည် မောင်မြရသောငွေ၏ 2 ဆ ဖြစ်၏။ အကယ်၍ မောင်မြသည် 20 ကျပ်တိုး၍ရပြီး မောင်လှသည် 20 ကျပ် လျော့ခဲ့ပါမူ၊ သူတို့နှစ်ဦးရသော ငွေများ တူညီမည်ဖြစ်သည်။ မူလက တစ်ယောက်မည်မျှစီ ရကြသနည်း။
- (11) မောင်လှသည် ခရီးတစ်ခုကိုသွားရာ 4 နာရီစက်ဘီးစီး၍ 3 နာရီလမ်းလျှောက်သဖြင့် 49 မိုင် ရောက်၏။ အကယ်၍ သူသည် 4 နာရီလမ်းလျှောက်၍ 3 နာရီသာ စက်ဘီးစီးခဲ့ပါလျှင် 42 မိုင်သာ ရောက်မည်ဖြစ်သည်။ သူ၏ တစ်နာရီစက်ဘီးစီးနှုန်းနှင့် လမ်းလျှောက်နှုန်းတို့ကိုရှာပါ။
- (12) ပထမအစမ်းစာမေးပွဲတွင် မောင်ဘနှင့်မောင်လှနှစ်ယောက်ပေါင်းအမှတ် 475 မှတ်ရရှိသည်။ ၎င်းတို့နှစ်ယောက် ရသောအမှတ်များ၏ ခြားနားခြင်းမှာ 100 ဖြစ်သော် မောင်ဘနှင့် မောင်လှတို့ ရရှိသော အမှတ် အသီးသီးကို ရှာပါ။
- (13) မူလတန်းကျောင်းတစ်ကျောင်း၌ ကျောင်းသား 400 အောက်ရှိရာ ယောက်ျားလေးဦးရေမှာ မိန်းကလေးဦးရေထက် 80 အောက်ပိုသော် ယောက်ျားလေးဦးရေနှင့် မိန်းကလေးဦးရေ အသီးသီး မည်မျှစီရှိသနည်း။
- (14) လူတစ်ယောက်၏အသက်သည် သူ့သားအသက်၏ 6 ဆ ကြီး၏။ နောင် 5 နှစ်ကြာသော အခါ သူသည် သူ၏သားထက် 3 ဆသာ ကြီးမည်ဖြစ်၏။ ၎င်း၏ သားအသက်ကိုရှာပါ။
- (15) မွေးမြူရေးခြံတစ်ခြံ၌ ဆိတ်များနှင့် ကြက်များမွေးထား၏။ ဆိတ်နှင့်ကြက်အားလုံး၏ ခေါင်းများရေတွက်ရာ 255 ခေါင်းရှိပြီး၊ ခြေထောက်များကို ရေတွက်ရာ 548 ချောင်းရှိကြောင်း တွေ့ရလျှင် ဆိတ်နှင့်ကြက်အရေအတွက် မည်မျှစီ ရှိသနည်း။

အခန်း (10)

အက္ခရာမြောက်ဖော်ကိန်းပါ ညီမျှခြင်းများ

ရိုးရိုးညီမျှခြင်းများနှင့် ၎င်းတို့အား ဖြေရှင်းပုံများကို လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခုသင်ခန်းစာတွင် အက္ခရာကိန်းများပါသော ညီမျှခြင်းများကို လေ့လာကြမည်။

ဥပမာ $4x + 5 = 9$ ဟူသော ညီမျှခြင်းတွင် ပါဝင်သော ဂဏန်းများအစား a, b နှင့် c ဟူသော အက္ခရာကိန်းများ အစားသွင်းလျှင် $ax + b = c$ ဟူသော ညီမျှခြင်းကို ရရှိမည်ဖြစ်သည်။

ဤကဲ့သို့ ဂဏန်းများအစား အက္ခရာကိန်းများ ထည့်သွင်းဖော်ပြထားသော ညီမျှခြင်းများကို အက္ခရာမြောက်ဖော်ကိန်းပါ ညီမျှခြင်းများဟု ခေါ်သည်။

၎င်းညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းရာတွင် မသိကိန်း၏ တန်ဖိုးကို ညီမျှခြင်းတွင် ပါဝင်သော အက္ခရာကိန်းများဖြင့် ဖော်ပြနိုင်၏။

ဥပမာ (1) $3x + 4a = 5a$ ညီမျှခြင်းမှ x ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$3x + 4a = 5a$$

$$3x = 5a - 4a$$

$$\therefore x = \frac{a}{3}$$

ဥပမာ (2) $ax + bx = abc$ ညီမျှခြင်းမှ x ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$ax + bx = abc$$

$$x(a + b) = abc$$

$$\therefore x = \frac{abc}{a + b}$$

ဥပမာ (3) $bx - a = c$ ညီမျှခြင်းမှ x ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$bx - a = c$$

$$bx = c + a$$

$$\therefore x = \frac{c + a}{b}$$

ဥပမာ (4) $ax - 2b^2 = -b(b + x)$ ညီမျှခြင်းမှ x ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$ax - 2b^2 = -b(b + x)$$

$$ax = -b^2 - bx + 2b^2$$

$$ax + bx = b^2$$

$$x(a + b) = b^2$$

$$\therefore x = \frac{b^2}{a + b}$$

ဥပမာ (5) $\frac{x}{a} + \frac{x}{b} = 1$ မှ x ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$\frac{x}{a} + \frac{x}{b} = 1$$

$$\frac{bx+ax}{ab} = 1$$

$$bx+ax = ab$$

$$x(a+b) = ab$$

$$\therefore x = \frac{ab}{a+b}$$

ဥပမာ (6) $\frac{4}{x} = \frac{5}{a}$ မှ x ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$\frac{4}{x} = \frac{5}{a}$$

$$4a = 5x$$

$$x = \frac{4a}{5}$$

$$\therefore x = \frac{4}{5}a$$

ဥပမာ (7) $\frac{a}{x} - b = c$ ညီမျှခြင်းမှ x ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$\frac{a}{x} - b = c$$

$$\frac{a-bx}{x} = c$$

$$a-bx = cx$$

$$a = cx+bx$$

$$a = x(c+b)$$

$$\therefore x = \frac{a}{b+c}$$

ဥပမာ (8) $\frac{a}{x} = \frac{d}{c} - \frac{b}{f}$ မှ x ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$\frac{a}{x} = \frac{df-cb}{cf}$$

$$acf = x(df-cb)$$

$$\therefore x = \frac{acf}{df-cb}$$

ဥပမာ (9) $a = \frac{fe}{d(g+x)}$ မှ x ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$a = \frac{fe}{d(g+x)}$$

$$ad(g+x) = fe$$

$$g+x = \frac{fe}{ad}$$

$$x = \frac{fe}{ad} - g = \frac{fe - adg}{ad}$$

ဥပမာ (10) $\frac{x-b}{x-a} = \frac{x-d}{x-c}$ မှ x ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$\frac{x-b}{x-a} = \frac{x-d}{x-c}$$

$$(x-b)(x-c) = (x-d)(x-a)$$

$$x^2 - xb - xc + bc = x^2 - xd - xa + ad$$

$$x^2 - xb - xc - x^2 + xd + xa = ad - bc$$

$$x(d+a-b-c) = ad - bc$$

$$\therefore x = \frac{ad - bc}{(a - b - c + d)}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (10.1)

အောက်ပါတို့မှ x တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

1. $6 = 4x$

2. $\frac{x}{c} = f$

3. $\frac{x}{b} = \frac{1}{a}$

4. $dx + c = 0$

5. $fx - g = b$

6. $\frac{x}{cd} = a + b$

7. $\frac{gx - f}{a} = b$

8. $\frac{ax + b}{g} = f$

9. $\frac{ax}{b} + g = f$

10. $2a(x + b) = c$

11. $\frac{a(x+f)}{f} = g + h$

12. $g\left(\frac{b}{2}\right) = h$

13. $gx + h = hx - g$

14. $2gx + h = 2h - gx$

15. $7x + 10f = 5x + 12f$

16. $3ax + 4b^2 = 2bx + 6ab$

17. $3(x - 2c) = 8x - 21c$

18. $a(x - d) = g(x - g)$

19. $\frac{x}{c} - \frac{x}{d} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$

20. $\frac{c}{x} = \frac{d}{a} + \frac{b}{f}$

$$21. \quad \frac{1}{c} = \frac{1}{d} - \frac{1}{x}$$

$$22. \quad \frac{x-c}{x+c} = \frac{c}{d}$$

$$23. \quad \frac{x}{x-a} = \frac{b}{a}$$

$$24. \quad \frac{b}{x} = \frac{c}{x-b+c}$$

$$25. \quad \frac{x+g}{g-f} = \frac{x-f}{g+f}$$

10.1 ပုစ္ဆာဖြေရှင်းခြင်း

ဥပမာ (1) အခန်းတစ်ခု၏ အလျားသည် အနံ၏ 3 ဆ ဖြစ်၏။ ပတ်လည်အနားသည် p ဖေ ဖြစ်လျှင် အလျားနှင့် အနံကို ရှာပါ။

အနံ = b ဖေ ဖြစ်ပါစေ။

အလျား = 3b ဖေ ဖြစ်၏။

$$\begin{aligned} \therefore \text{ပတ်လည်အနား} &= (\text{အလျား} + \text{အနံ}) \\ &= 2(3b + b) \\ &= 2(4b) \\ &= 8b \end{aligned}$$

ပုစ္ဆာအရ

ပတ်လည်အနား = p ဖေ

$$\therefore p = 8b$$

$$\therefore b = \frac{p}{8}$$

\therefore အလျား = 3 × အနံ

$$= 3 \times \frac{p}{8}$$

$$= \frac{3}{8}p$$

$$\therefore \text{အလျား} = \frac{3}{8}p \text{ ဖေ}$$

$$\text{အနံ} = \frac{p}{8} \text{ ဖေ}$$

ဥပမာ (2) ငွေပေါင်း a ကျပ်ကို မောင်ဘနှင့် မောင်ခတို့အား ဝေပေးရာ မောင်ခရသော ငွေသည် မောင်ဘရသောငွေ၏ အဆပေါင်း b ဖြစ်သော် တစ်ဦးလျှင် မည်မျှစီရသနည်း။

မောင်ဘရသောငွေ = x ကျပ်ဖြစ်ပါစေ။

မောင်ခရသောငွေ = bx ကျပ်ဖြစ်၏။

နှစ်ဦးပေါင်းရငွေ = bx + x

= x(b + 1) ဖြစ်၏။

ပုစ္ဆာအရ

$$\text{နှစ်ဦးပေါင်းရငွေ} = a \text{ ကျပ်}$$

$$\therefore a = x(b+1)$$

$$\therefore x = \frac{a}{b+1}$$

$$\therefore \text{မောင်ဘရသောငွေ} = \frac{a}{b+1} \text{ ကျပ်}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{မောင်ခရသောငွေ} &= b \times \text{မောင်ဘရသောငွေ} \\ &= \frac{ba}{b+1} \text{ ကျပ်} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{မောင်ဘရသောငွေ} = \frac{a}{b+1} \text{ ကျပ်}$$

$$\text{မောင်ခရသောငွေ} = \frac{ba}{b+1} \text{ ကျပ်}$$

ဥပမာ (3) မုန့်ဆိုင်တစ်ဆိုင်သည် တစ်နေ့တွင် ကိတ်မုန့်အလုံးပေါင်း n ကို ရောင်းရရာ k ကျပ်ရ၏။ အချို့ကိတ်မုန့်သည် တစ်လုံးလျှင် a ကျပ်တန်၍၊ တစ်ချို့မှာ b ကျပ်တန်၏။ n ကျပ်တန် ကိတ်မုန့်မည်မျှ ရောင်းရသနည်း။

$$a \text{ ကျပ်တန် ကိတ်မုန့်ပေါင်း} = m \text{ ဖြစ်ပါစေ။}$$

$$b \text{ ကျပ်တန် ကိတ်မုန့်ပေါင်း} = (n-m) \text{ ဖြစ်၏။}$$

$$a \text{ ကျပ်တန် ကိတ်မုန့် } m \text{ အတွက်ရငွေ} = ma \text{ ကျပ်}$$

$$b \text{ ကျပ်တန်ကိတ်မုန့် } (n-m) \text{ အတွက်ရငွေ} = (n-m)b \text{ ကျပ်}$$

$$\therefore \text{စုစုပေါင်းရငွေ} = k \text{ ကျပ်}$$

$$= (n-m)b + ma$$

$$\therefore k = (n-m)b + ma$$

$$= nb - mb + ma$$

$$= nb - m(b-a)$$

$$\therefore m(b-a) = nb - k$$

$$m = \frac{nb - k}{b - a}$$

$$\therefore a \text{ ကျပ်တန်ကိတ်မုန့်ပေါင်း} = \frac{nb - k}{b - a}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (10.2)

1. အိမ်ထောင်စုတစ်ခုတွင် သားအဖနှစ်ယောက် အလုပ်လုပ်ကြရာ အဖ၏ ဝင်ငွေသည် သား၏ ဝင်ငွေ၏ အဆပေါင်း a ဖြစ်၍၊ နှစ်ဦးပေါင်းဝင်ငွေသည် k ကျပ်ဖြစ်၏။ သူတို့၏ ဝင်ငွေအသီးသီးကိုရှာပါ။

2. ထောင့်မှန်စတုဂံပုံရှိ အခန်းတစ်ခု၏ အလျားသည် အနံထက် b ပေပို၏။ ပတ်လည်အနားမှာ p ပေဖြစ်လျှင် အလျားနှင့်အနံကို ရှာပါ။
3. လူတစ်ယောက်သည် သူ၏သားထက် n နှစ်ပို၍ကြီးသည်။ လွန်ခဲ့သော m နှစ်ကအဖ၏ အသက်သည် သားအသက်၏ p ဆ ဖြစ်လျှင် သူတို့၏ ယခုအသက်အသီးသီးကို ရှာပါ။
4. လူတစ်ယောက်သည် ခရီးတစ်ခုကို တစ်နာရီ a မိုင်နှုန်းဖြင့်သွား၍ အပြန်တွင် b မိုင်နှုန်းဖြင့်ပြန်လာသည်။ အချိန်စုစုပေါင်း $\frac{1}{2}$ နာရီကြာလျှင် ခရီးအကွာအဝေးကို ရှာပါ။
5. ကိန်းတစ်ခုကို $a\%$ တိုးသောအခါ b နှင့် ညီမျှ၏။ မူလကိန်းကိုရှာပါ။
6. ကိန်းတစ်ခုကို $a\%$ လျှော့လိုက်သောအခါ b နှင့် ညီမျှ၏။ မူလကိန်းကိုရှာပါ။
7. မော်တော်တစ်စင်းသည် ခရီးတစ်ခုကိုသွားရာ ရေဆန်ဖြစ်၍ တစ်နာရီလျှင် d မိုင်နှုန်းသာ သွားနိုင်၏။ အပြန်ရေစုန်ခရီးတွင်မူ တစ်နာရီ f မိုင်နှုန်း သွားနိုင်သဖြင့် အသွားအပြန် အချိန်နှစ်ရပ်ပေါင်း h နာရီဖြစ်သော် ခရီးမိုင်ပေါင်းကို ရှာပါ။
8. ဇာခြင်ထောင်တစ်လုံးချုပ်ရန်အတွက် ဒေါ်လှသည် ဇာ 18 ကိုက်နှင့် ပိတ် 10 ကိုက်ဝယ်ရာ စုစုပေါင်း k ကျပ်ပေးရ၏။ ဇာတစ်ကိုက်ဖိုးသည် ပိတ်တစ်ကိုက်တန်ဖိုးထက် a ကျပ်ပိုလျှင် ပိတ်တစ်ကိုက်နှင့် ဇာတစ်ကိုက်တို့၏ တန်ဖိုးအသီးသီးကို ရှာပါ။
9. ကျွန်ုပ်သည် ကျောင်းသို့ တစ်နာရီလျှင် a မိုင်နှုန်းဖြင့် စက်ဘီးစီးသွားလျှင် တစ်နာရီ b မိုင်နှုန်းဖြင့် လမ်းလျှောက်သည်ထက် အချိန် h မိနစ်စော၍ ရောက်နိုင်၏။ ကျောင်းနှင့်အိမ် မည်မျှဝေးသနည်း။

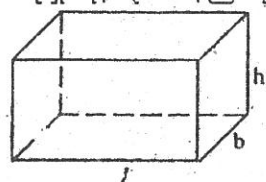
အခန်း (11)

ပုံသေနည်းများကို တည်ခြင်း၊ အသုံးပြုခြင်းနှင့်
ပဓာနကိန်းပြောင်းလဲခြင်း

11.1 ပုံသေနည်းတည်ခြင်းနှင့် အသုံးပြုခြင်း

ပုံသေနည်းများ ရေးသားခြင်းနှင့် ၎င်းတို့ကို အသုံးပြု၍ လိုအပ်သော အကြောင်းအချက်များကို ရှာဖွေတွက်ချက်ခြင်းသည် အက္ခရာသင်္ချာဘာသာတွင်မက အခြားသော သိပ္ပံပညာရပ်များ၌လည်း အရေးကြီးသော အခန်းကဏ္ဍမှ ပါဝင်ပေသည်။ ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများ ဖြေရှင်းရာ၌ သက်ဆိုင်ရာ ပုံသေနည်းများကို တည်ဆောက်အသုံးပြုခြင်းဖြင့် ပုစ္ဆာပါမေးထားချက်များကို ရှာဖွေနိုင်သည်။

ဥပမာ (1) အလျား ℓ m၊ အနံ b m နှင့် အမြင့် h m ရှိသော ထောင့်မှန်စတုဂံတုံးတံး၏ ထုထည် v ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းကို ရေးပါ။



- ထောင့်မှန်စတုဂံတုံး၏အလျား = ℓ
- ထောင့်မှန်စတုဂံတုံး၏ အနံ = b
- ထောင့်မှန်စတုဂံတုံး၏ အမြင့် = h

ထို့ကြောင့် ထောင့်မှန်စတုဂံတုံး၏ ထုထည် v ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းမှာ အောက်ပါအတိုင်း ဖြစ်သည်။

ထောင့်မှန်စတုဂံတုံး၏ ထုထည် = အလျား \times အနံ \times အမြင့်
 $\therefore v = \ell bh$

(a) အထက်ပါပုံသေနည်းဖြင့် ℓ, b, h တို့၏ တန်ဖိုးကိုသိလျှင် v ကို ရှာနိုင်သည်။

ဥပမာ။ $\ell = 4\text{m}, b = 3\text{m}$ နှင့် $h = 5\text{m}$ ဖြစ်လျှင် v ကို အောက်ပါအတိုင်း ရှာနိုင်သည်။

$$v = \ell bh$$

$$v = 4 \times 3 \times 5$$

$$\therefore v = 60\text{m}^3$$

(b) ဤပုံသေနည်းဖြင့် ℓ, b, v တို့၏ တန်ဖိုးကိုသိလျှင် h ကို ရှာနိုင်သည်။

ဥပမာ။ $\ell = 4\text{m}, b = 3\text{m}$ နှင့် $v = 60\text{m}^3$ ဖြစ်လျှင် h ကို အောက်ပါအတိုင်း ရှာနိုင်သည်။

$$v = \ell bh$$

$$60 = 4 \times 3 \times h$$

$$h = \frac{60}{4 \times 3}$$

$$\therefore h = 5\text{m}$$

(c) ပုံသေနည်း $v = \ell bh$ မှ h တန်ဖိုးကို ရှာရာ၌ ရှေးဦးစွာ h ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းကို ထုတ်ယူပြောင်းလဲပြီးမှ သက်ဆိုင်ရာ တန်ဖိုးများ အစားသွင်း၍ ရှာက ပိုမိုလွယ်ကူသည်။

h ကို ရှာရန် ပုံသေနည်း ထုတ်ယူခြင်း

$$v = \ell bh$$

$$\therefore h = \frac{v}{\ell b}$$

ထို့နောက် v, ℓ , b တို့၏ တန်ဖိုးများ အစားသွင်း၍ h တန်ဖိုးကို ဆက်လက်ရှာဖွေနိုင်သည်။

$$h = \frac{v}{\ell b} = \frac{60}{4 \times 3}$$

$$\therefore h = 5m$$

ထိုနည်းတူစွာ ℓ နှင့် b တို့၏ တန်ဖိုးများကို ရှာရာတွင် လိုအပ်သော ပုံသေနည်းကို ပထမဦးစွာ ထုတ်နုတ်ယူပြီးမှ အခြားကိန်းများ တန်ဖိုးကို အစားသွင်း၍ ရှာရသည်။

ℓ ကို ရှာရန် ပုံသေနည်း ထုတ်ယူခြင်း

$$v = \ell bh$$

$$\therefore \ell = \frac{v}{bh}$$

အကယ်၍ $b = 3, h = 5$ နှင့် $v = 60$ ဖြစ်လျှင်

$$\ell = \frac{60}{3 \times 5}$$

$$\therefore \ell = 4$$

b ကို ရှာရန် ပုံသေနည်း ထုတ်ယူခြင်း

$$v = \ell bh$$

$$\therefore b = \frac{v}{\ell h}$$

အကယ်၍ $\ell = 4, h = 5$ နှင့် $v = 60$ ဖြစ်လျှင်

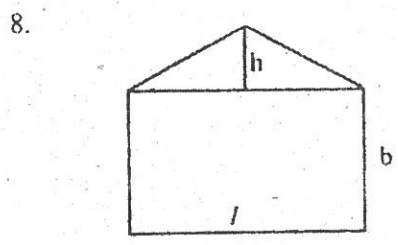
$$b = \frac{60}{4 \times 5}$$

$$\therefore b = 3$$

လေ့ကျင့်ခန်း (11.1)

1. လက်ဖက်ခြောက် p ပေါင်၏တန်ဖိုးမှာ k ကျပ်ဖြစ်လျှင် လက်ဖက်ခြောက် q ပေါင်၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။
2. တစ်နာရီလျှင် y မိုင်နှုန်းဖြင့် မောင်းသွားသော မော်တော်ကားတစ်စီး၏ t နာရီအကြာတွင် ရောက်ရှိမည့် ခရီးအကွာအဝေး d ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။
3. သင်္ချာ အစားပုစ္ဆာတစ်ပုဒ်တွင် စားကိန်း = d၊ စားလဒ် = Q နှင့် အကြွင်း = R ဖြစ်သော်၊ တည်ကိန်း = D ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းကို ရေးပါ။

- 4. မီးရထားတစ်စီးသည် t နာရီအတွင်း s မိုင် ခရီးရောက်အောင် ခုတ်မောင်းနိုင်သော် တစ်နာရီ ပျမ်းမျှခုတ်မောင်းနှုန်း r ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းကို ရေးပါ။ ထိုပုံသေနည်းမှ s နှင့် t ကို ရှာရန် ပုံသေနည်း ပြောင်းပြပါ။
- 5. သေတ္တာတစ်လုံး၏ အလျားသည် $2a$ ၊ အနံသည် a နှင့် အမြင့်သည် b ဖြစ်၏။ ထိုသေတ္တာ ၏ ထုထည် V နှင့် မျက်နှာပြင် စုစုပေါင်းဧရိယာ A ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းကို ရေးပါ။
- 6. လိမ္မော်သီး d ဒါဇင်ကို ငွေ k ကျပ်နှင့်ဝယ်ပြီး ခရီးစရိတ် s ကျပ်ကုန်၏။ လိမ္မော်သီး တစ်လုံး ၏ ကျသင့်ငွေ v ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းကို ရေးပါ။
- 7. လယ်ထွန်စက်တစ်ခုသည် 2 နာရီတွင် လယ်မြေ m ဧကကို ထွန်နိုင်၏။ အခြားလယ်ထွန်စက် တစ်ခုသည် 3 နာရီတွင် လယ်မြေ n ဧကကို ထွန်နိုင်၏။ ထိုလယ်ထွန်စက် နှစ်ခုပေါင်း ၏ တစ်နာရီ ပျမ်းမျှလယ်ထွန်အား p ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။



- ဖော်ပြပါပုံမှ
- (a) ဧရိယာ A ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။
 - (b) $l = 8, b = 6, h = 3$ ဖြစ်လျှင် A မည်မျှနည်း။
 - (c) ထိုပုံသေနည်းမှ l ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။

- 9. အနားအရေအတွက် n ရှိသော ဗဟုဂံတစ်ခု၏ အတွင်းထောင့် ပေါင်းလဒ် R သည် $(2n - 4)$ ထောင့်မှန်နှင့် ညီမျှ၏။
 - (a) n ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။
 - (b) $R = 10$ ဖြစ်လျှင် n မည်မျှနည်း။
 - (c) $n = 20$ ဖြစ်လျှင် R မည်မျှနည်း။
- 10. အချင်းဝက် r ၊ အမြင့် h ရှိသော ဆလင်ဒါတစ်ခု၏ ထုထည် v မှာ $\pi r^2 h$ နှင့် ညီမျှ၏။
 - (a) ထိုပုံသေနည်းမှ h ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။
 - (b) ထိုပုံသေနည်းမှ r ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။

$v = 33, h = 14, \pi = \frac{22}{7}$ ဖြစ်လျှင် r ကို ရှာပါ။

11.

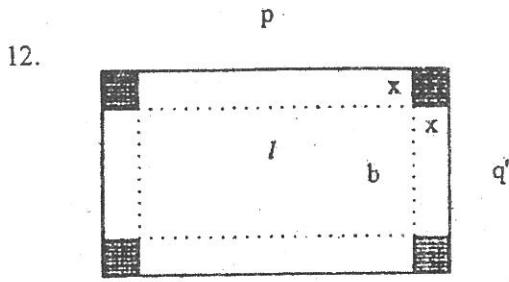
ပထမကိန်း	ဒုတိယကိန်း	တတိယကိန်း	စတုတ္ထကိန်း	ပဉ္စမကိန်း
2	4	6	8	10

အထက်ပါဇယားသည် ကိန်းစဉ်တန်းတစ်ခုမှ အစဉ်အလိုက် ကိန်းငါးလုံးကို ဖော်ပြထားသည်။

ထိုကိန်းစဉ်တန်းမှ ပေါင်းလဒ် s ၏ ပုံသေနည်းမှာ $s = \frac{n}{2} (a + l)$ ဖြစ်၍ $n =$ ကိန်းလုံး

အရေအတွက်၊ $a =$ ပထမကိန်း၊ $l =$ နောက်ဆုံးကိန်းဖြစ်သည်။

- (a) $l = 10, a = 2, n = 5$ ဖြစ်လျှင် s မည်မျှနည်း။
- (b) ထိုပုံသေနည်းမှ l ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းရေးပါ။
 $n = 20, a = 8$ နှင့် $s = 260$ ဖြစ်သော် l မည်မျှနည်း။



ပုံတွင် ပြထားသည့်အတိုင်း အလျား = p ၊ အနံ = q ရှိသော ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ သံဖြူပြားတစ်ချပ် ၏ ထောင့်စွန်းများတွင် အနားတစ်ဖက်လျှင် x ရှိသော စတုရန်းကွက်ငယ်ကလေးများ ဖြတ်ထုတ်ပြီး အဖုံးမပါသော သေတ္တာတစ်လုံးပြုလုပ်သော် ထိုသေတ္တာ၏

- (a) အလျား = l ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။
- (b) အနံ = b ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။
- (c) သေတ္တာ၏ထုထည် = v ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

11.2 ပမာနကိန်း ပြောင်းလဲခြင်း

$c = 2 \pi r$ ဟူသော စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ အဝန်းကိုရှာသော ပုံသေနည်းတွင် c သည် စက်ဝိုင်း၏ အဝန်းနှင့် r သည် စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်ဖြစ်သည်။ စက်ဝိုင်း၏ အဝန်းကိုသိလိုပါက အချင်းဝက် r ကိုသိမှသာ ရှာဖွေနိုင်သည်။ ထို့ကြောင့် စက်ဝိုင်း၏ အဝန်း c နှင့် အချင်းဝက် r တို့သည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခု ဆက်သွယ်လျက်ရှိ၏။ အချင်းဝက် r ကို ရှာလိုပါက အထက်ပါ ပုံသေနည်းကို ပြုပြင်ခြင်းအားဖြင့် ရှာဖွေနိုင်သည်။

$$c = 2 \pi r \dots\dots\dots(1)$$

$$2 \pi r = c$$

∴ $r = \frac{c}{2\pi}$ ဟူသော အချင်းဝက် r ကို ရှာနိုင်သည့် ပုံသေနည်း အသစ်ကို ရရှိသည်။

ဤတွင် မူလပုံသေနည်း (1) သည် c ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းဖြစ်သဖြင့် c ကို ထိုပုံသေနည်း၏ ပမာနကိန်းဟု ခေါ်သည်။ ထိုပုံသေနည်း (1) ကို ပြုပြင်ခြင်းဖြင့် $r = \frac{c}{2\pi}$ ဖြစ်လာသောအခါ r သည် ပမာနကိန်းဖြစ်လာသည်။ ဤကဲ့သို့ မူလပုံသေနည်းအား လိုအပ်သလို ပြုပြင်ပြောင်းလဲခြင်းကို ပမာနကိန်းပြောင်းလဲခြင်းဟု ခေါ်သည်။ ပမာနကိန်း ပြောင်းလဲခြင်းအားဖြင့် မိမိရှာဖွေလိုသော အကြောင်းအရာကို တိုက်ရိုက်ရှာဖွေနိုင်သည်။

ဥပမာ (1) $A = \frac{1}{2} (a + b) h$ ပုံသေနည်းကို h ပမာနကိန်းရှိသော ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။ ထိုမှ တစ်ဆင့် $A = 64, a = 7, b = 9$ ဖြစ်လျှင် h ကို ရှာပါ။

$$A = \frac{1}{2} (a + b) h$$

$$2A = (a + b) h$$

$$\therefore h = \frac{2A}{a + b}$$

$A = 64, a = 7, b = 9$ ဖြစ်သောအခါ h ကို ရှာရန် အထက်ပါပုံသေနည်းတွင် သက်ဆိုင်ရာ တန်ဖိုးများကို ထည့်သွင်းရပါမည်။

$$h = \frac{2A}{a + b}$$

$$h = \frac{2 \times 64}{7 + 9} = \frac{128}{16}$$

$$\therefore h = 8$$

ဥပမာ (2) $A = \pi r^2$ ပုံသေနည်းကို r ပမာနကိန်းရှိသော ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။ ထိုမှတစ်ဆင့် $A = 154$ ဖြစ်လျှင် r ကို ရှာပါ။

$$A = \pi r^2$$

$$\pi r^2 = A$$

$$r^2 = \frac{A}{\pi}$$

$$\therefore r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

$$A = 154 \text{ ဖြစ်လျှင် } r = \sqrt{\frac{154}{22}}$$

$$= \sqrt{154 \times \frac{7}{22}} = \sqrt{49}$$

$$\therefore r = 7$$

ဥပမာ (3) $a^2 = b^2 + c^2$ ပုံသေနည်းကို c ပမာနကိန်းရှိသော ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။ ထိုမှတစ်ဆင့် $a = 10, b = 8$ ဖြစ်လျှင် c ကို ရှာပါ။

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$b^2 + c^2 = a^2$$

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$\therefore c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$a = 10, b = 8 \text{ ဖြစ်လျှင်}$$

$$c = \sqrt{100-64}$$

$$c = \sqrt{36}$$

$$\therefore c = 6$$

လေ့ကျင့်ခန်း (11.2)

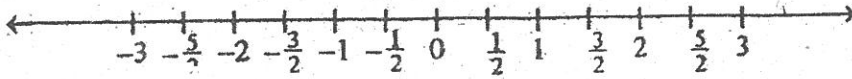
1. $V = \frac{1}{3} Ah$ ပုံသေနည်းမှ A ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။
2. $a^2 = b^2 + c^2$ ပုံသေနည်းမှ b ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။
3. $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ ပုံသေနည်းမှ r ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။
4. $s = u + ft$ ပုံသေနည်းကို f ပဓာနကိန်းရှိသော ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။
 $s = 80, u = 14$ နှင့် $t = 16$ ဖြစ်လျှင် f ကို ရှာပါ။
5. $\ell = a + (n-1)d$ ပုံသေနည်းမှ d ပဓာနကိန်းရှိသော ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။
 $\ell = 200, a = 50$ နှင့် $n = 26$ ဖြစ်လျှင် d ကို ရှာပါ။
6. $A = h(R^2 - r^2)$ ပုံသေနည်းကို h ပဓာနကိန်းရှိသော ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။
 $A = 288, R = 13$ နှင့် $r = 5$ ဖြစ်လျှင် h ကို ရှာပါ။
7. $\frac{t}{100} = \frac{w-v}{u-v}$ ပုံသေနည်းကို t ပဓာနကိန်းရှိသော ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။
 $w = 5, v = 4$ နှင့် $u = 10$ ဖြစ်လျှင် t ကို ရှာပါ။
8. $\frac{a^2 - b^2}{c^2 - b^2} = \frac{p}{q}$ ပုံသေနည်းကို q ပဓာနကိန်းရှိသော ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။
 $a = 2, b = 3, c = 4, p = 5$ ဖြစ်လျှင် q ကို ရှာပါ။
9. $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ ပုံသေနည်းကို v ပဓာနကိန်းရှိသော ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။
 $u = 4.2$ နှင့် $f = 3.5$ ဖြစ်လျှင် v ကို ရှာပါ။

အခန်း (12)

ထောင့်မှန်ကိုသြဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်တွင်
အမှတ်များ နေရာချထားခြင်း

ကိန်းများကို မျဉ်းပြောင်းတစ်ကြောင်းပေါ်တွင် အမှတ်များဖြင့် ကိုယ်စားပြုဖော်ပြခြင်းသည် များစွာ အသုံးဝင်သည်။

အဆိုပါကိန်းများကို အောက်ပါပုံ(12.1) အတိုင်း ဖော်ပြနိုင်သည်။



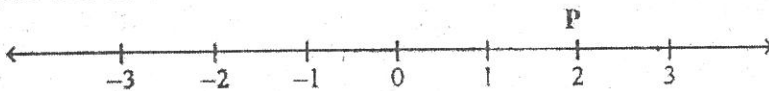
ပုံ (12.1)

ကိန်းများ၏ အစွန်းနှစ်ဖက်တွင် တွေ့ရသာ မြားဦးတို့၏ အဓိပ္ပာယ်မှာ လိုအပ်သောကိန်းများကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် သက်ဆိုင်ရာမြားဦးဘက်သို့ ကန့်သတ်မဲ့ ဆက်၍ ဆွဲခြင်းဖြင့် စဉ်းစားနိုင်သည် ဟု ဆိုလိုပါသည်။ ယခင်သိခဲ့ပြီးသည့်အတိုင်း ကိန်းမျဉ်းတစ်ကြောင်းကို ဆွဲရာတွင် သင့်တော်သည့် နေရာ၌ မူလမှတ် (သုညမှတ်)ကို စတင်ယူပြီး တူညီသောအကွာအဝေးဖြင့် အခြားအမှတ်များကို ဆက်လက်ယူသွားရမည်ဖြစ်သည်။ မူလမှတ်၏ ယာဘက်တွင်ရှိသော အမှတ်များသည် အပေါင်းကိန်းများကို ကိုယ်စားပြုပြီး ဝဲဘက်တွင်ရှိသော အမှတ်များသည် အနှုတ်ကိန်းများကို ကိုယ်စားပြုမည် ဖြစ်သည်။

ကိန်းမျဉ်းမှ အောက်ပါအရေးကြီးသော မှန်ကန်ချက်ကို ရသည်။

p သည် ကိန်းမျဉ်းပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခုဖြစ်သည်။ p ကို ကိုယ်စားပြုသော ကိန်းသည်

- (i) ကိန်းမျဉ်းပေါ်၌ p ၏ ဝဲဘက်တွင်ရှိသော အမှတ်များကို ကိုယ်စားပြုသော ကိန်းများ ထက်ကြီး၏။
- (ii) ကိန်းမျဉ်းပေါ်၌ p ၏ ယာဘက်တွင်ရှိသော အမှတ်များကို ကိုယ်စားပြုသော ကိန်းများ ထက် ငယ်၏။



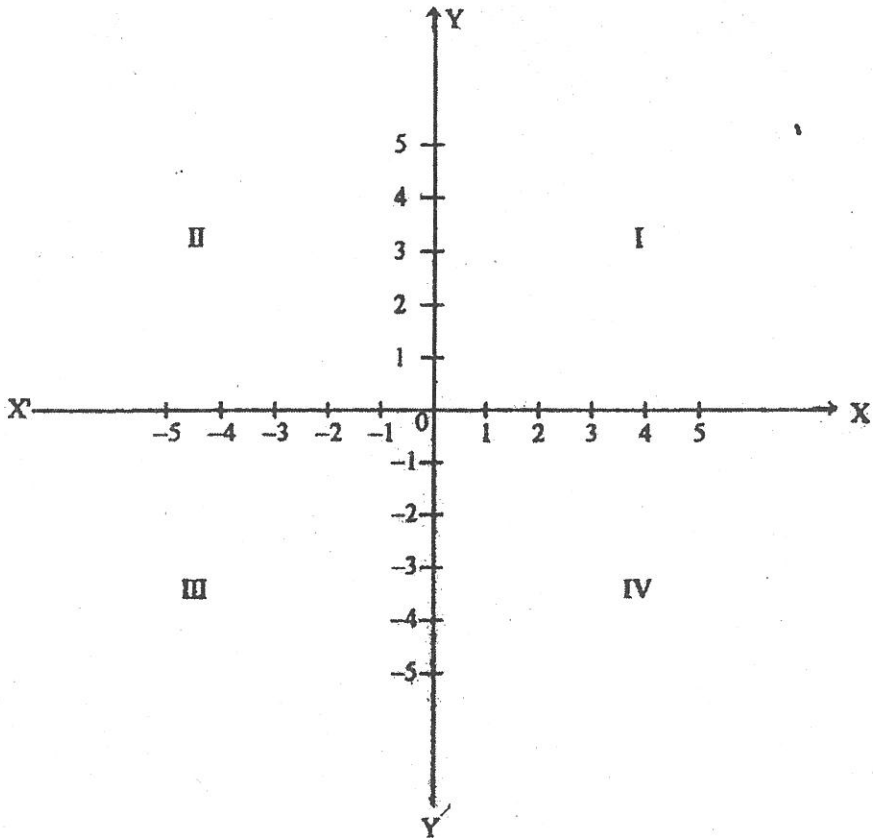
ပုံ (12.2)

p သည် 2 ကို ကိုယ်စားပြုသောအမှတ်ဖြစ်ပါစေ။ p ၏ ဝဲဘက်တွင်ရှိသော အမှတ်အချို့သည် -3, -2, -1, 0, 1 တို့ကို ကိုယ်စားပြုထား၏။ 2 သည် ထိုကိန်းအားလုံးထက်ကြီး ၏။ p ၏ ယာဘက်တွင်ရှိသော အမှတ်တစ်ခုသည် 3 ကို ကိုယ်စားပြုထား၏။ 2 သည် 3 အောက်ငယ်၏။

12.1 ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီ

(Rectangular co-ordinates)

တစ်ခုကိုတစ်ခု ထောင့်မှန်ကျလျက် အမှတ် 0 တွင်ဖြတ်သောကိန်းများနှစ်ကြောင်း $X'OX$ နှင့် $Y'OY$ တို့ကို ပြင်ညီအဖြစ် သတ်မှတ်ထားသော စာရွက်ပေါ်တွင် ဆွဲမည်။ ပုံ (12.3) တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း ဖြစ်သည်။ ကိန်းများ $X'OX$ ကို x ဝင်ရိုး၊ ကိန်းများ $Y'OY$ ကို y ဝင်ရိုးဟုခေါ်မည်။ ဝင်ရိုးနှစ်ကြောင်း၏ ဖြတ်မှတ် 0 ကို မူလမှတ်ဟု ခေါ်မည်။ လွယ်ကူစွာမှတ်သားနိုင်ရန် $X'OX$ ကို ရှေ့အလိုက် $Y'OY$ ကို မတ်ရပ်အလိုက် ဦးလှည့်ဘက်များထား၍ ဆွဲမည်။ ဝင်ရိုးနှစ်ခုသည် တစ်ခုကိုတစ်ခု ထောင့်မှန်ကျနေသောကြောင့် ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်စနစ်ဝင်ရိုးများဟု ခေါ်သည်။ အတိုအားဖြင့် ကိုဩဒိနိတ်ဝင်ရိုးများဟု ခေါ်၏။ ပြင်ညီကို ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီဟုခေါ်မည်။



ပုံ (12.3)

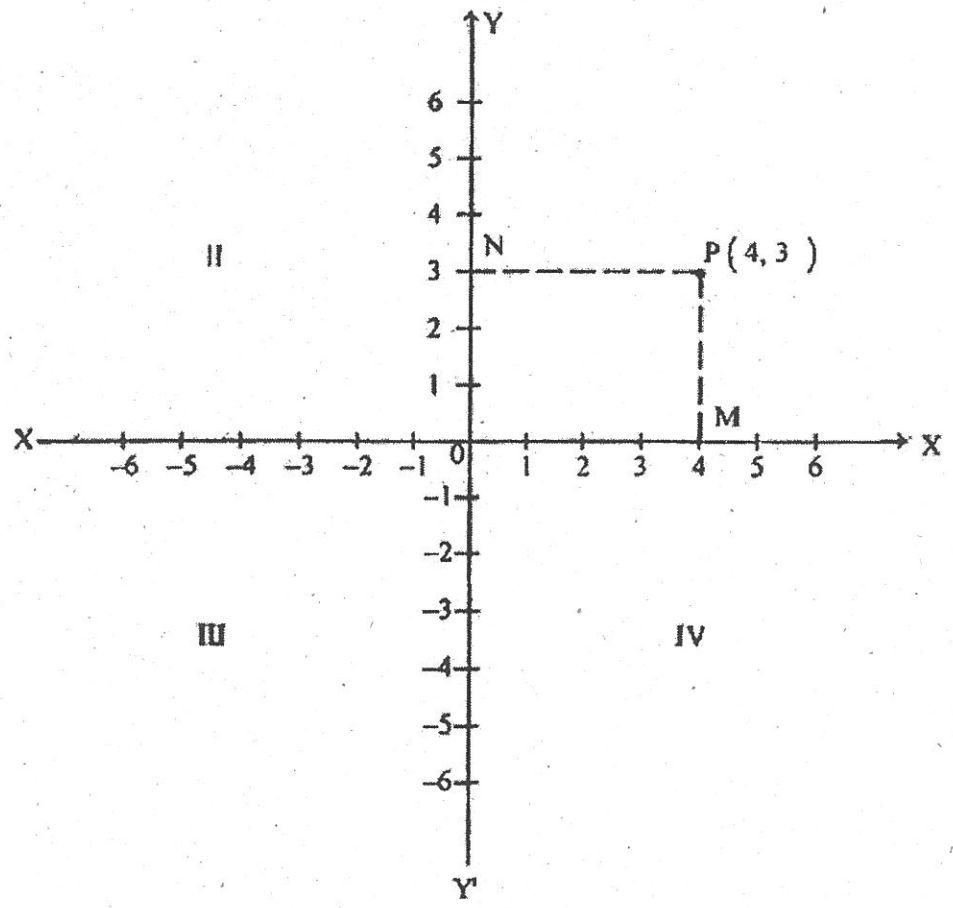
x ဝင်ရိုးပေါ်တွင် မူလမှတ် 0 ၏ ယာဘက်တွင်ရှိသော အမှတ်များသည် အပေါင်းကိန်းများကို ကိုယ်စားပြု၏။ ဝဲဘက်တွင်ရှိသော အမှတ်များသည် အနုတ်ကိန်းများကို ကိုယ်စားပြု၏။ y ဝင်ရိုးပေါ်တွင် မူလမှတ် 0 ၏ အပေါ်ဘက်တွင်ရှိသော အမှတ်များသည် အပေါင်းကိန်းများကို ကိုယ်စားပြု၏။ အောက်ဘက်တွင်ရှိသော အမှတ်များသည် အနုတ်ကိန်းများကို ကိုယ်စားပြု၏။

X ငါး နှစ် ခု ခု ခု

ဝင်ရိုးနှစ်ကြောင်းသည် ပြင်ညီကို လေးပိုင်းပိုင်းထားကြောင်း တွေ့ရ၏။ တစ်ပိုင်းစီကို လေးပိုင်းစိတ်ဟုခေါ်သည်။ ပုံ (12.3) တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း I ဖြင့် ပြထားသော အပိုင်းသည် ပထမလေးပိုင်းစိတ်၊ II ဖြင့်ပြထားသောအပိုင်းသည် ဒုတိယလေးပိုင်းစိတ်၊ III ဖြင့်ပြထားသော အပိုင်းသည် တတိယလေးပိုင်းစိတ်၊ IV ဖြင့် ပြထားသောအပိုင်းသည် စတုတ္ထလေးပိုင်းစိတ်ဟု ခေါ်မည်။

12.2 အမှတ်တစ်ခု၏ တည်နေရာ ကိုဩဒိနိတ်ကို ဖော်ပြခြင်း

ဝင်ရိုးများ $X'OX$ နှင့် $Y'OY$ တို့ကို ညွှန်ပြပြီး အမှတ်တစ်ခု၏ တည်နေရာကို ပြင်ညီပေါ် တွင် ဖော်ပြမည်။



ပုံ (12.4)

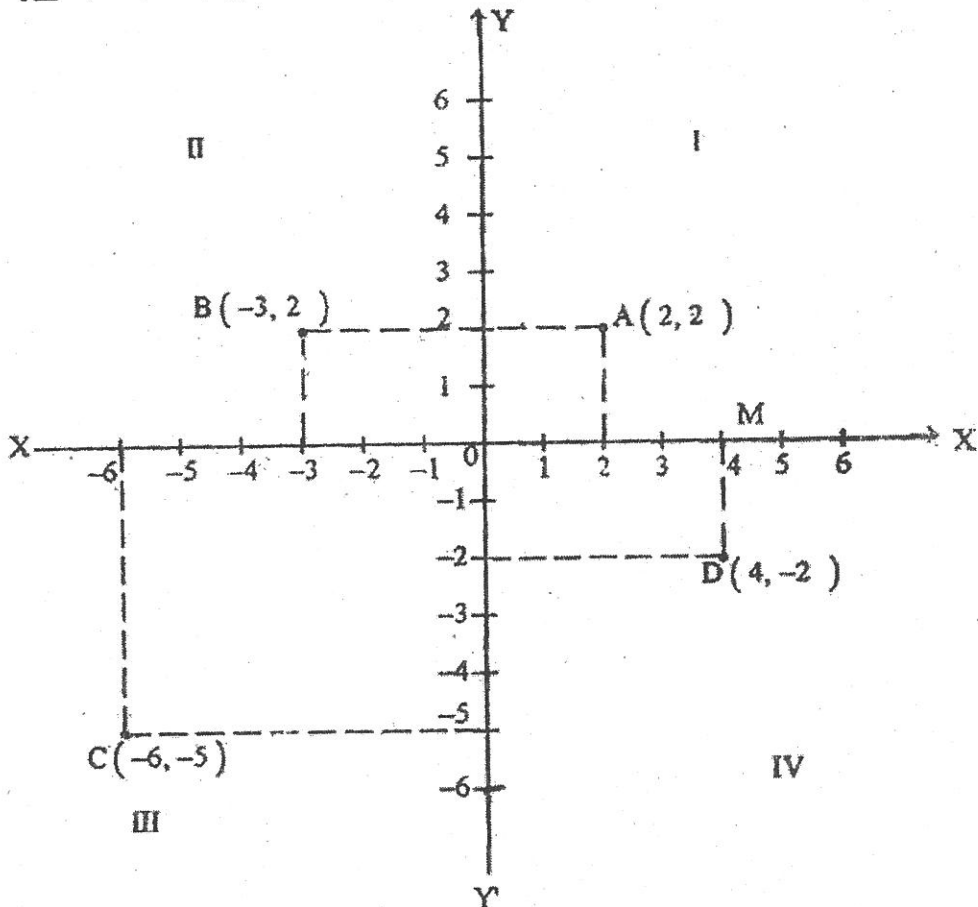
ပုံ (12.4) ကို ကြည့်ပါ။ P သည် ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီ၏ ပထမလေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင် ရှိသော အမှတ်တစ်ခုဖြစ်သည်။ P မှ x ဝင်ရိုးပေါ်သို့ မျဉ်းမတ် PM, y ဝင်ရိုးပေါ်သို့ မျဉ်းမတ် PN ကို ဆွဲ သည်။ M သည် x ဝင်ရိုးပေါ်တွင် ကိန်း 4 ကို ကိုယ်စားပြု၏။ N သည် y ဝင်ရိုးပေါ်တွင် ကိန်း 3

ကို ကိုယ်စားပြု၏။ ထို့ကြောင့် O ကို အစမှတ်ပြု၍ x ဝင်ရိုးတစ်လျှောက် ယာဘက်သို့ 4 ယူနစ်ရွေ့ပြီး အပေါ်ဘက်သို့ y ဝင်ရိုးနှင့်အပြိုင် ဦးလှည့်ဘက်အတိုင်း 3 ယူနစ်ရွေ့လျှင် P သို့ ရောက်၏။ တစ်နည်းအားဖြင့် O ကို အစမှတ်ပြု၍ y ဝင်ရိုးတစ်လျှောက် အပေါ်ဘက်သို့ 3 ယူနစ်ရွေ့ပြီး ယာဘက်သို့ x ဝင်ရိုးနှင့်အပြိုင် ဦးလှည့်ဘက်အတိုင်း 4 ယူနစ်ရွေ့လျှင် P သို့ရောက်၏။

4 ကို အမှတ် P ၏ x ကိုဩဒိနိတ် (သို့မဟုတ်) အက်ဗစစွာ (abscissa) ဟု ခေါ်သည်။ 3 ကို အမှတ် P ၏ y ကိုဩဒိနိတ် (သို့မဟုတ်) ဩဒိနိတ် (ordinate) ဟု ခေါ်သည်။

ထို့ကြောင့် အမှတ် P မှ x ဝင်ရိုးပေါ်သို့ဆွဲသော မျဉ်းမတ်၏ အခြေမှတ်ကို ကိုယ်စားပြုသော ကိန်းသည် x ကိုဩဒိနိတ်ဖြစ်၏။ အမှတ် P မှ y ဝင်ရိုးပေါ်သို့ဆွဲသော မျဉ်းမတ်၏ အခြေအမှတ်ကို ကိုယ်စားပြုသောကိန်းသည် y ကိုဩဒိနိတ်ဖြစ်၏။ ထိုကိန်းနှစ်ခုကို အမှတ် P ၏ ထောင့်မှန် ကိုဩဒိနိတ်များ အတိုအားဖြင့် ကိုဩဒိနိတ်များ ဟုခေါ်သည်။

အမှတ်တစ်ခု၏ ကိုဩဒိနိတ်များကိုဖော်ပြရန် x ကိုဩဒိနိတ်ကို ပထမရေးပြီးမှ၊ y ကိုဩဒိနိတ် ကိုရေးရမည်။ ပုံစံအားဖြင့် (x ကိုဩဒိနိတ်၊ y ကိုဩဒိနိတ်) ဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် အမှတ် P ၏ ကိုဩဒိနိတ်များရေးလျှင် P (4,3) ဟု ရေးမည်။



အမှတ် A သည် ပထမလေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင် ရှိသည်။ အမှတ် A ၏ x ကိုဩဒိနိတ်နှင့် y ကိုဩဒိနိတ် နှစ်ခုစလုံးသည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သည်။

ထို့အတူ ပထမလေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင် အမှတ်တစ်ခုအတွက် x ကိုဩဒိနိတ်နှင့် y ကိုဩဒိနိတ် နှစ်ခုစလုံးသည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်မည်။

အမှတ် B သည် ဒုတိယ လေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင် ရှိသည်။ အမှတ် B ၏ x ကိုဩဒိနိတ်သည် အနုတ်ကိန်း၊ y ကိုဩဒိနိတ်သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သည်။

ထို့အတူ ဒုတိယလေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင်ရှိသော အမှတ်တစ်ခုအတွက် x ကိုဩဒိနိတ်သည် အနုတ်ကိန်း၊ y ကိုဩဒိနိတ်သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သည်။

အမှတ် C သည် တတိယလေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင်ရှိသည်။ အမှတ် C ၏ x ကိုဩဒိနိတ်နှင့် y ကိုဩဒိနိတ်နှစ်ခုစလုံးသည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်၏။

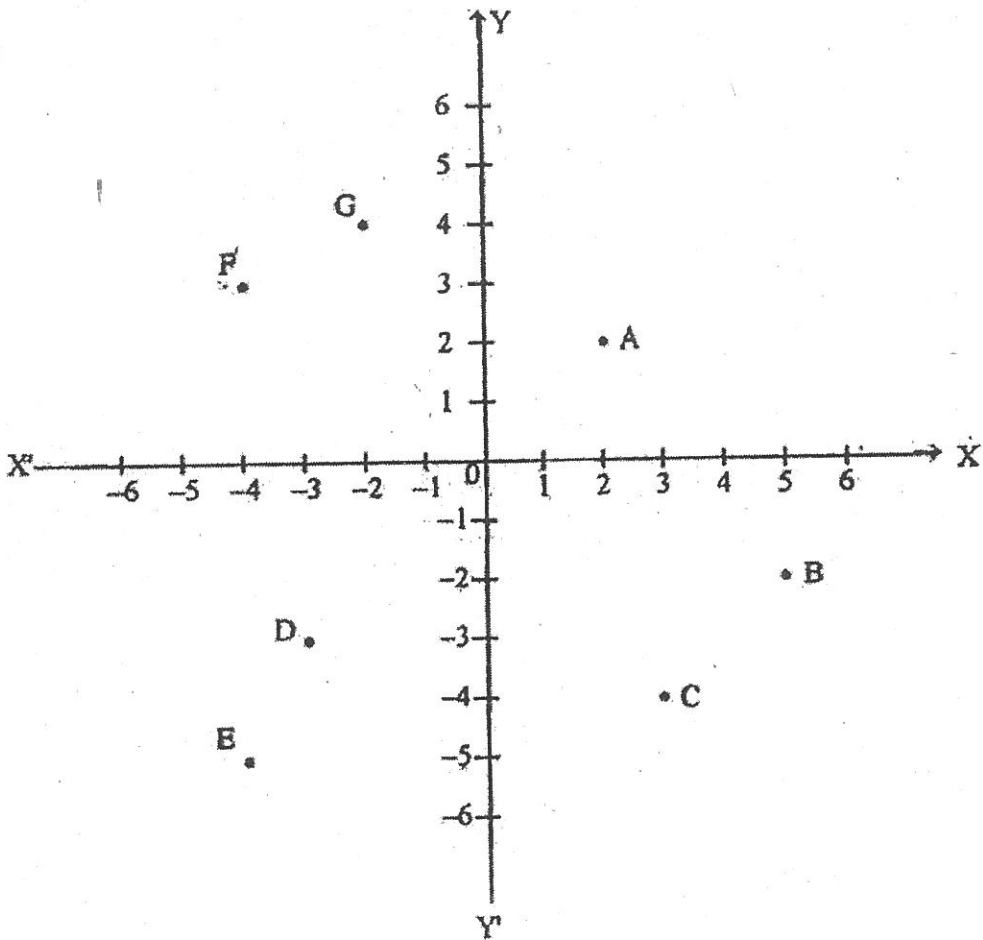
ထို့အတူ တတိယလေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင်ရှိသော အမှတ်တစ်ခုအတွက် x ကိုဩဒိနိတ်နှင့် y ကိုဩဒိနိတ်နှစ်ခုစလုံးသည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်၏။

အမှတ် D သည် စတုတ္ထလေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင်ရှိသည်။ အမှတ် D ၏ x ကိုဩဒိနိတ်သည် အပေါင်းကိန်း၊ y ကိုဩဒိနိတ်သည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်၏။

ထို့အတူ စတုတ္ထလေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင်ရှိသော အမှတ်တစ်ခုတည်းအတွက် x ကိုဩဒိနိတ်သည် အပေါင်းကိန်း၊ y ကိုဩဒိနိတ်သည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်၏။

မူလမှတ်၏ x ကိုဩဒိနိတ်နှင့် y ကိုဩဒိနိတ်နှစ်ခုစလုံးသည် သုညဖြစ်ကြ၏။ ထို့ကြောင့် မူလမှတ်ကို $O(0,0)$ ဟုရေးသည်။

ဥပမာ (1) အောက်ပါပုံတွင် ဖော်ပြထားသော အမှတ်များ A, B, C, D, E, F, G တို့၏ ကိုဩဒိနိတ်များကိုရှာပါ။

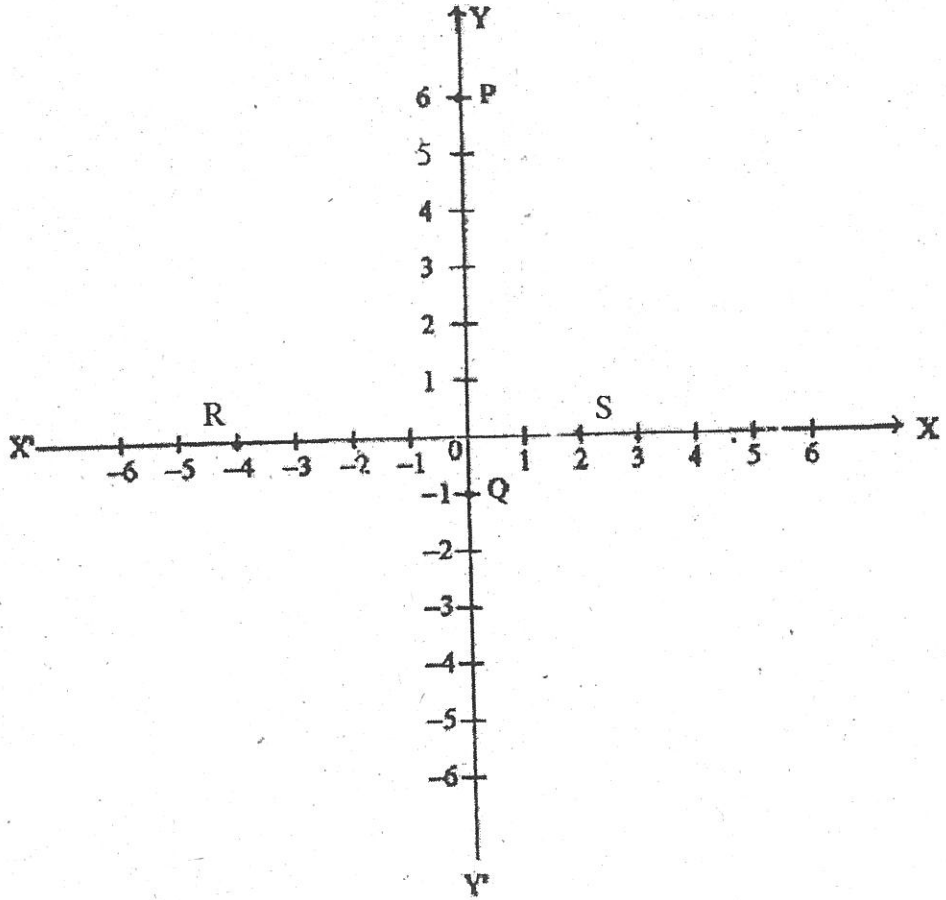


ပုံ (12.6)

ပေးထားသောအမှတ်အသီးသီး၏ ကိုဩဒိနိတ်များမှာ ပုံအရ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်ပါသည်။

- | | | |
|------------|------------|-----------|
| A (2, 2) | B (5, -2) | C (3, -4) |
| D (-3, -3) | E (-4, -5) | F (-4, 3) |
| G (-2, 4) | | |

ဥပမာ (2) အောက်ပါပုံတွင် ဖော်ပြထားသော အမှတ်များ P, Q, R, S တို့၏ ကိုဩဒိနိတ်များကို ရှာပါ။



ပုံ (12.7)

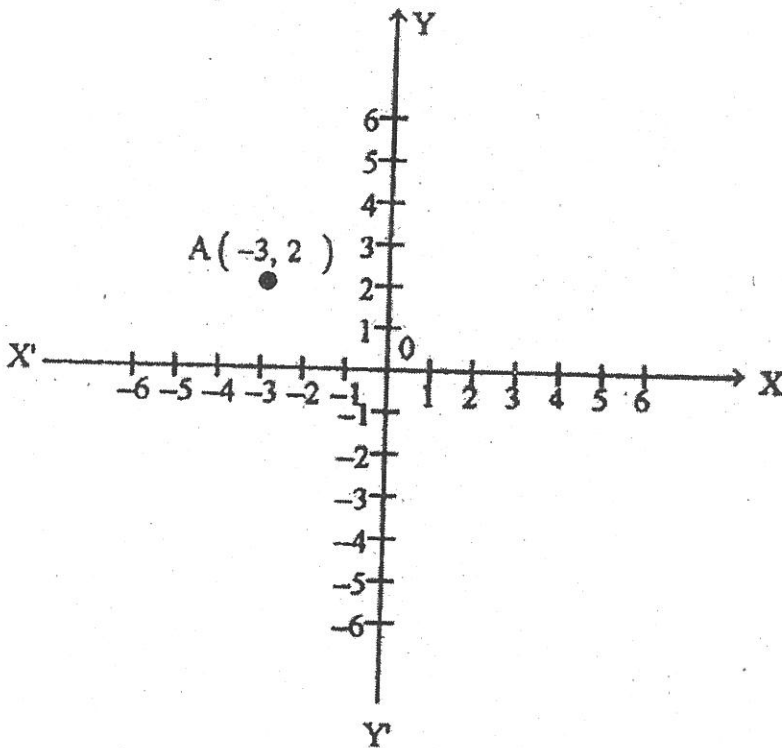
ပေးထားသော အမှတ်အသီးသီး၏ ကိုဩဒိနိတ်များမှာ ပုံအရ အောက်ပါအတိုင်း ဖြစ်ပါသည်။
 P (0, 6), Q (0, -1), R (-4, 0), S (2, 0)

12.3 အမှတ်များနေရာချခြင်း

အမှတ်တစ်ခု၏ ကိုဩဒိနိတ်များကို ပေးထားလျက် အမှတ်ကို နေရာချပေးရန်၊ တစ်နည်းအားဖြင့် ပြင်ညီပေါ်တွင် အမှတ်၏ တည်နေရာကို ဖော်ပြပေးရန် လိုပေသည်။

ကိုဩဒိနိတ်ဝင်ရိုးနှစ်ခုကိုဆွဲပြီး ဥပမာအားဖြင့် A (-3, 2) အမှတ်ကို နေရာချမည်ဆိုပါစို့။ အမှတ် A သည် ကိုဩဒိနိတ်ဝင်ရိုးများ၏ မည်သည့်လေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင် ရှိမည်ကို ဦးစွာမှန်းဆမည်။ A ၏ x ကိုဩဒိနိတ်သည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်၍ y ကိုဩဒိနိတ်သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သောကြောင့် A သည် ဒုတိယလေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင် ရှိရမည်။ ထို့နောက်မူလမှတ် O မှအစပြုပြီး x ဝင်ရိုးတစ်လျှောက် O ၏ ဝဲဘက်သို့ 3 ယူနစ်ရွေ့မည်။ ထိုအခါ အမှတ် (-3, 0) သို့ရောက်မည်။ ထိုအမှတ်မှတစ်ဆင့် အပေါ်ဘက်သို့ y ဝင်ရိုးနှင့်အပြိုင် ဦးလှည့်ဘက်အတိုင်း 2 ယူနစ်ရွေ့မည်။ ယခုရောက်ရှိနေသော အမှတ်သည် A (-3, 2) ဖြစ်မည်။

ပုံ (12.8) တွင် ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်းဖြစ်သည်။

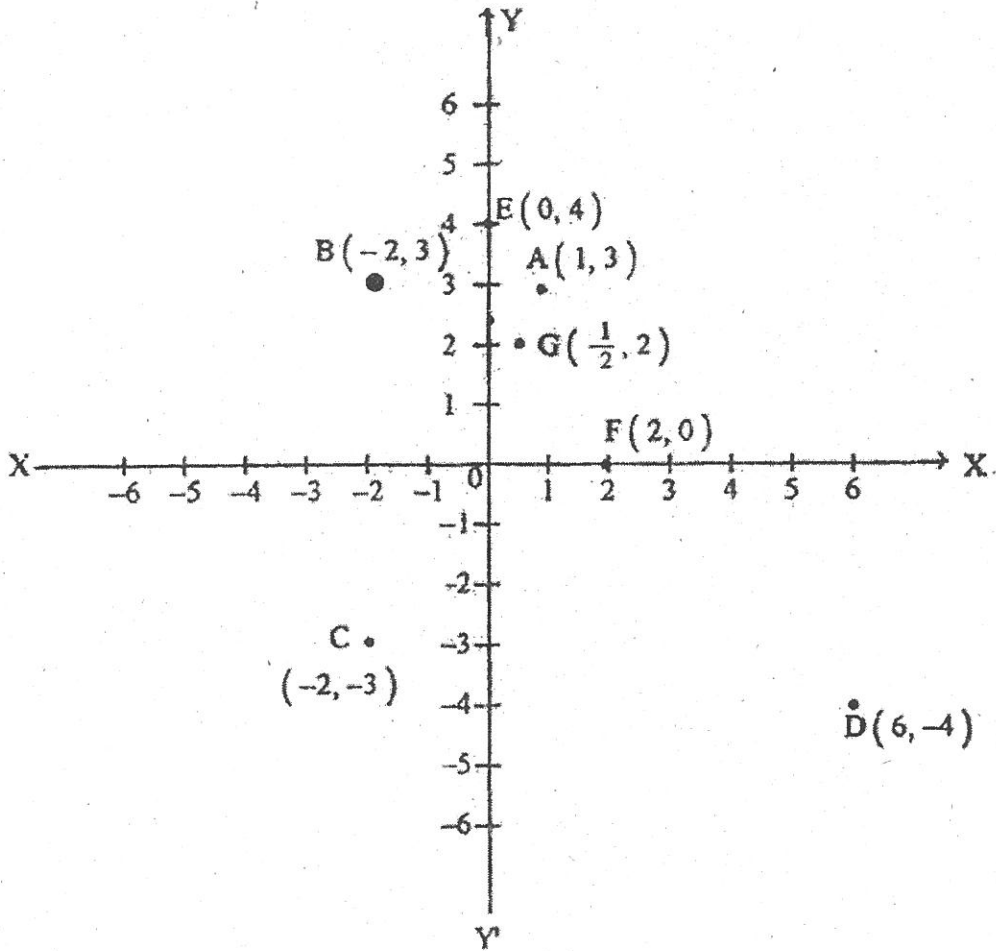


ပုံ (12.8)

ဥပမာ (3) အောက်ပါအမှတ်များကို နေရာချပေးပါ။

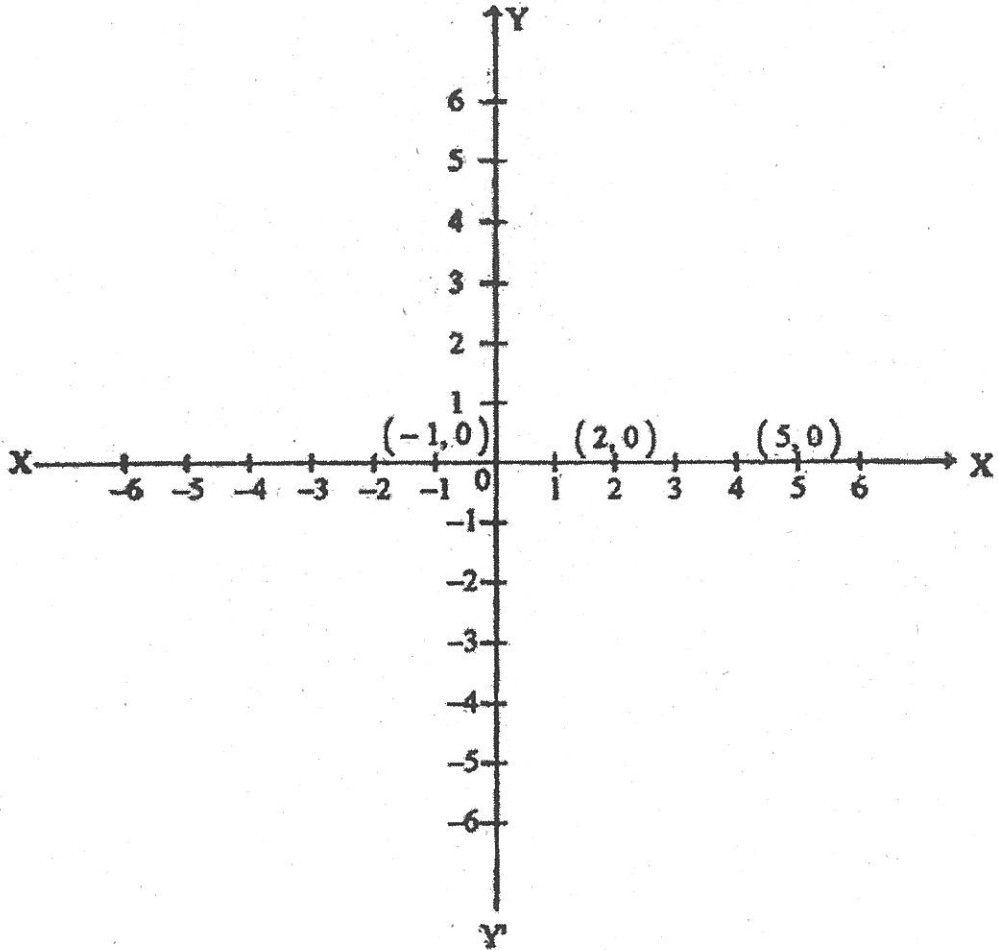
A (1, 3), B (-2, 3), C (-2, -3)

D (6, -4), E (0, 4), F (2, 0), G ($\frac{1}{2}$, 2)



ခ (12.9)

ဥပမာ (4) အမှတ်များ $(-1, 0)$, $(2, 0)$, $(5, 0)$ တို့ကို နေရာချပေးပါ။
 ထိုနောက် ဆွဲထားသောပုံမှ လေ့လာတွေ့ရှိချက်ကို ဖော်ပြပါ။



ပုံ (12.10)

အမှတ် $(3, 2)$, $(3, 0)$, $(3, -1)$ တို့၏ x ကိုဩဒိနိတ်သည် 3 ဖြစ်၏။ ထို့ကြောင့် တူညီသော x ကိုဩဒိနိတ်ရှိ၏။ သို့ဖြစ်၍ အမှတ်သုံးခုသည် မျဉ်းတစ်ဖြောင့်တည်းကျနေပြီး ထိုမျဉ်းဖြောင့်သည် y ဝင်ရိုးနှင့်ပြိုင်သော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်း ဖြစ်နေသည်ကို တွေ့ရသည်။

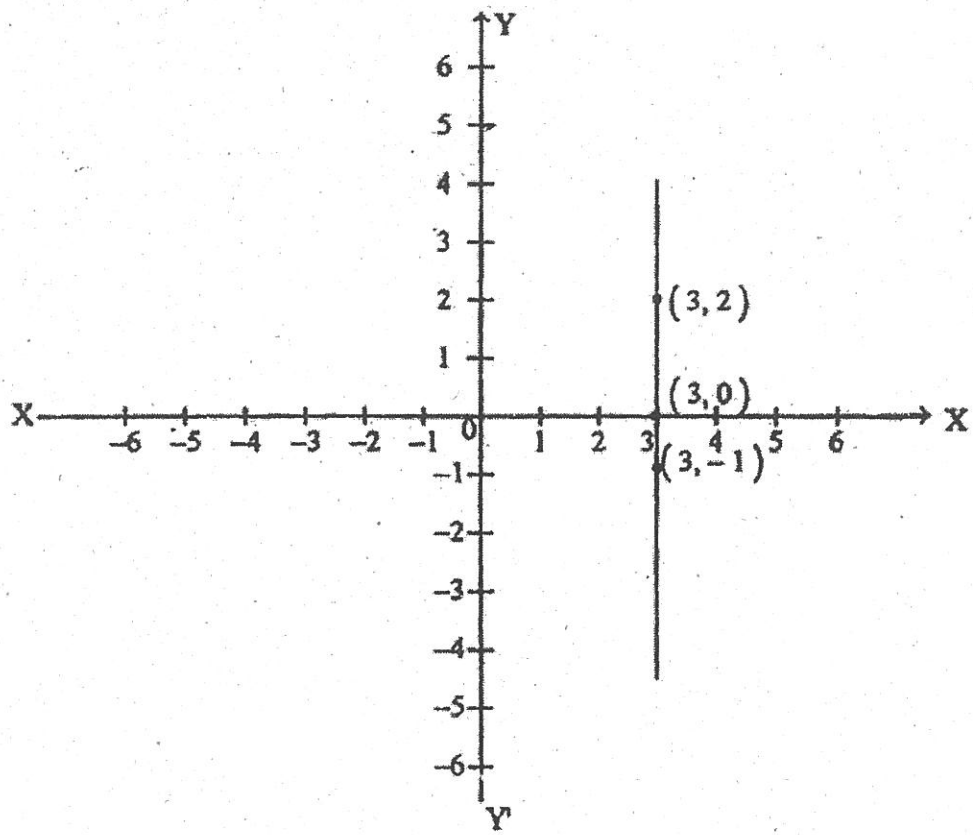
ပေးထားသော အမှတ်သုံးခုလုံး၏ y ကိုဩဒိနိတ်များသည် သုညဖြစ်သဖြင့် နေရာချသော အခါ အမှတ်သုံးခုလုံး x ဝင်ရိုးပေါ်တွင်ရှိနေကြသည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် အမှတ်သုံးခုလုံး x ဝင်ရိုး တစ်လျှောက် မျဉ်းတစ်ဖြောင့်တည်း ကျနေကြသည်။

ဆက်လက်ဆင်ခြင်ခြင်းအားဖြင့် အမှတ်များ၏ y ကိုဩဒိနိတ်များ တူညီနေကြလျှင်ထိုအမှတ် များသည် x ဝင်ရိုးနှင့်ပြိုင်သော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းပေါ်၌ ရှိနေကြမည်ဖြစ်သည်။

ထိုနည်းတူ အမှတ်များ၏ x ကိုဩဒိနိတ်များ တူညီနေကြလျှင် ထိုအမှတ်များသည် y ဝင်ရိုး နှင့်ပြိုင်သော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းပေါ်၌ ရှိနေကြမည်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (5) အမှတ်များ $(3, 2)$, $(3, 0)$, $(3, -1)$ တို့ကို နေရာချပေးပါ။

ထို့နောက် ထိုအမှတ်သုံးခုကို ဆက်ပေးခြင်းဖြင့် ရလာသောပုံမှ လေ့လာတွေ့ရှိချက်ကို ဖော်ပြပါ။



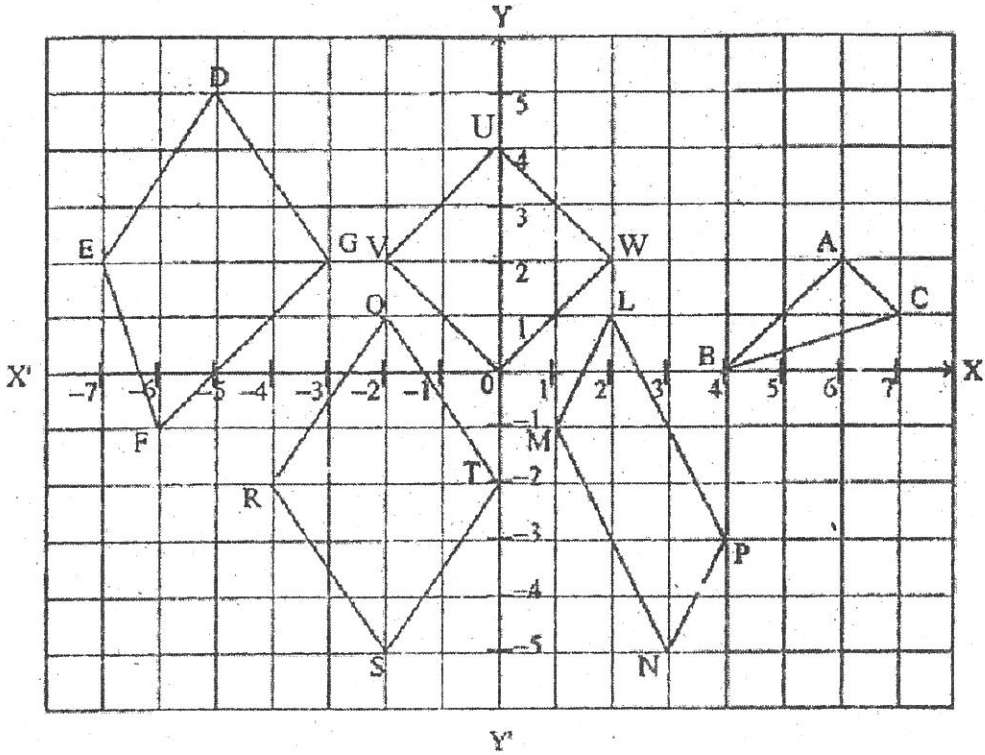
ပုံ (12.11)

လေ့ကျင့်ခန်း (12.1)

1. အောက်ပါပေးထားသော အမှတ်အသီးသီး တည်ရှိနေမည့် လေးပိုင်းစိတ်ကို ဖော်ပြပေးပါ။

$A(-3, 2)$, $B(\frac{1}{2}, -6)$, $C(-1, -1)$, $D(7, -3)$, $E(5, 5)$

2. အောက်တွင်ပြထားသော ရုပ်ပုံများ၏ ထောင့်စွန်းမှတ် ကိုဩဒိနိတ်များ အသီးသီးကို ရေးပေးပါ။



ခုံ (12.12)

3. အောက်ပါအမှတ်များကို နေရာချပေးပါ။

$(0, 0)$, $(0, -3)$, $(\frac{1}{5}, \frac{1}{4})$, $(-6, -1)$, $(2, -2)$, $(-2, 2)$, $(-2, -2)$, $(-1, 0)$

4. ပြင်ညီပေါ်တွင် $(2, 1)$ နှင့် $(1, 2)$ တို့သည် အမှတ်တစ်ခုတည်းကို ကိုယ်စားပြုပါသလား။

5. $x \neq y$ ဖြစ်လျှင် ပြင်ညီပေါ်တွင် (x, y) နှင့် (y, x) တို့သည် အမှတ်တစ်ခုတည်းကို ကိုယ်စားပြု မပြု ဖြေပါ။
6. အောက်ပါအမှတ်များကို ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတစ်ခုတည်းပေါ်တွင် နေရာချပေးပါ။
 $P(6, -4), Q(6, 4), R(-6, 4), S(-6, -4)$
 ထို့နောက် P နှင့် Q၊ Q နှင့် R၊ R နှင့် S၊ S နှင့် P တို့ကို ဆက်ပါ။ ရရှိသောပုံသည် မည်သည့်ပုံမျိုးဖြစ်သနည်း။
7. $P(5, 4), Q(-3, 6)$ နှင့် $R(4, -6)$ တို့ကို နေရာချပေးပါ။
 PQ, QR နှင့် RP တို့ကို ဆက်ပေးခြင်းဖြင့် P, Q, R တို့သည် မျဉ်းတစ်ဖြောင့်တည်းကျ၊ မကျ ဆုံးဖြတ်ပေးပါ။ တစ်ဖြောင့်တည်းမကျလျှင် ရရှိလာသောပုံသည် မည်သည့်ပုံမျိုးဖြစ်သနည်း။
8. ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်တွင် အက်ဗစစွာ 2 ရှိသော အမှတ် 5 ခုကို နေရာချပေးပါ။
9. ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်တွင် အက်ဗစစွာသည် ဩဒိနိတ်၏ တစ်ဝက်ရှိသော အမှတ်သုံးခုကို နေရာချပေးပါ။ အမှတ်တစ်စုံစီကို အသီးသီးဆက်ပေးပါ။ ထိုအမှတ်သုံးခုသည် မူလမှတ်ကို ဖြတ်သွားသော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းပေါ်တွင် တည်ရှိနိုင်ပါသလား။
10. ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်တွင် ဩဒိနိတ်သည် အက်ဗစစွာထက် တစ်ယူနစ်လျော့သော အမှတ်နှစ်ခုကို နေရာချပေးပါ။ ထိုအမှတ်နှစ်ခုကို ဆက်သောမျဉ်းသည် မူလမှတ်ကို ဖြတ်သွားနိုင်ပါသလား။
11. အမှတ်များ $(-3, 0), (4, 0), (5, 0)$ တို့ကို နေရာချပေးပါ။ ထို့နောက် ဆွဲထားသောပုံမှ လေ့လာတွေ့ရှိချက်ကို ဖော်ပြပါ။
12. အမှတ်များ $(0, 2), (0, 5), (0, -2)$ တို့ကို နေရာချပါ။ ထို့နောက် ဆွဲထားသောပုံမှ လေ့လာတွေ့ရှိချက်ကို ဖော်ပြပါ။
13. အမှတ်များ $(-2, -3), (0, -3), (2, -3)$ တို့ကို နေရာချပေးပါ။ ထို့နောက် ထိုအမှတ်သုံးခုကို ဆက်ပေးခြင်းဖြင့် ရလာသောပုံမှ လေ့လာတွေ့ရှိချက်ကို ဖော်ပြပါ။ ထိုပုံပေါ်ရှိ အမှတ်အားလုံး၏ y ကိုဩဒိနိတ်များကို ဖော်ပြပါ။
14. အမှတ်များ $(2, 1), (2, 2), (2, -4)$ တို့ကို နေရာချပေးပါ။ ထို့နောက် အမှတ်သုံးခုကို ဆက်ပေးခြင်းဖြင့်ရလာသောပုံမှလေ့လာတွေ့ရှိချက်ကိုဖော်ပြပါ။ထိုပုံပေါ်ရှိအမှတ်အားလုံး၏ xကိုဩဒိနိတ်များကို ဖော်ပြပါ။

15. အောက်ပါဖော်ပြချက်များသည် မှန်သည် (သို့မဟုတ်) မှားသည် ဖြေပါ။

- (a) ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်စနစ် x ဝင်ရိုးနှင့် y ဝင်ရိုးတို့သည် အချင်းချင်းထောင့်မှန်ကျနေသည်။
- (b) ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတွင် ပေးထားသော အမှတ်တစ်ခုမှ x ဝင်ရိုးပေါ်တွင် ဆွဲသောမျဉ်းမတ်၏ အခြေမှတ်ကို ကိုယ်စားပြုသော ကိန်းသည် ပေးထားသော အမှတ်၏ x ကိုဩဒိနိတ် ဖြစ်သည်။
- (c) ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတွင် ပေးထားသော အမှတ်တစ်ခုမှ y ဝင်ရိုးပေါ်သို့ ဆွဲသောမျဉ်းမတ်၏ အခြေမှတ်ကို ကိုယ်စားပြုသော ကိန်းသည် ပေးထားသော အမှတ်၏ y ကိုဩဒိနိတ်ဖြစ်သည်။
- (d) အမှတ်တစ်ခု၏ အင်္ဂါစဉ်နှင့် ကိုဩဒိနိတ်နှစ်ခုလုံးသည် အနုတ်ကိန်းများဖြစ်ကြလျှင် အမှတ်သည် ပထမလေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင် ရှိသည်။
- (e) အမှတ်တစ်ခု၏ အင်္ဂါစဉ်သည် သုညဖြစ်လျှင် အမှတ်သည် y ဝင်ရိုးပေါ်တွင်ရှိသည်။
- (f) အမှတ်တစ်ခု၏ ဩဒိနိတ်သည် သုညဖြစ်လျှင် အမှတ်သည် x ဝင်ရိုးပေါ်တွင်ရှိသည်။

အခန်း (13)

စာရင်းအင်းသင်္ချာ (3)

ပဉ္စမတန်းနှင့် ဆဋ္ဌမတန်းစာရင်းအင်းသင်္ချာတို့တွင် အချက်အလက်ကိန်းဂဏန်းများကို ပုံများ အသုံးပြု၍ လွယ်ကူစွာ ဖော်ပြနိုင်ကြောင်း တင်ပြခဲ့ပါသည်။ ဤကဲ့သို့ အချက်အလက် ကိန်းဂဏန်း များကို ကိုယ်စားပြုဖော်ပြထားသည့် ရုပ်ပုံများ၊ ဘားချပ်များ၊ စက်ဝိုင်းကားချပ်များနှင့် မျဉ်းဂရပ်များ တို့မှ လိုအပ်သော အဓိပ္ပာယ်များ ကောက်ယူနိုင်ပုံများကိုလည်း တွေ့ရှိခဲ့ကြပေမည်။

ယခုသင်ခန်းစာတွင် အချက်အလက် ကိန်းဂဏန်းများကို ထင်ရှားစွာမြင်နိုင်ရန် ဖော်ပြရာ တွင် အသုံးပြုသော ထပ်ကြိမ်ပြဇယားများနှင့် ဟစ္စတိုဂရမ်များကို လေ့လာသွားပါမည်။

13.1 ထပ်ကြိမ်ပြဇယား (Frequency table)

စာရင်းအင်းဆိုင်ရာ အချက်အလက်များအား ထပ်ကြိမ်ပြဇယားအသုံးပြု၍ ဖော်ပြခြင်းကို အောက်ပါဥပမာများဖြင့် ရှင်းလင်းသွားပါမည်။

ဥပမာ (1) ပြိုင်ပွဲဝင် စုစုပေါင်း 39 ယောက် ပါဝင်ယှဉ်ပြိုင်သော စာစီစာကုံးပြိုင်ပွဲတစ်ခု၌ ရရှိသည့် အမှတ်များကို အောက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြထားသည်။

7	6	4	6	8	3	5	5	6	1	4	4	7
7	5	9	5	4	6	3	6	2	4	5	3	5
6	5	6	4	5	5	6	3	4	5	8	7	7

ဤတွင် 8 မှတ်နှစ်ကြိမ်၊ 7 မှတ် ငါးကြိမ်၊ 6 မှတ် ရှစ်ကြိမ် စသည်ဖြင့် ပါဝင်သည်ကို သတိပြုမိနိုင်၏။

အထက်ပါအချက်အလက်များကို ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခုဖြင့် ဖော်ပြနိုင်ရန်အတွက်

- (a) ပြိုင်ပွဲတွင်ရရှိသော အမှတ်များကို အနည်းဆုံးဖြစ်သော (1) မှစ၍ အများဆုံးဖြစ်သော (9) အထိ ငယ်စဉ်ကြီးလိုက် စီစဉ်ပြီး ဇယား၏ ပထမအတိုင်တွင် ရေးသွင်းပါ။
- (b) အမှတ်တစ်ခုသည် တစ်ကြိမ်ပါဝင်လာတိုင်း တုတ်တိုအမှတ်အသား သို့မဟုတ် တာလီ တစ်ခုဖြင့် မှတ်သားပါ။ ဥပမာ 8 မှတ်သည် နှစ်ကြိမ်ပါဝင်သဖြင့် တာလီနှစ်ခု သို့မဟုတ် တုတ်တိုအမှတ်အသားနှစ်ခု (//) ဖြင့် ဖော်ပြပြီး ဇယား၏ ဒုတိယအတိုင်တွင် ရေးသွင်းပါ။

လက်တွေ့ရေတွက်ရာတွင် လွယ်ကူစေရန် တာလီငါးခုပြည့်သောအခါတိုင် ~~///~~ မှတ်သား၏။

ဥပမာ အထက်ပါ ပေးထားချက်တွင် 4 သည် 7 ကြိမ်ပါဝင်သဖြင့် ~~////~~ ရေတွက်မည့်အစား ~~///~~ // ဟု ရေတွက်၏။

- (c) အဆင့်မှတ်တစ်ခုစီအတွက် ရရှိသည့် တာလီသို့မဟုတ် တုတ်တိုအမှတ်အသား အရေ အတွက်သည် အထပ်ထပ်ဖြစ်ပေါ်သည့် အကြိမ်ပေါင်းကို ဖော်ပြသဖြင့် အတိုကောက် အားဖြင့် ထပ်ကြိမ်ဟုခေါ်သည်။ အဆင့်မှတ်၏ ထပ်ကြိမ်ကို ထပ်ကြိမ်ခေါင်းစည်းရှိ

သော အတိုင်တွင် သက်ဆိုင်ရာနေရာ၌ ရေးသားဖော်ပြရမည်။ ထိုအခါ အောက်ပါ အတိုင်း ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခုရရှိ၏။

ထပ်ကြိမ်ပြဇယား

ရမှတ်	တာလီ	ထပ်ကြိမ်
1	/	1
2	/	1
3	////	4
4	//// //	7
5	//// ////	10
6	//// ///	8
7	////	5
8	//	2
9	/	1
	စုစုပေါင်း	39

အထက်ပါ ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတွင် ယုတ်တိုအမှတ်အသားများသည် ရရှိသည့်အဆင့် အမှတ်များ ပြန့်ကျဲနေပုံကို အကြမ်းအားဖြင့် ဖော်ပြသည်။ အဆင့်အမှတ်များ ပြန့်ကျဲနေပုံကို အဆင့်အမှတ်များ၏ ဖြန့်ချိတိုက်ရိုက်လည်းခေါ်၏။

ပြိုင်ပွဲဝင်အများစု ရရှိကြသည့် ရမှတ်ကို ဖြန့်ချိတိုက်ရိုက်ကြိမ်များကိန်းဟု ခေါ်သည်။ အထက်ပါ ဥပမာများတွင် ကြိမ်များကိန်းသည် 5 ဖြစ်၏။

ဥပမာ (2) အများဆုံး 10 မှတ်ပေးသော အစမ်းစာမေးပွဲ တစ်ခု၌ ဖြေဆိုကြသော ကျောင်းသား

(30) တို့၏ ရမှတ်များမှာ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်၏။

6 5 3 7 4 8 6 6 9 7

5 6 9 3 6 10 5 9 6 5

7 6 5 6 5 8 7 6 5 7

ဤရမှတ်များကို ထပ်ကြိမ်ပြဇယားဖြင့် ဖော်ပြရန်အတွက် ရှေးဦးစွာ အနိမ့်ဆုံးအမှတ်ဖြစ်သော 2 မှစ၍ အမြင့်ဆုံးအမှတ်ဖြစ်သော 10 အထိ ငယ်စဉ်ကြီးလိုက် စီစဉ်ပြီး ဇယား၏ ပထမအတိုင်တွင်ရေးပါ။ ထို့နောက် သက်ဆိုင်ရာ အဆင့်အမှတ်များအတွက် တာလီအမှတ်အသားပြုပြီး ဒုတိယအတိုင်တွင် ရေးပါ။

တစ်ဖန် သက်ဆိုင်ရာတာဝန်အရေအတွက်များကို ထပ်ကြိမ်ဟူသော အတိုင်တွင်ရေးသွင်းပါ။
အောက်ပါထပ်ကြိမ်ပြဇယားကို ရ၏။

ထပ်ကြိမ်ပြဇယား

ရမှတ်	တာဝန်	ထပ်ကြိမ်
2	/	1
3	//	2
4	/	1
5	///	7
6	////	9
7	////	4
8	//	2
9	///	3
10	/	1
	စုစုပေါင်း	30

ဥပမာ (3) တစ်ခါတစ်ရံတွင် အချက်အလက်များကို တန်းတူညီတူထားနိုင်သော အုပ်စုလိုက်စုစည်း၍ တန်းတူကြားပိုင်းများအဖြစ် သတ်မှတ်ပြီး ထပ်ကြိမ်ပြဇယားဖြင့် ဖော်ပြနိုင်၏။

အောက်တွင်ဖော်ပြထားသည်တို့မှာ စာမေးပွဲတစ်ခု၌ ကျောင်းသားများရရှိသည့် ရမှတ်များကို လေ့လာကြည့်ကြပါစို့။

42 73 54 58 85 52 48 54 60 54
58 48 70 52 53 53 53 55 25 55
60 55 50 53 75 58 52 68 65 68
58 57 82 30 55 49 57 28 72 28

ရမှတ်များကို အနည်းဆုံးဖြစ်သော 25 မှစ၍ အများဆုံးဖြစ်သော 85 ထိ ပါဝင်အောင် အုပ်စုများဖွဲ့ပါ။ ဥပမာ 25 မှ 29 ထိ ပါဝင်သော အုပ်စုတစ်ခု၊ 30 မှ 34 အထိ ပါဝင်သော အခြားအုပ်စုတစ်ခုစသည်ဖြင့် 85 မှ 89 ထိ ပါဝင်သော အုပ်စုတိုင်အောင် ဆက်တိုက်ဖွဲ့စည်းသွားသည်ဆိုပါစို့။ ထိုအခါ 25 မှ 29 ထိ ပါဝင်သော အုပ်စုကို သင်္ကေတအားဖြင့် 25 - 29 ဟု ရေးသားပြီး

တန်းတူကြားပိုင်းဟုခေါ်၏။ ယေဘုယျအားဖြင့် တန်းတူကြားပိုင်း 25 - 29 တွင် 24.5 မှစပြီး 29.5 ထိ အကျုံးဝင်သည်ဟု သတ်မှတ်ကြပြီး ၎င်းတို့နှစ်ခု၏ ခြားနားချက် $29.5 - 24.5 = 5$ ကို တန်းတူကြားပိုင်း၏ အကျယ်အဝန်းဟု သတ်မှတ်၏။ ထို့အတူ တန်းတူကြားပိုင်း 30 - 34 တွင် အကျယ်အဝန်းသည်လည်း 5 ပင်ဖြစ်ပေသည်။ ဤကဲ့သို့ပင် အခြားတန်းတူကြားပိုင်းများကိုလည်း သင်္ကေတဖြင့်ရေးပြီး ထပ်ကြိမ်ပြဇယားကို အောက်ပါအတိုင်းတည်ဆောင်နိုင်၏။

ရှေးဦးစွာ ကျောင်းသားများ၏ ရမှတ်များကို ငယ်စဉ်ကြီးလိုက်စီစဉ်ပါ။ ထိုအခါအောက်ပါအတိုင်းရရှိလာမည်။

25 28 28 30 42 48 48 49 50 52
 52 52 53 53 53 53 54 54 54 55
 55 55 55 57 57 58 58 58 58 60
 60 65 68 68 70 72 73 75 82 85

ထို့နောက် ထပ်ကြိမ်ပြဇယား ဝဲဘက်အစွန်ဆုံးအတိုင်တွင် တန်းတူကြားပိုင်းများကို ရေးချပါ။ ထို့နောက် အလယ်တိုင်တွင် အကျုံးဝင်သော ရမှတ်များကို ရေးချပါ။ တစ်ဖန် ထပ်ကြိမ်တူသော အတိုင်၌ တန်းတူကြားပိုင်းတွင်ပါဝင်သောအရေအတွက်ကိုရေးသွင်းဖော်ပြခြင်းဖြင့် ထပ်ကြိမ်ပြဇယား တစ်ခုကို ရရှိ၏။ အထက်ပါရှင်းလင်းချက် တစ်ခုစီကို အောက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြနိုင်၏။

ရမှတ်	တန်းတူကြားပိုင်းတွင်ပါဝင်သောရမှတ်များ	ထပ်ကြိမ်
25 - 29		
30 - 34		
35 - 39		
40 - 44		
45 - 49		
50 - 54		
55 - 59		
60 - 64		
65 - 69		
70 - 74		
75 - 79		
80 - 84		
85 - 89		

ရမှတ်	တန်းတူကြားပိုင်းတွင်ပါဝင်သောရမှတ်များ	ထပ်ကြိမ်
25 - 29	25, 28, 28	
30 - 34	30	
35 - 39		
40 - 44	42	
45 - 49	48, 48, 49	
50 - 54	50, 52, 52, 52, 53, 53, 53, 53, 54, 54, 54	
55 - 59	55, 55, 55, 55, 57, 57, 58, 58, 58, 58	
60 - 64	60, 60	
65 - 69	65, 68, 68	
70 - 74	70, 72, 73	
75 - 79	75	
80 - 84	82	
85 - 89	85	

အထက်ပါဇယားနှစ်ခုမှ ထပ်ကြိမ်ပြဇယားကို အောက်ပါအတိုင်း ရေးနိုင်၏။

ရမှတ်	တန်းတူကြားပိုင်းတွင်ပါဝင်သောရမှတ်များ	ထပ်ကြိမ်
25 - 29	///	3
30 - 34	/	1
35 - 39		0
40 - 44	/	1
45 - 49	///	3
50 - 54	//// // /	11
55 - 59	//// //	10
60 - 64	//	2
65 - 69	///	3
70 - 74	///	3
75 - 79	/	1
80 - 84	/	1
85 - 89	/	1
	စုစုပေါင်းထပ်ကြိမ်	40

အထက်ပါထပ်ကြိမ်ပြဇယားတွင် တန်းတူကြားပိုင်းများကို သတ်မှတ်အသုံးပြုထားသည့် အတွက် ကြိမ်များကိန်း၏နေရာ၌ ကြိမ်များကြားပိုင်းဟု သတ်မှတ်မည်။ “ကြိမ်များကြားပိုင်း ဆိုသည်မှာ ထပ်ကြိမ်အများဆုံးပါဝင်သော တန်းတူကြားပိုင်းတစ်ခု ဖြစ်သည်။”

အထက်ပါဇယားတွင် ကြိမ်များကြားပိုင်းမှာ ကြားပိုင်း 50 - 54 ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (4) 16 နှစ်ပြည့်ပြီးသူ 40 ၏ အသက်များကို စာရင်းပြုစုကြည့်ရာ အောက်ပါအတိုင်း တွေ့ရ၏။

- 18 20 33 14 23 34 16 16 22 19
- 34 34 36 43 17 19 16 28 16 27
- 24 31 37 42 16 18 39 19 21 21
- 19 22 25 27 43 25 38 17 20 18

တန်းတူကြားပိုင်းများကို 16 - 19, 20 - 23,, 40 - 43 စသည်ဖြင့် သတ်မှတ်၍ ထပ်ကြိမ် ပြဇယားတစ်ခု တည်ဆောက်ပါ။

ရှေးဦးစွာ ထပ်ကြိမ်ပြဇယား၏ ပထမအတိုင်တွင် သတ်မှတ်ထားသော တန်းတူကြားပိုင်းများ ကို 16 - 19 မှ အစပြု၍ 40 - 43 အထိ အစဉ်လိုက် ရေးသွင်းပါ။ တစ်ဖန် သက်ဆိုင်ရာကြားပိုင်းတွင် ပါဝင်သော ကိန်းလုံးအရေအတွက်တို့ကို တာလီများဖြင့် မှတ်သားပြီး ဇယား၏ ဒုတိယအတိုင်တွင် ရေးပါ။ ထို့နောက် ထပ်ကြိမ်ဟူသောအတိုင်တွင် သက်ဆိုင်ရာတာလီများ၏ အရေအတွက်များကို ရေးသွင်းပါက အောက်ပါအတိုင်း လူ 40 ၏ အသက်ကို ဖော်ပြသော ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခုရ၏။

လူ 40 ၏ အသက်များကို ဖော်ပြသော ထပ်ကြိမ်ပြဇယား

အသက်(နှစ်)	တာလီ	ထပ်ကြိမ်
16 - 19	/// // //	15
20 - 23	/// //	7
24 - 27	///	5
28 - 31	//	2
32 - 35	////	4
36 - 39	////	4
40 - 43	///	3
	စုစုပေါင်း	40

လေ့ကျင့်ခန်း (13.1)

1. တိုင်းဒေသကြီး/ပြည်နယ် ကျောင်းသားဘောလုံးပွဲစဉ်တစ်ခု၌ အသင်းလိုက် ရရှိထားသည့် ဂိုးအရေ အတွက်မှာ အောက်ပါအတိုင်း ဖြစ်သည်။

ကချင်ပြည်နယ်	1	မကွေးတိုင်းဒေသကြီး	2
ကယားပြည်နယ်	1	မန္တလေးတိုင်းဒေသကြီး	1
ကရင်ပြည်နယ်	3	မွန်ပြည်နယ်	0
ချင်းပြည်နယ်	2	ရခိုင်ပြည်နယ်	2
စစ်ကိုင်းတိုင်းဒေသကြီး	1	ရန်ကုန်တိုင်းဒေသကြီး	3
တနင်္သာရီတိုင်းဒေသကြီး	1	ရှမ်းပြည်နယ်	4
ပဲခူးတိုင်းဒေသကြီး	2	ဧရာဝတီတိုင်းဒေသကြီး	0

ဘောလုံးအသင်းများ ရရှိထားသည့် ဂိုးအရေအတွက်အရ ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတည်ဆောက်ပါ။ ရရှိသည့် ဂိုးအရေအတွက်၏ ကြိမ်များကိန်းကို ရှာပါ။

မူလတန်းကျောင်း လေးကျောင်းရှိ တန်းခွဲများတွင်ရှိသော ကျောင်းသားဦးရေကို အောက်တွင် ဖော်ပြထားပါသည်။

35 38 40 29 30 34 42 37 35 36 31 37
28 30 36 34 38 39 30 36 39 37 30 38
38 39 37 35 33 31 30 34 37 40 38 37
28 31 22 37 33 38 37 38 39 38 37 30

ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခု တည်ဆောက်ပါ။ ကြိမ်များကိန်းကို ရှာပါ။

ဂေါက်သီးပြိုင်ပွဲတစ်ခုတွင် နောက်ဆုံးအဆင့်၌ ယှဉ်ပြိုင်သူများရရှိသည့် အမှတ်များကို ဖော်ပြထားသည်။

66 70 69 68 70 72 69 71 74
66 63 69 69 73 73 73 69 72
69 66 67 67 70 71 69 74 80

အထက်ပါအမှတ်များကို ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခုဖြင့် ဖော်ပြပါ။ ရမှတ်ဆိုင်ရာ ကြိမ်များကိန်းကို ရှာပါ။

သင်၏အတန်းမှ မွေးလတူသော ကျောင်းသားဦးရေကို လအလိုက် ဖော်ပြသော ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခုကို တည်ဆောက်ပါ။

သင်္ချာဘာသာစာမေးပွဲတစ်ခုတွင် ရရှိသည့် အောက်ပါရမှတ်များကို အသုံးပြု၍ 40 မှ စပြီး 5 ကို တန်းတူကြားပိုင်း အကျယ်အဝန်းအဖြစ်ယူလျက် ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခုတည်ဆောက်ပါ။

44 54 85 92 73 57 99 91 96 74 75 70
83 49 57 52 64 67 73 82 90 70 89 91
52 64 73 82 59 50 65 79 82 89 53 52

ပုစ္ဆာနံပါတ် 2 တွင်ပေးထားသော အချက်အလက်များကိုအသုံးပြု၍ 28 မှစပြီး 3 ကို တန်းတူကြားပိုင်း အကျယ်အဝန်းအဖြစ်ယူ၍ ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခု တည်ဆောက်ပါ။ ကြိမ်များကြားပိုင်းသည် မည်သည့်ကြားပိုင်း ဖြစ်သနည်း။

ပုစ္ဆာနံပါတ် 3 တွင် ပေးထားသော အချက်အလက်များကို အသုံးပြု၍ 63 မှစပြီး 2 ကို တန်းတူကြားပိုင်း အကျယ်အဝန်းအဖြစ်ယူပြီး ရမှတ်များကို အုပ်စုဖွဲ့၍ ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခု တည်ဆောက်ပါ။ ကြိမ်များကြားပိုင်းသည် မည်သည့်ကြားပိုင်း ဖြစ်သနည်း။

ဥပမာ (3) တွင် ပေးထားသော ကျောင်းသား 40 ၏ စာမေးပွဲရမှတ်များအတွက် တန်းတူကြားပိုင်းအကျယ်အဝန်း 1, 3, 10 နှင့် 20 တို့ကို အသုံးပြု၍ ထပ်ကြိမ်ပြဇယားများ တည်ဆောက်ပါ။

9. နိုင်ငံတစ်နိုင်ငံ၌ 1971 ခုနှစ်၊ ဒီဇင်ဘာလ 31 ရက်နေ့ ညဉ့်သန်းခေါင်တွင် ရောက်ခဲ့သည့် အပူချိန်ကို စင်တီဂရိတ်ဖြင့် အောက်တွင်ဖော်ပြထားသည်။

15 23 23 14 22 20 20 13 23 8 18 24
 15 18 16 21 16 14 16 15 10 23 13 22
 12 16 22 13 24 18 15 24 15 16 11 19
 13 18 37 20 13 19 25 20 16 27 18 13
 17 16 24 25 23 15 20 4 11 20 20 21

သင့်လျော်သည့် တန်းတူကြားပိုင်း အကျယ်အဝန်းတစ်ခုကို အသုံးပြုလျက် ထပ်ကြိမ်ပြဇယား တစ်ခု တည်ဆောက်ပါ။

13.2 ဟစ္စတိုဂရမ် (Histogram)

စာရင်းအင်းဆိုင်ရာအချက်အလက်များကို ထပ်ကြိမ်ပြဇယားဖြင့်ဖော်ပြခြင်းအပြင်ဟစ္စတိုဂရမ် များ အသုံးပြု၍လည်း ဖော်ပြနိုင်သည်။ ဤသို့ဖော်ပြခြင်းကို အောက်ပါဥပမာများဖြင့် ရှင်းလင်း သွား ပါမည်။

ဥပမာ (1) စာစီစာကုံးပြိုင်ပွဲတစ်ခုတွင် ကျောင်းသား 30 ရရှိသော အမှတ်များကို ထပ်ကြိမ်ပြဇယား ဖြင့် ဖော်ပြထားရာ အောက်ပါအတိုင်း ဖြစ်၏။

ထပ်ကြိမ်ပြဇယား

ရမှတ်	တာလီ	ထပ်ကြိမ်
2	/	1
3	//	2
4	/	1
5	//// //	7
6	//// ////	9
7	////	4
8	//	2
9	///	3
10	/	1
	စုစုပေါင်း	30

အထက်ပါ ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတွင် ဖော်ပြထားသော အချက်အလက်များကို ဟစ္စတိုဂရမ်ဖြင့် ဖော်ပြရန်အတွက်

(a) ထပ်ကြိမ် 1 ကို ဧရိယာတစ်ယူနစ်ရှိသော စတုရန်းတစ်ခု၏ ဧရိယာဖြင့် ကိုယ်စားပြုမှတ်သားပါ။ ထိုအခါ ပုံ (13.1) တွင် ဖော်ပြထားသော စတုရန်း၏ ဧရိယာသည် ထပ်ကြိမ် 2 ကို ကိုယ်စားပြုသည်။ ထို့အတူ ပုံ (13.2) တွင် ဖော်ပြထားသော စတုရန်း၏ ဧရိယာမှာ ထပ်ကြိမ် 3 ကို ကိုယ်စားပြုဖော်ပြနိုင်၏။ ဤကဲ့သို့အားဖြင့် ထပ်ကြိမ်အသီးသီးကို စတုရန်း၏ ဧရိယာများဖြင့် ကိုယ်စားပြုဖော်ပြရပါမည်။



ပုံ (13.1)



ပုံ (13.2)

(b) တစ်ဖန်ရမှတ် 2 ၏ထပ်ကြိမ် 1 ကို ပုံ (13.3) မှာကဲ့သို့လည်းကောင်း၊ ရမှတ် 3 ၏ ထပ်ကြိမ်ကို ပုံ (13.4) မှာကဲ့သို့လည်းကောင်း ဖော်ပြသည်။ ထို့အတူ အခြားရမှတ်များအတွက်လည်း ကိုယ်စားပြုဖော်သော ပုံများကို ဆွဲသားနိုင်ပါသည်။



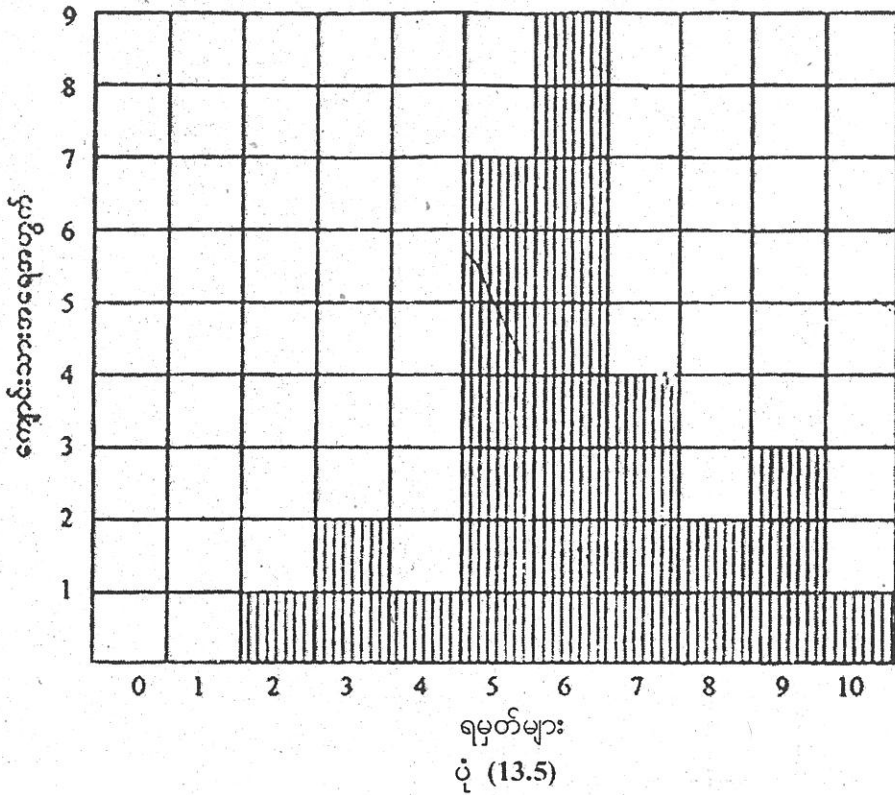
ပုံ (13.3)



ပုံ (13.4)

(c) အမှတ်စဉ် (a) နှင့် (b) တွင် ဖော်ပြခဲ့သည့်နည်းအတိုင်း သက်ဆိုင်ရာ အမှတ်များအတွက် ကိုယ်စားပြုဖော်ပြထားသော စတုရန်းကို ဆက်စပ်ဆွဲသွားခြင်းဖြင့် ပုံ (13.5) မှာကဲ့သို့ ဟစ္စတိုဂရမ်တစ်ခုရရှိ၏။ ထို့နောက် ပုံကို ရမှတ်များဖော်ပြသည့်ဟစ္စတိုဂရမ်ဟုအမည်တပ်ပါ။

ကျောင်းသား 30 နှစ် ရမှတ်များကို ဖော်ပြသော ဟစ္စတိုဂရမ်



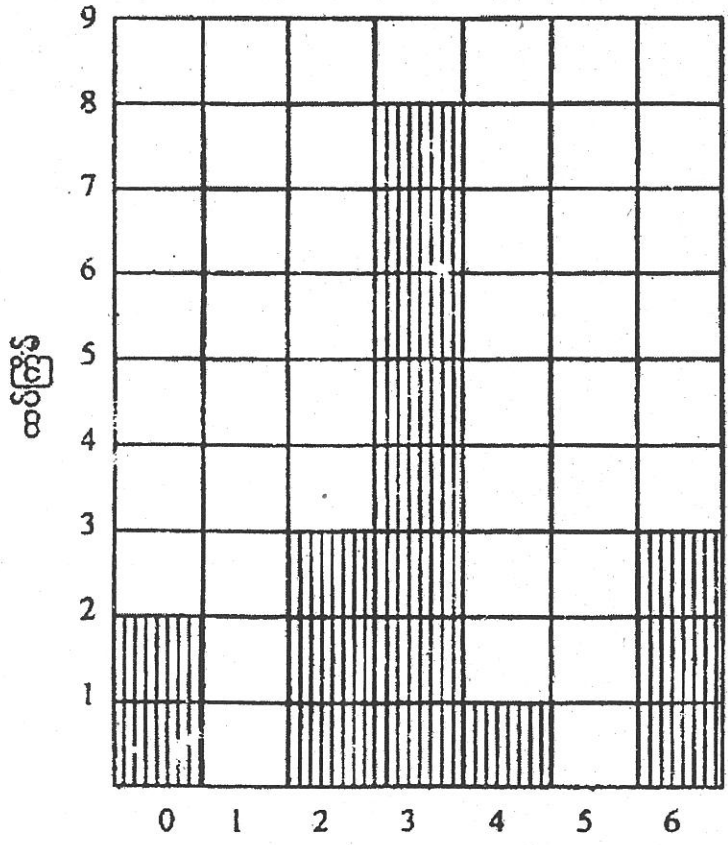
အထက်ပါ ဟစ္စတိုဂရမ်တွင် ဧရိယာတစ်ယူနစ်ရှိသော စတုရန်းအရေအတွက် စုစုပေါင်း 30 ရှိသည်ကို မြင်နိုင်၏။ ထို့ကြောင့် ဟစ္စတိုဂရမ်၏ ဧရိယာသည် 30 ယူနစ်ဖြစ်သည်။ ဤအချက်ကို ကြည့်ခြင်းအားဖြင့် ဟစ္စတိုဂရမ်၏ ဧရိယာသည် ထပ်ကြိမ်စုစုပေါင်းကို ကိုယ်စားပြုဖော်ပြထားကြောင်း မှတ်သားနိုင်၏။

ဥပမာ (2) တစ်နှစ်အတွင်း ယှဉ်ပြိုင်ကစားခဲ့ကြသော ချစ်ကြည်ရေးဘောလုံးပြိုင်ပွဲ 18 ပွဲတွင် မြန်မာ့လက်ရွေးစင်ဘောလုံးအသင်းမှ သွင်းယူရရှိသော ဂိုးအရေအတွက်နှင့် သက်ဆိုင်ရာ ပြိုင်ပွဲအရေအတွက်တို့ကို အောက်ပါထပ်ကြိမ်ပြဇယားဖြင့် ဖော်ပြထား၏။

ပွဲစဉ်းတစ်ခုတွင် သွင်းယူခဲ့သော ဂိုးအရေအတွက်	ဂိုးရရှိသော ပြိုင်ပွဲအရေအတွက် (ထပ်ကြိမ်)
0	2
1	0
2	3
3	8
4	1
5	0
6	4

ဧရိယာ တစ်ယူနစ်ရှိသော စတုရန်းတစ်ခု၏ ဧရိယာဖြင့် ထပ်ကြိမ် 1 အတွက် ကိုယ်စားပြု၍ ဖော်ပြပါက အထက်ပါထပ်ကြိမ်ပြဇယားမှ အချက်အလက်များကို အောက်ပါဟစ္စတိုဂရမ်ဖြင့် ဖော်ပြနိုင်၏။

ဂိုးအရေအတွက်ပြ ဟစ္စတိုဂရမ်

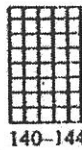


ဂိုးအရေအတွက်
ပုံ (13.6)

ဥပမာ (3) အောက်တွင်ပေးထားသည့် ဇယားသည် ကျောင်းသား 34 ယောက်၏ အရပ်တို့ကို အနီးဆုံးစင်တီမီတာအထိ တိုင်းယူရရှိပြီး တန်းတူကြားပိုင်းအကျယ် 5 စင်တီမီတာအရ အုပ်စုဖွဲ့၍ ဖော်ပြထားခြင်းဖြစ်သည်။

အရပ်အမြင့် (စင်တီမီတာ)	140-144	145-149	150-154	155-159	160-164	165-169
ကျောင်းသားအရေ အတွက်(ထပ်ကြိမ်)	3	8	4	9	6	4

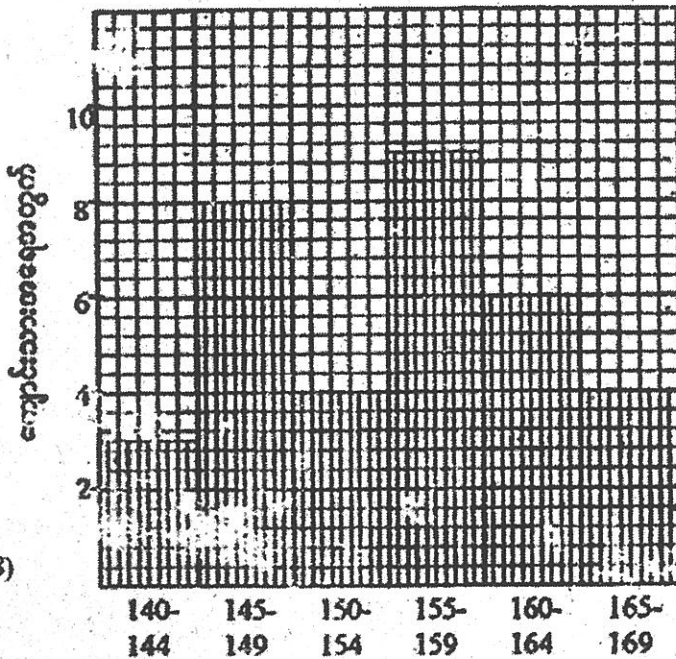
တန်းတူကြားပိုင်းတစ်ခု၏ ထပ်ကြိမ် 2 ကို ဧရိယာတစ်ယူနစ်ရှိသော စတုရန်း၏ ဧရိယာဖြင့် ကိုယ်စားပြုဖော်ပြပါ။ ထိုအခါ တန်းတူကြားပိုင်းများ၏ သက်ဆိုင်ရာ ထပ်ကြိမ်များကို ကိုယ်စားပြုသော ပုံများရရှိမည်။ ဥပမာ ပုံ(13.7) သည် တန်းတူကြားပိုင်း 140 - 144 ၏ ထပ်ကြိမ် 3 ကို ကိုယ်စားပြု၏။



ပုံ (13.7)

ဤကဲ့သို့ သက်ဆိုင်ရာထပ်ကြိမ်အားလုံးအတွက် ကိုယ်စားပြုသော ပုံများကို ဆက်စပ်ဖော်ပြပါက အောက်ပါအတိုင်း ဟစ္စတိုဂရမ်တစ်ခုကို ရရှိ၏။

ကျောင်းသား 34 ယောက်တို့၏ အရပ်အမြင့်များပြ ဟစ္စတိုဂရမ်



ပုံ (13.8)

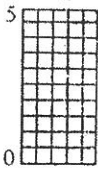
ဥပမာ (4) အောက်ပါအချက်အလက်များသည် ကျောင်းသား၊ ကျောင်းသူ (30) ၏ စာမေးပွဲတစ်ခုတွင် သင်္ချာဘာသာအတွက် ရရှိသော အမှတ်များဖြစ်သည်။

45 50 74 62 36 56
 53 64 43 50 64 51
 46 65 25 68 47 58
 39 86 56 64 48 52
 37 53 75 63 57 49

တန်းတူကြားပိုင်းများကို 0 - 9, 10 - 19, 20 - 29,, 80 - 89 အထိ သတ်မှတ်ပြီး ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခု တည်ဆောက်ပါက အောက်ပါအတိုင်းရ၏။

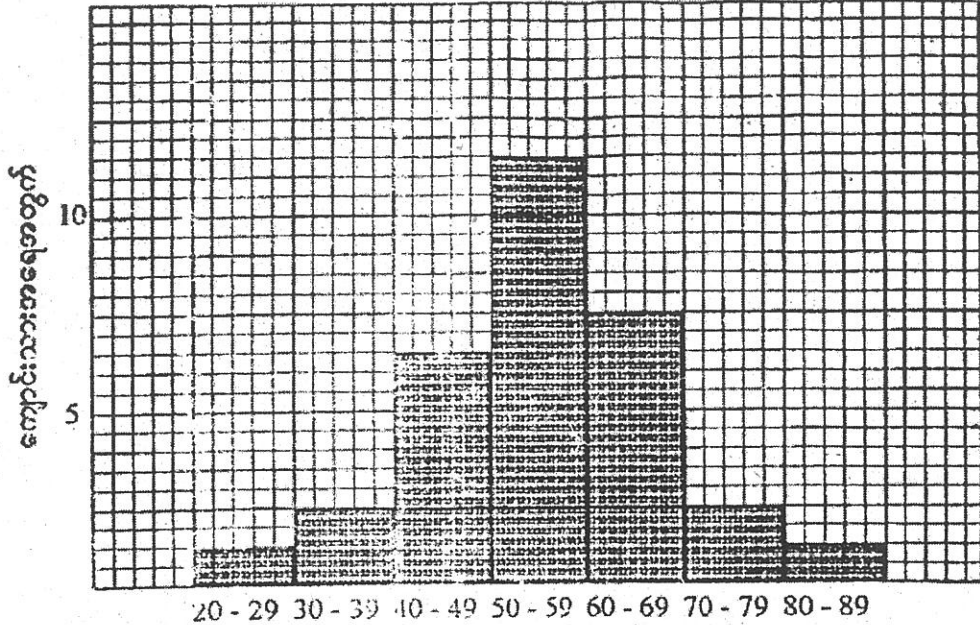
ရမှတ်	တာလီ	ထပ်ကြိမ်
0 - 9		0
10 - 19		0
20 - 29	/	1
30 - 39	//	2
40 - 49	//// /	6
50 - 59	//// //// /	11
60 - 69	//// //	7
70 - 79	//	2
80 - 89	/	1
	စုစုပေါင်း	30

တန်းတူကြားပိုင်းတစ်ခု၏ ထပ်ကြိမ် 5 ခုအတွက် ပုံ(13.9) တွင် ဖော်ပြထားသော ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ဧရိယာ သို့မဟုတ် ယူနစ်ဧရိယာများရှိသော စတုရန်းနှစ်ခု၏ ဧရိယာများဖြင့် ကိုယ်စားပြုဆွဲထားပါက ကျောင်းသား (30) ၏ ရမှတ်များအတွက် ဟစ္စတိုဂရမ်ရ၏။



ပုံ (13.9)

ကျောင်းသား 30 ငါး သင်္ချာဘာသာရမှတ်များပြ ဟစ္စတိုဂရမ်



20 - 29 30 - 39 40 - 49 50 - 59 60 - 69 70 - 79 80 - 89

ရမှတ်များ

ပုံ (13.10)

လေ့ကျင့်ခန်း (13.2)

- ကျေးရွာမူလတန်းကျောင်း ငါးကျောင်းတွင်ရှိသော ကျောင်းသား 40 ငါး အသက်များကို စာရင်းကောက်ယူကြည့်ရာ အောက်ပါအတိုင်း တွေ့ရ၏။

5	8	7	6	10	9	7	11	10	9
7	10	8	11	5	11	9	6	7	10
8	6	11	8	10	6	11	10	5	7
9	5	10	10	9	6	9	11	10	9

အထက်ပါအချက်အလက်များကို (i) ထပ်ကြိမ်ပြဇယားဖြင့် လည်းကောင်း၊ (ii) ဟစ္စတိုဂရမ် ဖြည့်လည်းကောင်း ဖော်ပြပါ။

- အောက်ပါအချက်အလက်များကို (i) ထပ်ကြိမ်ပြဇယားဖြင့် (ii) ဟစ္စတိုဂရမ်ဖြင့်ဖော်ပြပါ။

သတ်ပုံစစ်ဆေးရာတွင် မှားခဲ့ကြသော စာလုံးအရေအတွက်များ ဖြစ်၏။

2	1	4	2	3	0	5	1	4	3
1	3	6	1	3	0	4	2	1	0
1	2	5	0	2	3	6	0	2	2
0	1	4	2	1	5	2	3	0	2

3. ကျောင်းသားများ ကျောင်းဖွင့်စအချိန်တွင် ဝယ်ယူထားခဲ့ကြသော ရောင်းစုံခဲတံများကို ပထမအစမ်းစာမေးပွဲ မဖြေဆိုမီ ရက်သတ္တ တစ်ပတ်အလိုတွင် ရေတွက်ကြည့်စေရာ အောက်ပါအတိုင်း တွေ့ရှိရ၏။

4	1	2	3	6	2	3	2	1	9
2	3	5	7	3	2	6	4	2	1
8	4	3	2	8	10	5	3	1	2

အထက်ပါ အချက်အလက်များကို ထပ်ကြိမ်ပြဇယားဖြင့် ဖော်ပြပြီး ဟစ္စတိုဂရမ်ဆွဲသားပါ။

4. သန်းခေါင်စာရင်းကောက်ရာတွင် ရပ်ကွက်တစ်ခုရှိ အိမ်ထောင်စုတစ်ခုတွင် ပါဝင်သည့် ကျောင်းသားဦးရေကို ထည့်သွင်းဖော်ပြထားပါသည်။ အိမ်ထောင်စု 100 အတွက် ရရှိသည့် အချက်အလက်ကို ဟစ္စတိုဂရမ်ဖြင့် ဖော်ပြပါ။

အိမ်ထောင်စုတွင် ပါဝင်သည့် ကျောင်းသားဦးရေ	0	1	2	3	4	5	6
အိမ်ထောင်စုဦးရေ (ထပ်ကြိမ်)	4	9	44	26	7	7	3

5. ကျောင်းသား 40 ဤ အနီးစပ်ဆုံး ကီလိုဂရမ်အထိ တိုင်းထားသော အလေးချိန်ကို အောက်တွင် ဇယားဖြင့် ပေးထား၏။ ထိုဖြန့်ချက်အတွက် ဟစ္စတိုဂရမ်တစ်ခုဆွဲပါ။

ကီလိုဂရမ်အလေးချိန်	30 - 34	35 - 39	40 - 44	45 - 49	50 - 54
ထပ်ကြိမ်	2	8	20	6	4

6. တစ်နှစ်အတွင်း ကျောင်းသားများ၏ အများအကျိုးအတွက် အလှူငွေထည့်ဝင်ခဲ့သော ငွေကျပ်မည်မျှရှိသည်ကို မေးကြည့်ရာ အောက်ပါအတိုင်း တွေ့ရှိရသည်။

ကျပ်ငွေ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	15
(ကျောင်းသားဦးရေ) ထပ်ကြိမ်	3	4	13	6	11	10	8	4	1	5	5	4	2

အထက်ပါဇယားကို ဟစ္စတိုဂရမ်ဖြင့် ဖော်ပြပါ။
 အောက်ပါအချက်အလက်များနှင့် ယှဉ်တွဲဖော်ပြထားသော တန်းတူကြားပိုင်းများကို အသုံးပြု၍ ထပ်ကြိမ်ပြဇယား တည်ဆောက်ပါ။ ထို့နောက် ဟစ္စတိုဂရမ်ဖြင့် ဖော်ပြပါ။

7. ကျောင်းသား 30 ၏ စာမေးပွဲတစ်ခုတွင် ရရှိသော အမှတ်များမှာ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်၏။

15	5	20	13	25	16	20	12	22	18
10	22	29	15	28	19	23	17	3	11
18	23	27	21	11	16	24	7	14	19

တန်းတူကြားပိုင်း 0-4, 5-9,, 25-29 တို့ကို သုံးပါ။
ထပ်ကြိမ်ပြဇယားနှင့် ဟစ္စတိုဂရမ်တစ်ခုဆွဲပါ။

8. အောက်ပါတို့သည် လူပေါင်း 40 ၏ အသက်နှစ်များကို ဖော်ပြထားခြင်းဖြစ်သည်။

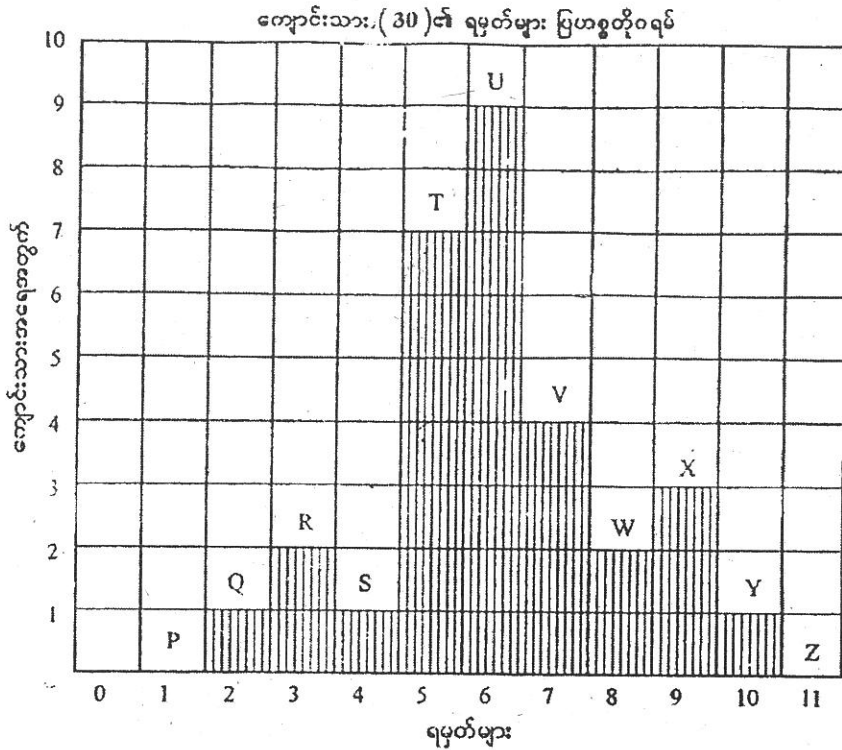
54	56	55	57	55	55	57	57
59	58	57	59	58	59	59	59
60	59	58	59	61	61	64	61
63	63	61	58	57	64	60	61
65	61	60	62	64	61	62	61

တန်းတူကြားပိုင်းများကို 54-55, 56-57,, 64-65 အထိ သတ်မှတ်ပါ။ ထပ်ကြိမ်ပြဇယားနှင့် ဟစ္စတိုဂရမ်တစ်ခု ဆွဲပါ။

13.3 ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံ

ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံသည် စာရင်းအင်းဆိုင်ရာ အချက်အလက်များကို ဖော်ပြသော ပုံတစ်ခုဖြစ်သည်။ ဟစ္စတိုဂရမ်တစ်ခုအား အခြေခံ၍ ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံတစ်ခုကို တည်ဆောက်နိုင်၏။ ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံတစ်ခုတည်ဆောက်ရန်အတွက် ရှေးဦးစွာ ဟစ္စတိုဂရမ်တွင်ပါဝင်သော ထောင့်မှန်စတုဂံများမှ အပေါ်ဘက်အနားများ၏ အလယ်အမှတ်များကို မှတ်သားပါ။ ယေဘုယျအားဖြင့် အနိမ့်ဆုံးတန်းတူကြားပိုင်းအောက်ငယ်သော တန်းတူကြားပိုင်း၏ အလယ်အမှတ်နှင့် အမြင့်ဆုံးတန်းတူကြားပိုင်းအထက် ကြီးသော တန်းတူကြားပိုင်းများ၏ အလယ်အမှတ်များအတွက် ထပ်ကြိမ်ကို သုညဟု သတ်မှတ်သည်။ ထို့နောက် ထပ်ကြိမ်သုညဟု သတ်မှတ်ထားသော အမှတ်များနှင့် စတုဂံများမှ အပေါ်ဘက်အနားများ၏ အလယ်အမှတ်များကို ဆက်သွယ်ခြင်းဖြင့် ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံတစ်ခု ရရှိလာ၏။

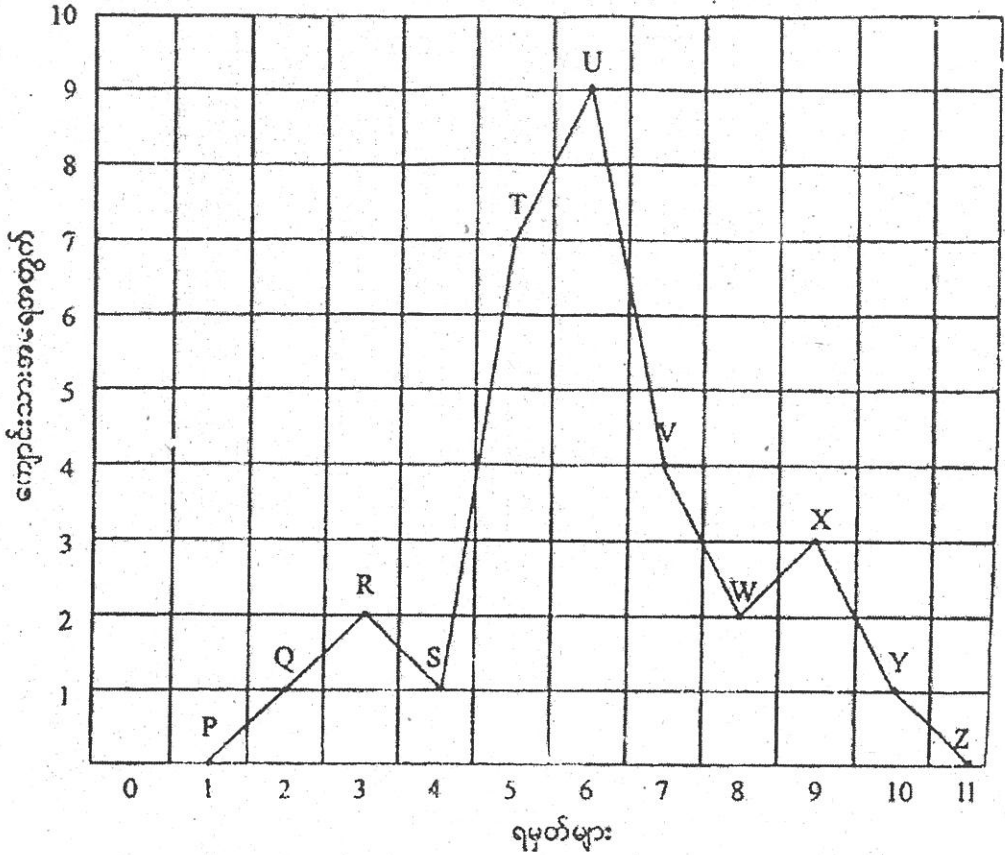
ဥပမာ (I) အစမ်းစာမေးပွဲတစ်ခုတွင် ကျောင်းသား (30) တို့ရရှိထားသော အမှတ်များကို ဖော်ပြထားသည့် ဟစ္စတိုဂရမ်သည် အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်၏။



ပုံ (13.11)

အထက်ပါဟစ္စတိုဂရမ်တွင် Q, R, S, T, U, V, W, X, Y တို့သည် စတုဂံများပေါ်မှ အပေါ်ဘက်အနားများ၏ အလယ်မှတ်များ ဖြစ်ကြသည်။ P သည် အနိမ့်ဆုံးရမှတ်အောက် တစ်ဆင့်ငယ်သော အမှတ်၏ တည်နေရာဖြစ်ပြီး Z သည် အမြင့်ဆုံးရမှတ် အထက်တစ်ဆင့်မြင့်သော အမှတ်၏ တည်နေရာဖြစ်သည်။ ၎င်းအမှတ်များ၏ ထပ်ကြိမ်ကို သုညဟုသတ်မှတ်ပြီး အမှတ်များကို ဆက်သွယ်ပါက ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံကို PQRSTUVWXYZ ရသည်။ ပုံ (13.12) ကို ကြည့်ပါ။

ကျောင်းသား (30) နှင့် ရမှတ်များ ပြဟစွာတိုဝရမ်



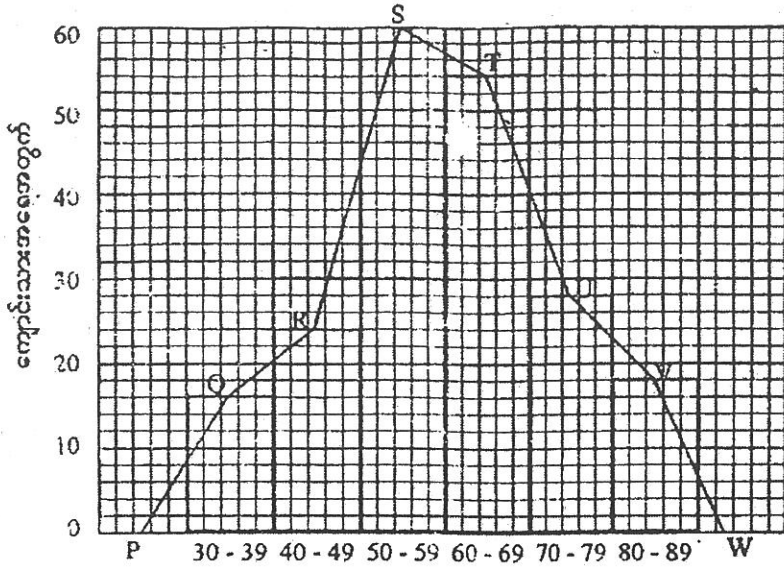
ပုံ (13.12)

ဥပမာ (2) အောက်ပါထပ်ကြိမ်ပြဇယားသည် ကျောင်းသား 200 တို့၏ စာမေးပွဲတစ်ခုတွင် ရရှိခဲ့ကြသော သင်္ချာဘာသာအတွက် အမှတ်များကို ဖော်ပြထားခြင်းဖြစ်သည်။

ရမှတ်များ	30 - 39	40 - 49	50 - 59	60 - 69	70 - 79	80 - 89
ကျောင်းသားအရေအတွက်	16	24	60	54	28	18

တန်းတူကြားပိုင်းတစ်ခု၏ ထပ်ကြိမ် 10 အတွက် ဧရိယာတစ်ယူနစ်ရှိသော စတုရန်း၏ ဧရိယာဖြင့် ဖော်ပြသော အောက်ပါဟစွာတိုဝရမ်ကို ရရှိမည်။ ပုံ (13.13) ကို ကြည့်ပါ။ တစ်ဖန် ဟစွာတိုဝရမ်ပါဝင်သော စတုဂံများမှ အပေါ်ဘက်အနားများ၏ အလယ်အမှတ်များကို မှတ်သားပြီး အနိမ့်ဆုံးတန်းတူကြားပိုင်း 30 - 39 အောက်ငယ်သော ကြားပိုင်း၏ အလယ်အမှတ် P နှင့် အကြီးဆုံးတန်းတူကြားပိုင်း 80 - 89 အထက်မြင့်သော ကြားပိုင်း၏ အလယ်အမှတ် W တို့ကို ထပ်ကြိမ်သည် ဟု ယူဆပါ။ ထို့နောက် အမှတ်အားလုံးကို ဆက်သွယ်သောအခါ ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံ PQRSTU VW ကို ရရှိမည်။

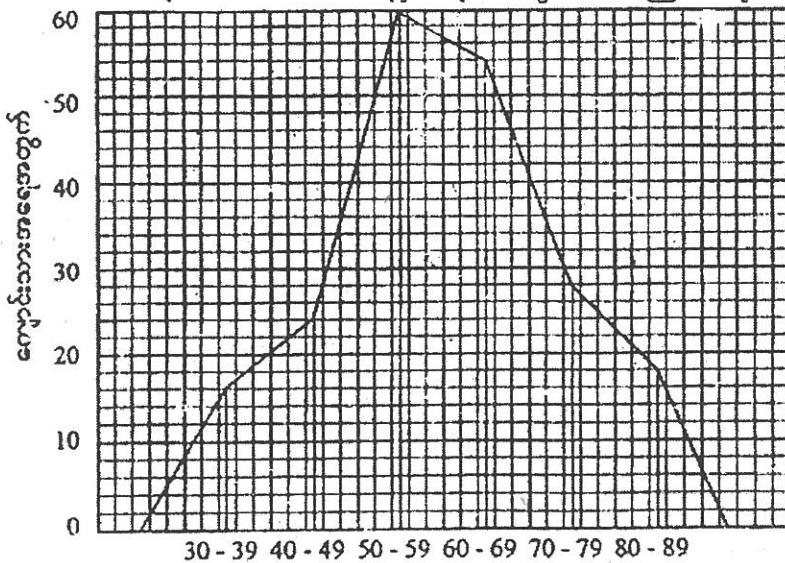
ကျောင်းသား 200 ၏ ရမှတ်များကို ဖော်ပြသော ထပ်ကြိမ်ဗဟုကံ



ရမှတ်များ ပုံ (13.13)

ထပ်ကြိမ်ဗဟုကံဆွဲသားရာတွင် တန်းတူကြားပိုင်းများ၏ အလယ်အမှတ်များမှ ထပ်ကြိမ်များနှင့် အချိုးညီသော သြဒီနိုတ်များကို ဆွဲသားပြီး ထိုသြဒီနိုတ်များ၏ ထိပ်စွန်းများကို ဆက်သွယ်ခြင်းဖြင့်လည်း ထပ်ကြိမ်ဗဟုကံကိုရရှိနိုင်သည်။ အထက်ပါ ဥပမာတွင် ဖော်ပြထားသော ထပ်ကြိမ်ပြဇယားကို အောက်ပါအတိုင်း ထပ်ကြိမ်ဗဟုကံဖြင့် ဖော်ပြနိုင်သည်။

ကျောင်းသား 200 ၏ ရမှတ်များအတွက် ထပ်ကြိမ်ဗဟုကံ



ရမှတ်များ ပုံ (13.14)

လေ့ကျင့်ခန်း (13.3)

1. အောက်ပါထပ်ကြိမ်ပြဇယားများကို (i) ဟစ္စတိုဂရမ် (ii) ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံတို့ဖြင့် ဖော်ပြပါ။
 (a) စာစီစာကုံးပြိုင်ပွဲတစ်ခုတွင် မှားသော သတ်ပုံစာလုံးအရေအတွက်ကို ဖော်ပြသော ထပ်ကြိမ်ပြဇယားမှာ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်၏။

မှားသာသတ်ပုံစာလုံးရေ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ကျောင်းသားအရေအတွက် (ထပ်ကြိမ်)	2	3	4	3	5	6	3	1	2	1

- (b) အောက်ပါထပ်ကြိမ်ပြဇယားသည် အိမ်ထောင်စု 40 တွင် ပါဝင်သော ကလေးများ၏ အရေအတွက်ကို ဖော်ပြသော ဇယားဖြစ်သည်။

ကလေးအရေအတွက်	0	1	2	3	4	5	6	7
အိမ်ထောင်စုပေါင်း (ထပ်ကြိမ်)	3	5	8	9	7	5	2	1

- (c) လုပ်သားများ၏ တစ်လအတွင်း ခွင့်ယူသောရက်များကို အောက်ပါဇယားတွင် ဖော်ပြထားသည်။

ခွင့်ယူသောရက်	0	1	2	3	4	5	6
လုပ်သားဦးရေ (ထပ်ကြိမ်)	3	2	4	6	4	0	1

2. အောက်ပါဇယားတွင် ပေးထားသည့် ကျောင်းတစ်ကျောင်းရှိ အတန်းတွင်း စစ်ဆေးသော သင်္ချာဘာသာစာမေးပွဲ၌ ရရှိသည့် အမှတ်များနှင့်ဆိုင်သောအချက်အလက်များမှ ဟစ္စတိုဂရမ် တစ်ခုနှင့်ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံတစ်ခုကို ဆွဲပါ။

ရမှတ်	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80
ထပ်ကြိမ်	0	3	10	15	24	28	18	9

3. ကျောင်းသားတစ်စု၏ အရပ်အမြင့်ကို စင်တီမီတာဖြင့် အောက်ပါအတိုင်း ပေးထားသည်။

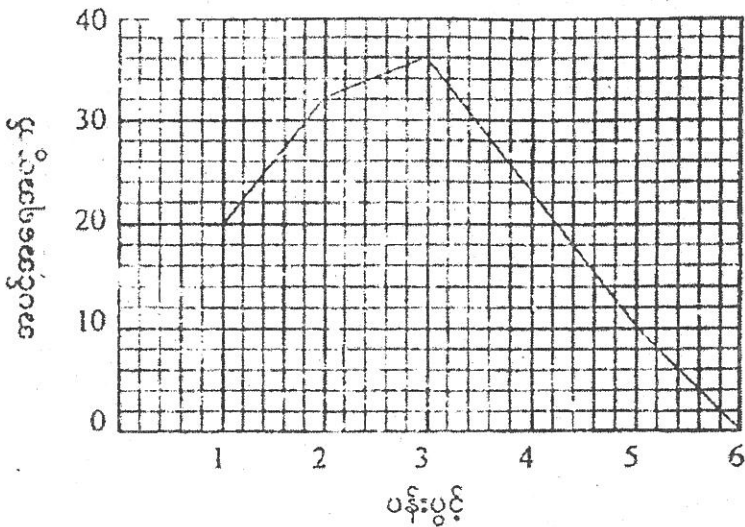
122 132 145 135 150 147 148 154 151
 127 140 148 150 152 150 149 156 152
 134 145 147 152 151 147 146 152 150
 132 150 145 145 155 154 150 147 149

သင့်လျော်သည့် တန်းတူကြားပိုင်းကို အသုံးပြုလျက် အရပ်အမြင့်အတွက် ထပ်ကြိမ်ဇယား တစ်ခုကိုလည်းကောင်း၊ ဟစ္စတိုဂရမ်တစ်ခုကိုလည်းကောင်းဆွဲပါ။ ဖြန့်ချက်အတွက် ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံတစ်ခုကိုလည်း ဆွဲပါ။

4. အန်စာတုံးတစ်ခုကို အကြိမ် 100 မြောက်ပြီး ရရှိသော နံပါတ်များနှင့် အကြိမ်အရေအတွက် ကိုမှတ်သားထားရာအောက်ပါအတိုင်းဖြစ်၏။ ဤသို့ရရှိသည့် အချက်အလက်များကိုဟစ္စတိုဂရမ် ဖြင့်လည်းကောင်း၊ ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံဖြင့်လည်းကောင်း ဖော်ပြပါ။

ရရှိသည့်နံပါတ်	1	2	3	4	5	6
ပေါ်လာသည့် အကြိမ်ပေါင်း	25	27	12	22	12	2

5. နှင်းဆီပင်များတွင် ပွင့်နေသော ပန်းပွင့်အရေအတွက်ကို ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံဖြင့် ပုံတွင်ဖော်ပြ ထားသည်။



- (a) နှင်းဆီပင်အရေအတွက် မည်မျှနည်း။
 (b) ဖြန့်ချက်၏ ကြိမ်များကိန်းကို ရှာပါ။

အခန်း (14)

အချိုးတူ၊ ရာခိုင်နှုန်းနှင့် ပျမ်းမျှခြင်း

4.1 တိုက်ရိုက် အချိုးတူခြင်းနှင့် ပြောင်းပြန် အချိုးတူခြင်း၊ အချိုးတူကိန်းများ ကိန်းနှစ်ခုတို့၏ အချိုးနှင့် အခြားကိန်းနှစ်ခုတို့၏ အချိုးသည် တူညီစွာရှိကြလျှင် အချိုးနှစ်ခု တို့သည် အချိုးတူဖြစ်သည်။

ဥပမာ (1) လက်ဖက်ခြောက် $1\frac{1}{2}$ ပေါင်ကို ငွေ 472 ကျပ် 50 ပြားနှင့်ရောင်း၍ လက်ဖက်ခြောက် 2 ပေါင်းကို 630 ကျပ်နှင့်ရောင်းမည်ဆိုလျှင် အလေးချိန်များနှင့် ရောင်းဈေးများသည် အချိုးညီကြပါသလား။

$1\frac{1}{2}$ ပေါင်၊ 2 ပေါင်နှင့် $472\frac{1}{2}$ ကျပ်၊ 630 ကျပ် နှိုင်းယှဉ်ကြည့်လျှင်

$$\frac{3}{2} : 2 \quad \text{နှင့်} \quad \frac{945}{2} : 630$$

$$3 : 4 \quad \text{နှင့်} \quad 945 : 1260$$

$$3 : 4 \quad \text{နှင့်} \quad 3 : 4$$

ထို့ကြောင့် အချိုးညီကြောင်း တွေ့ရမည်။

ဥပမာ (2) 6 : 9 နှင့် 10 : 15 ကို နှိုင်းယှဉ်ကြည့်လျှင် 2 : 3 နှင့် 2 : 3 ဖြစ်သည်ကို တွေ့ရသည်။ ထို့ကြောင့် 6 : 9 နှင့် 10 : 15 သည်တူညီသည်။ ၎င်းကို $(:) = 10 : 15$ (သို့မဟုတ်) $6 : 9 : : 10 : 15$ ဟု ရေးကြသည်။ ဤကဲ့သို့ရေးသားဖော်ပြခြင်းသည် အချိုး တူကြောင်းကို ဆိုလိုသည်။

ဥပမာ (3) $12 : s = 8 : 6$ ဟူသော အချိုးတွင် (s) မှာ မည်သည့်တန်ဖိုး ရှိသနည်း။

$$\frac{12}{s} = \frac{8}{6}$$

$$\frac{12}{s} = \frac{4}{3}$$

$$4s = 36$$

$$\therefore s = 9$$

ဥပမာ (4) 9 ပေမြင့်သော တုတ်တစ်ချောင်းကို မတ်မတ်ထောင်ထားလျှင် အရိပ် $2\frac{1}{2}$ ပေ ထွက်၏။

အရိပ် 30 ပေ ထွက်သော သစ်ပင်၏ အမြင့်ကို ရှာပါ။

t သည် သစ်ပင်အမြင့်ဖြစ်လျှင်

$$t : 30 :: 6 : \frac{5}{2}$$

$$\frac{t}{30} = \frac{6}{\frac{5}{2}}$$

$$\frac{t}{30} = 6 \times \frac{2}{5}$$

$$\frac{t}{30} = \frac{12}{5}$$

$$t = \frac{12}{5} \times 30 = 72$$

∴ သစ်ပင်အမြင့် = 72 ဝေ

ဥပမာ (5) $4\frac{1}{2}$ နှင့် မည်သည့်ကိန်းတို့၏ အချိုးသည် 7 ကျပ် 50 ပြားနှင့် 12 ကျပ်တို့၏ အချိုးနှင့် တူညီသနည်း။

လိုသောကိန်း a ဖြစ်ပါစေ။

$$7\frac{1}{2} : 12 :: 4\frac{1}{2} : a$$

$$7\frac{1}{2} : 12 = 4\frac{1}{2} : a$$

$$\frac{15}{2} = \frac{9}{a}$$

$$\frac{15}{2 \times 12} = \frac{9}{2 \times a}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{9}{2a}$$

$$10a = 72$$

$$\therefore a = 7\frac{1}{5}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (14.1)

1. အောက်ပါတို့တွင် s ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$(a) \frac{s}{175} = \frac{18}{21}$$

$$(b) \frac{69}{s} = \frac{54}{36}$$

$$(c) \frac{12}{7\frac{1}{2}} = \frac{s}{6\frac{1}{4}} \qquad (d) \frac{3\frac{3}{4}}{8\frac{1}{3}} = \frac{2\frac{2}{5}}{s}$$

$$(e) \frac{5.1}{s} = \frac{6.8}{4.2}$$

2. ဆန် 9 ပြည်ကို 135 ကျပ် ရောင်း၍ 12 ပြည်ကို 180 ကျပ်နှင့်ရောင်းသော် ရောင်းဈေးနှစ်ရပ်အချိုးနှင့် ပြည်အရေအတွက်တို့၏ အချိုးတူပါသလား။
3. 6 ပေ 6 လက်မ မြင့်သော တိုင်တစ်တိုင်မှ အရိပ် 8 ပေ 3 လက်မထွက်၏။ ထိုအချိန်တွင် ဆန်စက်ခေါင်းတိုင် တစ်ခု၏ အရိပ်သည် 82 ပေ 6 လက်မထွက်သော် ခေါင်းတိုင်အမြင့်ကို ရှာပါ။
4. သုံးထောင့်ပုံမြေတစ်ကွက်ကိုအချိုးကျဆွဲထားသော တြိဂံပုံတစ်ပုံ၏ အနားများမှာ 28 လက်မ၊ 32 လက်မ၊ 19 လက်မဖြစ်ကြ၏။ ထိုမြေကွက်၏ အရှည်ဆုံးအနား၏ ပကတိအလျားသည် 160 ကိုက်ဖြစ်သော် ကျန်အနားနှစ်ဖက်တို့၏ ပကတိ အလျားများကို ရှာပါ။

14.1.1 တိုက်ရိုက် အချိုးတူခြင်းနှင့် ဂရပ်များ

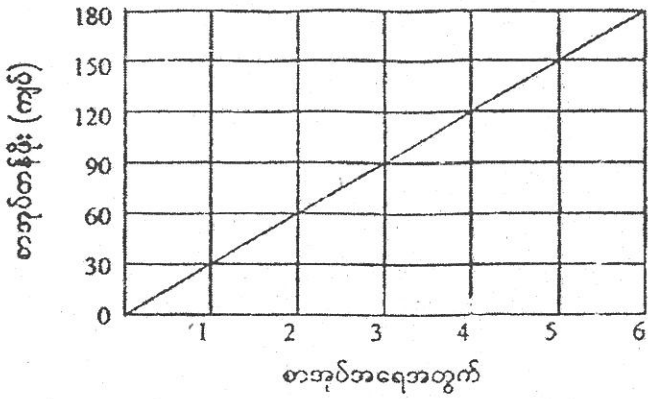
ကျွန်ုပ်တို့သည် စာအုပ်များ ဝယ်ယူသည့်အခါ စာအုပ်အရေအတွက်များလာလေလေ ကုန်ကျစရိတ်တန်ဖိုး များလာလေလေဖြစ်ကြောင်း စာအုပ်အရေအတွက်သည် ကုန်ကျငွေတန်ဖိုးနှင့် တိုက်ရိုက်အချိုးတူကြောင်း သိခဲ့ကြပြီ။ ဤသို့သော ဆက်သွယ်ချက်မျိုးကို ဂရပ်များဆွဲ၍ လေ့လာကြမည်။

ဂရပ်များ

အောက်ပါဇယားသည် တစ်အုပ်လျှင် 30 ကျပ်တန် စာအုပ်များ ဝယ်ယူပါက စာအုပ်အရေအတွက်အလိုက် ကုန်ကျမည့် တန်ဖိုးများကို ဖော်ပြထားသည်။

စာအုပ်အရေအတွက်	0	1	2	3	4	5	6
စာအုပ်တန်ဖိုး(ကျပ်ပေါင်း)	0	30	60	90	120	150	180

ပုံ (14.1) သည် စာအုပ်အရေအတွက်နှင့် စာအုပ်တန်ဖိုးများကို ဆက်သွယ်ဖော်ပြထားသော ဂရပ်ဖြစ်သည်။



ပုံ (14.1)

တန်ဖိုးနှစ်ခုတို့သည် တိုက်ရိုက်အချိုးတူပါက ၎င်းတို့၏ ဂရပ်တွင်ပါဝင်သော အမှတ်များကို မူလအမှတ်အား ဖြတ်သွားသော မျဉ်းပြောင်းတစ်ကြောင်းဖြင့် ဆက်သွယ်နိုင်ကြောင်းကို သင်တွေ့ရှိရမည် ဖြစ်သည်။ (သင်သည် တူညီသော အချိုးများမှ မျဉ်းပြောင်းဟူသော အယူအဆကို မှန်းဆကြည့်နိုင်သည်။ ဥပမာ- လက်ယာဘက်ဘေးကို 2 ခေ ရွှေ့သွားလျှင် အပေါ်သို့ 2 ဆတက်သွားသည်ကို စသည်ဖြင့် ပုံမှ ကောက်ချက်ချနိုင်မည်။)

လေ့ကျင့်ခန်း (14.2)

1. ကားတစ်စီးသည် ဓာတ်ဆီ 1 လီတာလျှင် ခရီး 20 ကီလိုမီတာ သွားနိုင်သည်ဟု ယူဆ၍ အောက်ပါဇယားတွင် လိုနေသော ကိန်းများကို ဖြည့်စွက်ပါ။

ဓာတ်ဆီလီတာ	1	2	3	4	5	6	7	8
ခရီးကီလိုမီတာ	20							

- (a) ဂရပ်တစ်ခုကိုဆွဲ၍ 100 ကီလိုမီတာ၊ 85 ကီလိုမီတာနှင့် 50 ကီလိုမီတာ ရှိသော ခရီးအသီးသီးကို သွားရာတွင် လိုသော ဓာတ်ဆီပမာဏ အသီးသီးကို ရှာပါ။
- (b) ဓာတ်ဆီ 2.5 လီတာ၊ 5.5 လီတာနှင့် 6.8 လီတာတို့ဖြင့် သွားနိုင်သော ခရီးအသီးသီးကို ရှာပါ။

2. အာမခံကြေး (ပရီမီယံကြေး)သည် အာမခံထားသော ပမာဏနှင့် တိုက်ရိုက်အချိုးတူသည်။ အောက်ပါဇယားကို ကူးယူ၍ ပြည့်စုံအောင် ဖြည့်ပါ။

အာမခံထားငွေကျပ်	400	800	1200	1600	2000	2400
အာမခံကြေးငွေကျပ်	1					

ဂရပ်တစ်ခုကိုဆွဲပါ။ ၎င်းမှ ငွေ 1500 ကျပ်၊ 1800 ကျပ်၊ 2100 ကျပ်နှင့် 2250 ကျပ် အသီးသီးတန်ဖိုးထားရှိသော အာမခံများအတွက် အာမခံကြေး ခန့်မှန်းခြေတို့ကို ရှာပါ။

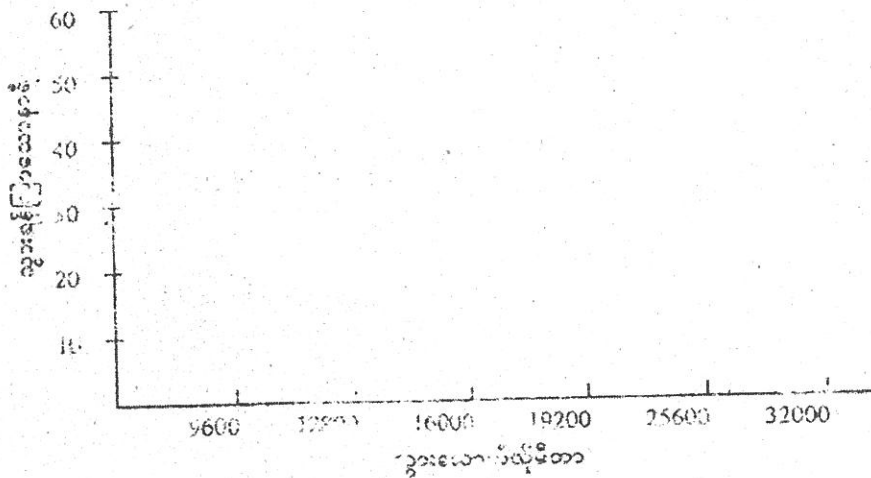
3. ပိုးသက်ဆေးတစ်မျိုးကို သုံးစွဲရာတွင် ဆေး 1 ကီလိုဂရမ်ကို မြေ 50 စတုရန်းမီတာတွင် သုံးစွဲသင့်ကြောင်း ဖော်ပြထားသည်။ အောက်ပါဇယားကို ကူးယူ၍ ပြည့်စုံအောင် ဖြည့်စွက်ပါ။

မြေဧရိယာစတုရန်း	50	100	200	250	300
ဆေးအလေးချိန်နှင့်ကီလိုဂရမ်	1				

(a) ဂရပ်ဆွဲ၍ မြေ 80၊ 120၊ 220 နှင့် 275 စတုရန်းမီတာ အသီးသီးတွင် သုံးစွဲရန်လိုအပ်သော ဆေးအလေးချိန် ခန့်မှန်းခြေများကို ရှာပါ။

(b) ဆေး 1.5၊ 2.5 နှင့် 4.5 ကီလိုဂရမ် အသီးသီးတို့ဖြင့် မြေဧရိယာ မည်မျှတို့တွင် ပက်ဖျန်းနိုင်မည်နည်း။

4. ကမ္ဘာမှ လသို့ အကာအဝေးမှာ 384000 ကီလိုမီတာဖြစ်၏။ 1 နာရီလျှင် 9600 ကီလိုမီတာနှုန်းဖြင့် သွားသောခုံးပျံတစ်စီးသည် နာရီ 40 ကြာမျှ သိုခရီးကို ပျံသန်းရမည်။ အောက်ပါဇယားကို ကူးယူ၍ ခရီးသွားရန် ကြာမြင့်မည့် အချိန်များကိုတွက်ပြီး ဇယားကို ပြည့်စုံအောင် ဖြည့်စွက်ပါ။



အဆိုပါ အမှတ်များကို ဆက်သွယ်သော ဂရပ်သည် မျဉ်းပြောင်းတစ်ကြောင်းမဟုတ်ပေ။ အဘယ်ကြောင့် မျဉ်းပြောင်းမဖြစ်သနည်း။ ထိုအမှတ်များကို ဖြတ်၍ ထောင့်ခွန်းများမဖြစ်စေဘဲ ချောမွေ့သော ဂရပ်တစ်ခုကိုဆွဲပါ။ ၎င်းမှ 1 နာရီလျှင် 10000 ကီလိုမီတာနှင့် 30000 ကီလိုမီတာ အသီးသီးမောင်းနှင်နေသော ခုံးပျံများ ပျံသန်းရမည့် အချိန်များကို ခန့်မှန်းပါ။

တန်ဖိုးနှစ်ခုတို့သည် ပြောင်းပြန်အချိုးတူနေကြပါက ၎င်းတို့၏ ဂရပ်သည် မျဉ်းပြောင်းမဟုတ်ဘဲ သင်ယခုဆွဲခဲ့သော ပုံသဏ္ဍာန်မျိုးရှိသည့် မျဉ်းကွေးဖြစ်သည်။

14.1.2 ပြောင်းပြန်အချိုးတူ

လေယာဉ်ပျံဖြင့် အတ္တလန္တိတ်သမုဒ္ဒရာကို ကျော်ဖြတ်ရာတွင် အမြန်နှုန်းအသီးသီးအတွက် ကြာသောအချိန်များကို အောက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြထားသည်။

1 နာရီသွားသော ကီလိုမီတာ	480	600	800	960	1200
သွားရန်ကြာသောနာရီ	10	8	6	5	4

အထက်ပါဇယားတွင် တစ်နာရီတွင်သွားသော ကီလိုမီတာများနှင့် ကျော်ဖြတ်ရန် ကြာသော နာရီတို့၏ ဆက်သွယ်ချက်ကို ဇယားဖြင့် ပြထားသည်။

ပထမအတိုင်နှင့် တတိယအတိုင်ရှိ အမြန်နှုန်းများအချိုး	$\frac{\text{ပထမအတိုင်ရှိ အမြန်နှုန်း}}{\text{တတိယအတိုင်ရှိအမြန်နှုန်း}} = \frac{480}{800} = \frac{3}{5}$
ပထမအတိုင်နှင့် တတိယအတိုင်ရှိ ကြာချိန်နာရီများအချိုး	$\frac{\text{ပထမအတိုင်ရှိ ကြာချိန်နာရီ}}{\text{တတိယအတိုင်ရှိကြာချိန်နာရီ}} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

ကြာသောနာရီတို့၏ အချိုး $\frac{5}{3}$ သည် အမြန်နှုန်းတို့၏ အချိုးဖြစ်သော $\frac{3}{5}$ ၏ ပြောင်းပြန် (မြောက်ခြင်းဆိုင်ရာ ပြောင်းပြန်) ပင် ဖြစ်သည်။

အထက်ပါဇယားမှ တွေ့ရှိသည်မှာ သက်ဆိုင်ရာ အချိုးတို့တွင် အချိုးတစ်ခုသည် ကျန်တစ်ခု ၏ ပြောင်းပြန်ဖြစ်နေခြင်းပင် ဖြစ်သည်။

$$\frac{480}{600} = \frac{8}{10}, \frac{800}{960} = \frac{5}{6}, \frac{960}{1200} = \frac{4}{5}, \dots \dots \dots \text{စသည်တို့ဖြစ်သည်။}$$

အမြန်နှုန်းကို နှစ်ဆမြင့်တင်လိုက်ပါက ကြာသောအချိန်မှာ တစ်ဝက်ဖြစ်သွားမည်။ အမြန်နှုန်းကို တစ်ဝက်သို့ လျော့ချပါက ကြာသောအချိန်မှာ နှစ်ဆဖြစ်သွားမည်။ ဤကဲ့သို့ အချိုးတစ်ခုသည် သက်ဆိုင်ရာအချိုး၏ ပြောင်းပြန်ဖြစ်သဖြင့် အမြန်နှုန်းသည် ကြာသောအချိန်နှင့် ပြောင်းပြန်အချိုးတူသည်ဟု ခေါ်၏။

မြောက်လဒ်။ ။ အထက်ပါဇယားတွင် အတိုင်တစ်ခုစီရှိ တစ်နာရီသွားသော ကီလိုမီတာနှင့် ကြာသောနာရီတို့၏ မြောက်လဒ်သည် မည်သည့်အတိုင်အတွက်မဆို အတူတူပင် ဖြစ်သည်။ ၎င်းမြောက်လဒ်များသည် အတ္တလန္တိတ်သမုဒ္ဒရာကို ကျော်ဖြတ်ရသော ခရီးအကွာအဝေး 4800 ကီလိုမီတာကို ဆိုလိုသည်။ ထို့ကြောင့် $480 \times 10 = 600 \times 8 = 800 \times 6 = 960 \times 5 = 1200 \times 4 = 4800$

(1) မြောက်လမ်းတွက်နည်း

ဥပမာ သင်္ကြားလုံးတစ်ထုပ်ကို ကလေး 15 ယောက်အား အညီအမျှဝေပေးပါက တစ်ယောက်လျှင် 12 လုံးစီရ၏။ အကယ်၍ ထိုသင်္ကြားလုံးထုပ်ကို ကလေး 20 အား ဝေငှပေးပါက ကလေးတစ်ယောက်လျှင် သင်္ကြားလုံးမည်မျှစီရမည်နည်း။

$$\text{သင်္ကြားလုံးထုပ်ထဲရှိ သင်္ကြားလုံးစုစုပေါင်း} = 15 \times 12 = 180 \text{ လုံး}$$

ထို့ကြောင့် ထိုသင်္ကြားလုံးထုပ်ကို ကလေး 20 အား ဝေငှပေးလျှင် တစ်ယောက်စီသည်

$$\frac{180}{20} = 9 \text{ လုံးစီရရှိမည်။}$$

ဤနည်းဖြင့်တွက်ရာတွင် တစ်ခါတစ်ရံ၌ ဆန်းပြားသော အတိုင်းအတာယူနစ်များနှင့် ကြုံတွေ့ရတတ်သည်။ ဥပမာ - 2 ကီလိုဝပ်ရှိသော လျှပ်စစ်မီးဖိုတစ်ခုဖြင့် 8 နာရီကြာချက်ပြုတ်ပါက လျှပ်စစ် 16 ကီလိုဝပ်နာရီသုံးစွဲသည်ဟုဆို၏။ (တစ်ကီလိုဝပ်နာရီကို လျှပ်စစ်တစ်ယူနစ်ဟု ခေါ်လေ့ရှိသည်။) ကားတစ်စီးကို ဆေးမှုတ်ရန် လူ 3 ယောက် 10 နာရီကြာ အလုပ်လုပ်ရပါက ကျွန်ုပ်တို့သည် 30 နာရီလိုသည်ဟု ပြောလေ့ရှိသည်။ ထိုကဲ့သို့ အခြားယူနစ်တစ်မျိုးမှာ ခရီးသည် ကီလိုမီတာဖြစ်သည်။

(2) အချိုးတွက်နည်း

ဥပမာ ရန်ကုန်မှ မန္တလေးသို့ ကားဖြင့် 1 နာရီလျှင် 57 ကီလိုမီတာနှုန်း မောင်းပါက 16 နာရီကြာ မောင်းရ၏။ ထိုခရီးကို 12 နာရီဖြင့်သွားနိုင်ရန် မောင်းရမည့် ပျမ်းမျှ အမြန်နှုန်းကို ရှာပါ။

ကြာသောအချိန်	တစ်နာရီသွားသော ကီလိုမီတာ
16	57
12	(?)

ကြာသောအချိန်ကို $\frac{12}{16}$ ဖြင့် မြောက်၍ ပြောင်းခဲ့ပြီး ကျွန်ုပ်တို့သည် အမြန်နှုန်းနှင့် ကြာသောအချိန်တို့ ပြောင်းပြန်အချိုးတူကြောင်း သိရှိထားသဖြင့် အမြန်နှုန်းကို $\frac{16}{12}$ ဖြင့်မြောက်၍ ပြောင်းလဲရမည်။

ထိုဒုတိယ စာကြောင်းပါ တန်ဖိုးများကို ဤသို့ရေးနိုင်သည်။

$$\begin{aligned} 12 & \longleftarrow \longrightarrow 57 \times \frac{16}{12} \\ & = 57 \times \frac{4}{3} \\ & = 76 \end{aligned}$$

ထို့ကြောင့် လိုအပ်သော ပျမ်းမျှအမြန်နှုန်းမှာ 1 နာရီလျှင် 76 ကီလိုမီတာနှုန်း ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (14.3)

1. အောက်ပါတို့မှ မည်သည်တို့သည် ပြောင်းပြန်အချိုးကူးများ ဖြစ်ကြသနည်း။
 - (a) ဝယ်ယူသောရေခဲချောင်းတစ်မျိုး၏ အရေအတွက်နှင့် စုစုပေါင်းတန်ဖိုး။
 - (b) အလုပ်တစ်ခုကို လုပ်ကြသောလူ အရေအတွက်နှင့် ထိုအလုပ်ပြီးရန် ကြာသောအချိန်။
 - (c) လသို့ သွားသော ယာဉ်၏အမြန်နှုန်းနှင့် လသို့ ရောက်ရန်ကြာသောအချိန်။
 - (d) လူကလေးတစ်ယောက်၏ အသက်နှင့် သူ၏ သင်္ချာဘာသာ၌ရသောအမှတ်။
 - (e) ခြံတစ်ခြံထဲရှိ နွားကောင်ရေနှင့် ထိုခြံရှိ မြက်များကို စားပစ်နိုင်သောအချိန်။
 - (f) သင်၌ရှိသော ငွေဖြင့် သင်ဝယ်နိုင်သော ရေခဲချောင်းအရေအတွက်နှင့်ရေခဲချောင်း တစ်ချောင်း၏ ဈေးနှုန်း။

မေးခွန်းနံပါတ် 2 မှ 7 ထိ ပြောင်းပြန်အချိုးကူးပုံစံတွက်များအတိုင်း တွက်ပါ။
2. လူကလေးတစ်ယောက်သည် ခရီးတစ်ခုကို မိနစ် 50 ဖြင့် စက်ဘီးစီး၍သွားနိုင်လျှင် သူ၏အမြန်နှုန်းမှာ 1 နာရီလျှင် 15 ကီလိုမီတာရှိကြောင်းသိ၏။ သူသည် ထိုခရီးကို မိနစ် 30 ဖြင့် အရောက်သွားလျှင် သူ၏ အမြန်နှုန်းမှာ မည်မျှဖြစ်သနည်း။
3. လူ 25 ယောက်တို့ 32 ရက် လုပ်ရသော အလုပ်တစ်ခုကို လူ 20 တို့သည် ရက်မည်မျှ လုပ်ရမည်နည်း။
4. ကားတစ်စီးသည် ခရီးတစ်ခုကို အမြန်နှုန်း 1 နာရီလျှင် 50 ကီလိုမီတာနှုန်းနှင့် 12 နာရီကြာ မောင်းရ၏။ ထိုခရီးကို 10 နာရီဖြင့် အရောက်သွားရန်လိုအပ်သောပျမ်းမျှအမြန်နှုန်းကိုရှာပါ။
5. ကန်ထရိုက်တာ တစ်ယောက်သည် အလုပ်တစ်ခုကို လူ 280 နှင့် 9 လကြာ လုပ်ရမည်ဟု ခန့်မှန်းထား၏။ ထိုအလုပ်ကို 7 လနှင့်အပြီးလုပ်နိုင်ရန် နောက်ထပ် လူမည်မျှထပ်မံခေါ်ယူရမည်နည်း။
6. ဆရာတစ်ဦးသည် လေ့လာရေးခရီးထွက်ရာတွင် ကျောင်းသား 150 ကို 6 ရက်ကျွေးမွေးရန် ပြင်ဆင်ထား၏။ အကယ်၍ ခန့်မှန်းထားသည်ထက် ကျောင်းသား 30 ပိုမိုပါဝင်လာပါက ရက်မည်မျှသာ ကျွေးမွေးနိုင်မည်နည်း။
7. လယ်သမားတစ်ယောက်တွင် နွားကောင်ရေ 50 ကို 10 ရက် ကျွေးမွေးနိုင်ရန် အစာအလုံ အလောက်ရှိ၏။ အကယ်၍ သူသည် နွား 40 ကောင်ကို ရောင်းလိုက်ပါက ထိုအစာကို ကျန် နွားများသည် ရက်မည်မျှပို၍ စားရမည်နည်း။

8. ရထားတစ်စင်းသည် ခရီးတစ်ခုကို ပျမ်းမျှ 1 နာရီလျှင် 56 km နှုန်းဖြင့် သွားရာ 5 နာရီကြာ၏။ အခြားရထားတစ်စီးသည် ထိုခရီးကို 4 နာရီကြာ သွားရလျှင် ထိုရထား၏ အမြန်နှုန်းကို ရှာပါ။
9. တစ်နာရီလျှင် 9600 ကီလိုမီတာနှုန်းဖြင့်သွားနေသော အာကာသ ယာဉ်တစ်စီးသည် လပေါ်သို့ရောက်ရှိရန်နာ နာရီ 40 ကြာပျံသန်းရ၏။အကယ်၍ ထိုယာဉ်သည် တစ်နာရီလျှင် 40000 ကီလိုမီတာနှုန်းဖြင့် ပျံသန်းခဲ့လျှင် လသို့ရောက်ရှိရန် အချိန်မည်မျှ ကြာမည်နည်း။ (ကမ္ဘာနှင့် လတို့၏ အကွာအဝေးသည် မပြောင်းလဲတည်မြဲနေသည်ဟု ယူဆပါ။)
10. လူကလေးတစ်ယောက်၏ ခြေလှမ်းသည် 60 cm ကျယ်၍ သူ့အဖေ၏ ခြေလှမ်းသည် 72 cm ကျယ်၏။ ခရီးတစ်ခုကို လူကလေးသည် ခြေလှမ်း 840 ဖြင့် သွား၏။ ထိုခရီးကို သူ၏အဖေသည် ခြေလှမ်းမည်မျှဖြင့် သွားမည်နည်း။
11. ပြိုင်ပွဲတစ်ခုတွင် လူ 5 ယောက်သည် တစ်ယောက်လျှင် ဆုကြေး 154 ကျပ်ရရှိကြ၏။ အကယ်၍ အခြားလူ 2 ယောက်သည် သူတို့လည်း ဆုကိုခွဲဝေရရှိထိုက်သည်ဟု တောင်းဆိုလာပါက လူတစ်ယောက်လျှင် ဆုကြေးငွေ မည်မျှစီ ရရှိကြမည်နည်း။
12. 1 မိနစ်လျှင် 45 ပတ်နှုန်းလည်နေသော ဓာတ်စက်တွင် သီချင်းတစ်ပုဒ်သည် 13 မိနစ်ကြာမျှ ဖွင့်ရ၏။ 1 မိနစ်လျှင် 78 ပတ်နှုန်း လည်နေသော စက်တွင်ဖွင့်ပါက ထိုသီချင်းသည် အချိန်မည်မျှကြာမည်နည်း။
13. အလျား 4 m နှင့် အနံ 3 m ရှိသော အခန်းတစ်ခုကို ကော်ဇောအပြည့်ခင်းလျှင် ငွေ 50 ကျပ်ကုန်ကျ၏။ အလျား 3m နှင့် အနံ 1m ရှိသော လူသွားလမ်းကို ကော်ဇောအပြည့်ခင်း လျှင် ငွေမည်မျှ ကုန်မည်နည်း။
14. ကျောင်းသားတစ်ယောက်သည် အလျား 16m နှင့် အနံ 10m ရှိသော ခန်းမကြီး၏ ပုံစံကို 1cm လျှင် 1m စကေးဖြင့် ရေးဆွဲနေ၏။ သူ၏ပုံစံ၌ ခန်းမကြီး၏ အတိုင်းအတာများမှာ မည်မျှဖြစ်ကြသနည်း။ သူ၏ပုံစံ၌ရှိသော ခန်းမကြီး၏ ဧရိယာကို ရှာပါ။
15. မူရင်းစာအုပ်ဘစ်အုပ်တွင် စာမျက်နှာ 240 ပါရှိပြီး ပျမ်းမျှအားဖြင့် စာတစ်မျက်နှာတွင် စာလုံး 300 ပါရှိ၏။ ထိုစာအုပ်ကို စာလုံးအသေးဖြင့် ပြန်၍ပုံနှိပ်သောအခါ စာတစ်မျက်နှာတွင် စာလုံး 360 ဝင်၏။ စာအုပ်အသစ်တွင် စာမျက်နှာမည်မျှ လိုအပ်သနည်း။

14.2 ရာခိုင်နှုန်း

အရေအတွက် ကိန်းဂဏန်း စသည်တို့ကို အတိအကျ ရေးသားဖော်ပြနိုင်သကဲ့သို့ အစိတ်အပိုင်းဖြင့်လည်းကောင်း၊ ဒေသနာဖြင့်လည်းကောင်း ရေးသားဖော်ပြနိုင်သည်။

ဥပမာ - ကျောင်းတစ်ကျောင်းရှိ ကျောင်းသားဦးရေ၏ 5 ပုံ 2 ပုံသည် ယောက်ျားကလေးများဖြစ်ကြသည်ဟု ဆိုရာတွင် ကျောင်းသားအရေအတွက်ကို အစိတ်အပိုင်းဖြင့် ဖော်ပြထားခြင်းဖြစ်သည်။

အပိုင်းကိန်းဖြင့်ဖော်ပြလျှင် ကျောင်းသားဦးရေ၏ $\frac{2}{5}$ ဟု ဖော်ပြနိုင်သည်။ ထိုအပိုင်းကိန်းကို တန်ဖိုးမပြောင်းလဲစေဘဲ

$$\frac{2}{5} \times \frac{20}{20} = \frac{20}{100} \text{ ဟု ဖော်ပြနိုင်သည်။}$$

ဤကဲ့သို့ ပိုင်းခြေကို 100 အဖြစ်မူတည်၍ ဖော်ပြသော ကိန်းသည် ရာခိုင်နှုန်းဖြစ်သည်။ သင်္ကေတမှာ % ဖြစ်သည်။

$$\frac{40}{100} \text{ သည် } 40 \% \text{ ဖြစ်သည်။}$$

ရာခိုင်နှုန်းကိုပေးထားလျှင် အပိုင်းကိန်း (သို့မဟုတ်) ဒသမကိန်းအဖြစ် ပြောင်းနိုင်သည်။

$$\text{ဥပမာ } 75 \% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} = .75$$

ရာခိုင်နှုန်းတိုးလျှင်ဖြစ်စေ၊ လျော့လျှင်ဖြစ်စေ 100 ပေါ်မူတည်တွက်ချက်သည်။

ဥပမာ (1) ငွေ 550 ကျပ်ကို 25 % တိုးပါ။

$$\begin{aligned} \text{တိုးသောငွေ} &= 550 \text{ ကျပ်၏ } 25 \% \\ &= 550 \text{ ကျပ်} \times \frac{25}{100} \\ &= \frac{275}{2} = 137.50 \text{ ကျပ်} \\ \therefore \text{တိုးပြီးငွေ} &= 550 \text{ ကျပ်} + 137.50 \text{ ကျပ်} \\ &= 687.50 \text{ ကျပ်} \end{aligned}$$

(တစ်နည်း) မူလ 100 ကျပ်ဖြစ်ပါစေ။

$$\begin{aligned} 25 \% \text{ တိုးပြီး} &= 100 + 25 = 125 \text{ ကျပ်} \\ \text{မူလ } 100 \text{ ကျပ်တွင် တိုးပြီးငွေ} &125 \text{ ကျပ်} \\ \text{မူလ } 550 \text{ ကျပ်တွင်} &= \frac{550}{100} \times 125 = 687.50 \text{ ကျပ်} \end{aligned}$$

ဥပမာ (2) 650 ကျပ်ကို 15% လျှော့ပါ။

$$\begin{aligned}
 \text{လျှော့သောငွေ} &= 650 \text{ ၏ } \frac{15}{100} \\
 &= 650 \times \frac{15}{100} \\
 &= \frac{195}{2} = 97.50 \text{ ကျပ်} \\
 \text{လျှော့ပြီးငွေ} &= 650 - 97.50 \text{ ကျပ်} \\
 &= 552.50 \text{ ကျပ်}
 \end{aligned}$$

(တစ်နည်း) မူလ 100 ကျပ်ဖြစ်ပါစေ။

$$15\% \text{ လျှော့ပြီးရှိငွေ} = 100 - 15 = 85 \text{ ကျပ်}$$

မူလ 100 တွင် လျှော့ပြီး 85 ကျပ်

$$\therefore \text{မူလ 650 ကျပ်တွင်} = \frac{650}{100} \times 85 = 552.50 \text{ ကျပ်}$$

ဥပမာ (3) ကျောင်းတစ်ကျောင်းတွင် တစ်နှစ်အတွင်း ကျောင်းသား 15% တိုးလာရာ နှစ်ဆုံးသော အခါ ကျောင်းသားစုစုပေါင်း 2530 ယောက်ရှိလျှင် နှစ်စတွင် ကျောင်းသားမည်မျှရှိ သနည်း။

နှစ်စရှိ ကျောင်းသား 100 ယောက်ဖြစ်ပါစေ။

တိုးလာသော ကျောင်းသား 15 ယောက်

နှစ်ဆုံးရှိ ကျောင်းသား 115 ယောက်

နှစ်ဆုံးတွင် 115 ယောက်ရှိသောအခါ နှစ်စ၌ 100 ယောက်ရှိ၏။

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{နှစ်ဆုံးတွင် 2530 ယောက်ရှိသောအခါ နှစ်စ၌} &= 2530 \times \frac{100}{115} \\
 &= 2530 \times \frac{20}{23} \\
 &= 110 \times 20 \\
 &= 2200 \text{ ယောက်}
 \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (14.4)

1. အောက်ပါတို့ကို 15% တိုးပါ။
(a) 250 (b) 108 (c) 1820
2. အောက်ပါတို့ကို 20% လျှော့ပါ။
(a) 100 (b) 350 (c) 700
3. အမှတ် 50 ပေးသော ဘာသာရပ်တစ်ခုတွင် 40% ရရှိလျှင် အောင်မည်ဖြစ်သော် အနည်းဆုံး အောင်မှတ်သည် မည်မျှဖြစ်သနည်း။
4. ကြက်အကောင် 320 မွေးထားသော မွေးမြူရေးသမားတစ်ယောက်သည် 15% တိုး၍မွေးသော် ကြက်အကောင်ရေ မည်မျှဖြစ်လာသနည်း။
5. မမိုးမိုးသည် တံဆိပ်ခေါင်း 2.50 စုထားရာ 36% သည် နိုင်ငံခြားမှ ထုတ်သော တံဆိပ်ခေါင်းများဖြစ်သော် ပြည်တွင်းမှထုတ်သော တံဆိပ်ခေါင်းမည်မျှကို စုထားသနည်း။
6. လယ်လုပ်သားကြီးတစ်ဦးသည် စပါး 425 တင်းမှ ဝမ်းစာအတွက် 8 % ချန်ထားပြီး အကျန်ကို အဝယ်ခိုင်သို့ရောင်း ရောင်းလိုက်သော် ရောင်းလိုက်သော စပါးတင်းရေ မည်မျှဖြစ်သနည်း။
7. စက်ပစ္စည်းတစ်ခု၏ တန်ဖိုးကို 10 % လျှော့ရောင်းသောအခါ 1620 ကျပ်ဖြင့်၏။ မူလတန်ဖိုး 10 % တိုး၍ ရောင်းသော် ရောင်းဈေးသည် မည်မျှဖြစ်လာမည်နည်း။
8. (a) မည်သည့်ကိန်းကို 5% တိုးလိုက်သော် 64 ဖြစ်လာမည်နည်း။
(b) ငွေတစ်ရပ်မှ 15% နုတ်လိုက်သော် 153 ကျပ် ကျန်၏။ မူလငွေကို ရှာပါ။
(c) ငွေတစ်ရပ်၏ 5% သည် 240 ကျပ်ဖြစ်၏။ ထိုငွေ၏ $12\frac{1}{2}\%$ သည် မည်မျှဖြစ်သနည်း။
9. မွေးမြူရေးသမားတစ်ယောက်သည် ငှက်မွေးထားရာ 13% သည် သေကုန်၏။ အကျန်၏ 75% ကို ရောင်းလိုက်သောအခါ 261 ကောင်ကျန်၏။ မူလက ငှက်ကောင်ရေ မည်မျှမွေးထားသနည်း။
10. ရေရောပြီး ပိုးသတ်ဆေးရည် ဂါလန်ဝက်တွင် ရေတစ်ပိုင့်ပါဝင်သော် ထိုဆေးရည်တွင် ရေရာခိုင်နှုန်း မည်မျှပါဝင်သနည်း။

11. ဦးဘ၏ လယ်မှစပါးအထွက်နှုန်းသည် ဦးမြ၏ လယ်မှစပါးအထွက်နှုန်းထက် 50% ပိုသော် ဦးမြ၏ လယ်မှစပါးအထွက်နှုန်းသည် ဦးဘ၏လယ်မှ စပါးအထွက်နှုန်းထက် ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှလျော့သနည်း။
12. စာမေးပွဲဝင်ဖြေသူကျောင်းသား 1500 အနက် 50% သည် ပထမအဆင့်ဖြင့် အောင်မြင်၏။ 525 ယောက်သည် ဒုတိယအဆင့်ဖြင့်အောင်၏။ 10% သည် ဂုဏ်ထူးဖြင့်အောင်ကြ၏။
- (a) ပထမအဆင့်မှ အောင်မြင်သူ မည်မျှနည်း
 - (b) ဒုတိယအဆင့်မှ ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှအောင်သနည်း။
 - (c) ဂုဏ်ထူးဖြင့်အောင်မြင်သူ မည်မျှနည်း။
 - (d) ကျရှုံးသူ မည်မျှရှိသနည်း။ ရာခိုင်နှုန်းမည်မျှ ဖြစ်သနည်း။
 - (e) စုစုပေါင်း ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှအောင်မြင်သနည်း။

14.3 ပျမ်းမျှခြင်း

အမျိုးကူဖြစ်သော တန်ဖိုးတို့ကို ပေါင်း၍ရသည့် ပေါင်းလဒ်ကို ပေါင်းထည့်သောတန်ဖိုး အရေအတွက်နှင့်စားလျှင် ရရှိသည့် စားလဒ်သည် ပျမ်းမျှတန်ဖိုးပင်ဖြစ်သည်။ ကိုပျမ်းမျှတန်ဖိုးကို ပျမ်းမျှခြင်းဟု ခေါ်သည်။

$$\therefore \text{ပျမ်းမျှတန်ဖိုး (ပျမ်းမျှခြင်း)} = \frac{\text{စုစုပေါင်း}}{\text{အရေအတွက်}}$$

၎င်းပျမ်းမျှတန်ဖိုးကို အရေအတွက်နှင့် ပြန်လည်မြှောက်ပါက ပေးထားသော တန်ဖိုးတို့ ၏ ပေါင်းလဒ်ပင် ပြန်လည်ရရှိသည်။

$$\text{အမျိုးတူ တန်ဖိုးများ ပေါင်းလဒ်} = \text{ပျမ်းမျှခြင်း} \times \text{အရေအတွက်}$$

ဥပမာ (1) အတန်းတစ်တန်းရှိ ကျောင်းသား 25 ယောက်တို့၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 14.6 နှစ် ဖြစ်သည်။ ပျမ်းမျှအသက် 14.4 နှစ်ရှိသော ကျောင်းသားသစ် 15 ယောက်ဝင်လာ သောအခါ အတန်း၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် မည်မျှဖြစ်လာမည်နည်း။

$$\begin{aligned} \text{ကျောင်းသား 25 ယောက်အသက်ပေါင်း} &= 14.6 \times 25 = 365.0 \text{ နှစ်} \\ \text{ကျောင်းသားသစ် 15 ယောက်အသက်ပေါင်း} &= 14.4 \times 15 = 216.0 \text{ နှစ်} \\ \text{ကျောင်းသား (25 + 15) ယောက် အသက်ပေါင်း} &= 365 + 216 \text{ နှစ်} \\ \text{ကျောင်းသား 40 ယောက် အသက်ပေါင်း} &= 581 \text{ နှစ်} \\ \text{ပျမ်းမျှအသက်} &= 581 \div 40 \text{ နှစ်} \\ &= 14.5 \text{ နှစ်} \end{aligned}$$

ဥပမာ (2) စာပွဲ 4 လုံး၏ ပျမ်းမျှတစ်လုံးတန်ဖိုးသည် 130 ကျပ်ဖြစ်၏။ သို့သော် နောက်ထပ် 1 လုံး၏ တန်ဖိုးကို ပေါင်းထည့်လိုက်သော် ၎င်းတို့၏ ပျမ်းမျှတန်ဖိုးသည် 132 ကျပ် ဖြစ်လိမ့်မည်။ နောက်တိုးသည့် စားပွဲတန်ဖိုးကို ရှာပါ။

စားပွဲ 4 လုံး တန်ဖိုးပေါင်း = $130 \times 4 = 520$ ကျပ်

နောက်ထပ် 1 လုံးပါဝင်လျှင် စားပွဲပေါင်း = $4 + 1 = 5$ လုံး

စားပွဲ 5 လုံးတန်ဖိုးပေါင်း = $132 \times 5 = 660$ ကျပ်

∴ နောက်တိုးစားပွဲ၏ တန်ဖိုး = $660 - 520 = 140$ ကျပ်

ဥပမာ (3) 15 kg လေးသော သေတ္တာတစ်လုံးအစား အခြားသေတ္တာတစ်လုံးကို အစားသွင်းလျှင် သေတ္တာ 5 လုံး၏ ပျမ်းမျှ အလေးချိန်သည် 30 g စီတိုး၍ သွားလိမ့်မည်။ အစားသွင်းသော သေတ္တာ၏ အလေးချိန်ကို ရှာပါ။

သေတ္တာ 5 လုံးတို့၏ ပျမ်းမျှတိုးသော အလေးချိန် = 30 g

သေတ္တာအားလုံး စုစုပေါင်း တိုးသောအလေးချိန် = $5 \times 30 = 150$ g

အစားသွင်းသော သေတ္တာ၏ အလေးချိန် = $15 \text{ kg} + 150 \text{ g}$

= $15 \text{ kg} + 0.15 \text{ kg}$

= 15.15 kg

ဥပမာ (4) လူ 6 ယောက်၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 20 နှစ်ဖြစ်၏။ ပထမနှင့် ဒုတိယလူ 2 ယောက်၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 15 နှစ်ဖြစ်၏။ တတိယနှင့်စတုတ္ထလူ 2 ယောက်၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 18 နှစ်ဖြစ်၏။ ဆဋ္ဌမလူသည် ပဉ္စမလူထက် 4 နှစ်ကြီးသော် ဆဋ္ဌမလူ၏ အသက်ကို ရှာပါ။

လူ 6 ယောက်၏ အသက်ပေါင်း = $20 \times 6 = 120$ နှစ်

ပထမနှင့်ဒုတိယလူ 2 ယောက်၏ အသက်ပေါင်း = $15 \times 2 = 30$ နှစ်

တတိယနှင့်စတုတ္ထလူ 2 ယောက်၏ အသက်ပေါင်း = $18 \times 2 = 36$ နှစ်

∴ လူ 4 ယောက်အသက်ပေါင်း = $30 + 36 = 66$ နှစ်

∴ ပဉ္စမလူနှင့် ဆဋ္ဌမလူ၏ အသက်ပေါင်း = $120 - 66 = 54$ နှစ်

သို့သော် ဆဋ္ဌမလူ၏အသက် = ပဉ္စမလူ၏အသက် + 4 နှစ်

∴ ပဉ္စမလူ၏အသက်+ဆဋ္ဌမလူ၏အသက် = ပဉ္စမလူ၏အသက်+ပဉ္စမလူ၏အသက်+ 4 နှစ်
= 54 နှစ်

∴ ပဉ္စမလူ၏အသက် 2 ဆ = $54 - 4$

ပဉ္စမလူ၏အသက် 2 ဆ = 50 နှစ်

ပဉ္စမလူ၏အသက် = 25 နှစ်

∴ ဆဋ္ဌမလူ၏အသက် = $25 + 4$ နှစ်

ဆဋ္ဌမလူ၏အသက် = 29 နှစ်

ဥပမာ (5) အင်္ကျီ 6 ထည်၏ ပျမ်းမျှတန်ဖိုးသည် 120 ကျပ်ဖြစ်၏။ ပထမဆုံး 4 ထည်၏ ပျမ်းမျှတန်ဖိုးသည် 130 ကျပ်ဖြစ်၍ နောက်ဆုံး 3 ထည်၏ ပျမ်းမျှတန်ဖိုးသည် 110 ကျပ်ဖြစ်သော် စတုတ္ထမြောက် အင်္ကျီ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$\begin{aligned}
 \text{အင်္ကျီ 6 ထည်၏ တန်ဖိုးပေါင်း} &= 120 \times 6 = 720 \text{ ကျပ်} \\
 \text{ပထမဆုံး 4 ထည်၏ တန်ဖိုးပေါင်း} &= 130 \times 4 = 520 \text{ ကျပ်} \\
 \text{နောက်ဆုံး 3 ထည်၏ တန်ဖိုးပေါင်း} &= 110 \times 3 = 330 \text{ ကျပ်} \\
 \text{အင်္ကျီ 7 ထည်၏ တန်ဖိုးပေါင်း} &= 520 + 330 \\
 &= 850 \text{ ကျပ်} \\
 \therefore \text{စတုတ္ထမြောက်အင်္ကျီတန်ဖိုး} &= 850 - 720 \\
 &= 130 \text{ ကျပ်}
 \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (14.5)

1. အတန်းတစ်တန်းရှိ ကျောင်းသား 14 ယောက်တို့၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 12 နှစ်၊ နောက် 14 ယောက်တို့၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 15 နှစ်နှင့် ကျန် 22 ယောက်တို့၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 14 နှစ်ဖြစ်သော် ကျောင်းသားအားလုံး၏ ပျမ်းမျှအသက်ကို ရှာပါ။
2. အတန်းတစ်တန်းရှိ ကျောင်းသား 40 တို့၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 16.95 ဖြစ်၏။ လူသစ်တစ်ယောက်တိုးလာသည့်အတွက် အားလုံး၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 16 နှစ်သို့ ကျဆင်းသွား၏။ ကျောင်းသားသစ်၏ အသက်ကိုရှာပါ။
3. ဘောပင်များကို ရောင်းရာတွင် တစ်ချောင်းလျှင် ပျမ်းမျှ 2 ကျပ်အနှုံးနှင့် 10 ချောင်း၊ ပျမ်းမျှ 1 ကျပ်အနှုံးနှင့် 12 ချောင်း ရောင်းလိုက်သော် အားလုံးပေါ်မှ တစ်ချောင်း၏ ပျမ်းမျှအနှုံးကို ရှာပါ။
4. စက်ဘီးဧရောင်းသူတစ်ယောက်သည် ပထမအစင်း 10 စင်းမှ တစ်စင်းလျှင် ပျမ်းမျှ 10 ကျပ်နှုံး၏။ သို့သော် ကျန်စက်ဘီးအစင်း 40 မှ တစ်စင်းလျှင် ပျမ်းမျှ 20 ကျပ် မြတ်သော် စက်ဘီးအားလုံးပေါ်မှ တစ်စင်း၏ ပျမ်းမျှအမြတ်ကို ရှာပါ။
5. 10 နှစ်ရှိသော ကလေးတစ်ယောက်၏ နေရာတွင် အခြားကလေးတစ်ယောက်ကို အစားသွင်းက ကလေး 10 ယောက်၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 6 လစီ လျော့လိမ့်မည်။ အစားသွင်းသော ကလေး၏ အသက်ကို ရှာပါ။
6. 20 ကျပ်တန်သော ဘောပင်တစ်ချောင်းအစား အခြားဘောပင်တစ်ချောင်းကို ဝယ်လျှင် ဘောပင် 5 ချောင်း၏ ပျမ်းမျှဝယ်စျေးသည် 1 ကျပ်စီ တိုးလိမ့်မည်။ အစားဝယ်သော ဘောပင်တစ်ချောင်း တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

7. လူကလေး 10 ယောက်၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 13 နှစ်ဖြစ်၏။ ပထမဆုံး 5 ယောက်၏ပျမ်းမျှ အသက်သည် 12 နှစ်ဖြစ်၍ နောက်ဆုံး 6 ယောက်၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 14 နှစ်ဖြစ်၏။ ပဉ္စမမြောက်ကလေး၏ အသက်ကိုရှာပါ။
8. မီးရထားတစ်စင်းသည် 4 နာရီခရီးတစ်ခုကို ပျမ်းမျှ 1 နာရီ 15 မိုင်နှုန်းမောင်းနှင်၏။ ပထမဆုံး 2 နာရီ၏ ပျမ်းမျှ 1 နာရီနှုန်းသည် 20 မိုင်ဖြစ်ပြီး နောက်ဆုံး 3 နာရီ၏ ပျမ်းမျှ 1 နာရီနှုန်းသည် 12 မိုင်ဖြစ်သော် ဒုတိယမြောက် နာရီတွင် အသွားနှုန်းကို ရှာပါ။
9. ပထမအမျိုးအစား ကိန်း 5 လုံး၏ ပေါင်းခြင်းသည် 90၊ ဒုတိယအမျိုးအစားကိန်း 6 လုံး၏ ပေါင်းခြင်းသည် 150၊ တတိယအမျိုးအစားကိန်း 7 လုံးတို့၏ ပေါင်းခြင်းသည် 120 ဖြစ်သော် ထိုကိန်းတို့၏ ပျမ်းမျှခြင်းကို ရှာပါ။
10. တနင်္လာ၊ အင်္ဂါ၊ ဗုဒ္ဓဟူးနှင့် ကြာသပတေးတို့၏ ပျမ်းမျှအပူချိန်သည် 60° ရှိ၏။ အင်္ဂါ၊ ဗုဒ္ဓဟူး၊ ကြာသပတေး၊ သောကြာနေ့တို့၏ အပူချိန်သည် 63° ရှိ၏။ တနင်္လာနှင့်သောကြာနေ့ အပူချိန်အချိုးသည် 21 : 25 ဖြစ်သော် ထိုနေ့နှစ်နေ့၏ အပူချိန်အသီးသီးကို ရှာပါ။

အခန်း (15) လူမှုရေးသင်္ချာ

15.1 မက်ထရစ်စနစ်

မက်ထရစ်စနစ်သည် 10 နှင့် 10 ၏ ထပ်ကိန်းများဖြင့် ရေတွက်တိုင်းထွာခြင်းပြုသည့် ဒဿမစနစ်ပင်ဖြစ်သည်။ ကျွန်ုပ်တို့ သိကျွမ်းခဲ့သည့် မက်ထရစ်စနစ်ဆိုင်ရာ ရှေ့ဆွယ်စကားလုံး (Prefix) များအနက်၊ ဒက်ဆီ (deci)၊ စင်တီ (centi) နှင့် မီလီ (mili) တို့သည် လက်တင်ဘာသာစကားမှ ဆင်းသက်လာခြင်းဖြစ်ပြီး ဒက်ကာ (deca)၊ ဟက်တို (hecto) နှင့် ကီလို (kilo) တို့သည် ဂရိစကားမှ ဆင်းသက်လာခြင်းဖြစ်သည်။ မီဂါဝပ် (megawatt) နှင့် မီဂါတန် (megaton) မှာ ကဲ့သို့ mega သည် 1000000 ကိုလည်းကောင်း၊ Microsecond မှာ ကဲ့သို့ မိုက်ကရို (Micro) သည် $\frac{1}{1000000}$ ကိုလည်းကောင်း ဆိုလိုသည်။ အလျား၊ အလေးချိန်နှင့် ထုထည်တို့ကို တိုင်းတာခြင်းနှင့် ပတ်သက်၍ မက်ထရစ်တွင် အသုံးပြုသော ယူနစ်များမှာ အောက်ပါအတိုင်း ဖြစ်သည်။

“မက်ထရစ်ဆိုင်ရာ ယူနစ်များ ဆက်သွယ်ချက်ပြ ဇယား”

	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
ရှေ့ဆွယ်စကား	kilo	hecto	deca		deci	centi	milli
အတိုကောက်	k	h	da		d	c	m
အလျား	kilo-metre (km)	hecto-metre (hm)	deca-metre (dkm)	metre (m)	deci-metre (dm)	centi-metre (cm)	milli-metre (mm)
အလေးချိန်	kilo-gramme (kg)	hecto-gramme (hg)	deca-gramme (dag)	gramme (g)	deci-gramme (dg)	centi-gramme (cg)	milli-gramme (mg)
ထုထည်	kilo-litre (kℓ)	hecto-litre (hℓ)	deca-litre (daℓ)	litre (ℓ)	deci-litre (dℓ)	centi-litre (cℓ)	milli-litre (mℓ)

(အလျား၊ အလေးချိန်နှင့် ထုထည်တို့တွင် အထက်ပါယူနစ်များ တစ်ခုနှင့်တစ်ခု ဆက်သွယ်ပုံမှာ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်သည်။)

အလျားတိုင်

1 millimetre (mm)	=	0.001 m	
10 millimetre	=	1 centimetre (cm)	= 0.01 m
10 centimetre	=	1 decimetre (dm)	= 0.1 m
10 decimetre	=	1 metre (m)	= 1 m
10 metre	=	1 decametre (dkm)	= 10 m
10 decametre	=	1 hectometre (hm)	= 100 m
10 hectometre	=	1 kilometre (km)	= 1000 m

အလေးချိန်

1 milligramme (mg)	=	0.001 gram (g)
10 mg	=	1 centigramme (cg) = 0.01 g
10 cg	=	1 decigramme (dg) = 0.1 g
10 dg	=	1 gramme (g) = 1 g
10 g	=	1 decagramme (dag) = 10 g
10 dag	=	1 hectogramme (hg) = 100 g
10 hg	=	1 kilogramme (kg) = 1000 g
	=	1 metric tonne = 1000 kg

ထုထည်

1 millilitre (m ℓ)	=	0.001 litre (ℓ)
10 mℓ	=	1 centilitre (cℓ) = 0.01 ℓ
10 cℓ	=	1 decilitre (dℓ) = 0.1 ℓ
10 dℓ	=	1 litre (ℓ) = 1 ℓ
10 ℓ	=	1 decalitre (daℓ) = 10 ℓ
10 daℓ	=	1 hectolitre (hℓ) = 100 ℓ
10 hℓ	=	1 kilolitre (kℓ) = 1000 ℓ

ကုဗမီတာ (cubic metre) = 1000 litres

$1\text{m}^3 = 1000 \ell$

လီတာ (litres) = 1000 ကုဗစင်တီမီတာ (cubic centimetres)

$1 \ell = 1000 \text{cm}^3$

မီလီမီတာ (millimetre) = 1 ကုဗစင်တီမီတာ

$1 \text{m}\ell = 1 \text{cm}^3$

ရေ 1 ℓ သည် 1 kg လေးသည်။

တစ်ဖန်နိုင်ငံအချို့ရှိ ငွေကြေးစနစ်တွင်လည်း 10 ကို အခြေခံထားကြောင်းအောက်ပါအတိုင်း တွေ့ရသည်။

ပြင်သစ်	100 centimes	=	1 franc
အမေရိကန်တွင်	100 cents	=	1 dollar
နော်ဝေးတွင်	100 ore	=	1 krone
ဂျာမဏီတွင်	100 pfennige	=	1 Mark

ဥပမာ (1) 98375 mm ကို metres ဖြင့် ပြပါ။

$$1000 \text{ mm} = 1 \text{ m}$$

$$98375 \text{ mm} = \frac{98375}{1000} \text{ m} = 98.375 \text{ m}$$

ဥပမာ (2) 5397 mg ကို grams ဖွဲ့ပါ။

$$1000 \text{ mg} = 1 \text{ g}$$

$$5397 \text{ mg} = \frac{5397}{1000} \text{ g} = 5.397 \text{ g}$$

ဥပမာ (3) 2.56 kg ကို gram ဖွဲ့ပါ။

$$1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$$

$$2.56 \text{ kg} = 1000 \times 2.56 = 2560 \text{ g}$$

ဥပမာ (4) 5.4 tonnes ကို kilograms ဖွဲ့ပါ။

$$5.4 \text{ tonnes} = 5.4 \times 1000 \text{ kg}$$

$$= 5400 \text{ kg}$$

ဥပမာ (5) အလျာ 23 m 20 cm၊ အနံ 16 m 5 cm နှင့် အနက် 2 m 25 cm ရှိသောထောင့်မှန် စတုဂံပုံ ရေလှောင်ကန်တွင် အများဆုံးဝင်ဆုံးသော

(a) ရေ လီတာပေါင်း

(b) ရေ အလေးချိန်ရှာပါ။

(a) ရေထုထည် $= 23.20 \times 16.05 \times 2.25 \text{ m}^3$
 $= 23.2 \times 16.05 \times 2.25 \times 1000 \ell$
 $= 837810 \ell$

(b) ရေ အလေးချိန် $= 837810 \times 1 \text{ kg} = 837810 \text{ kg}$

လေ့ကျင့်ခန်း (15.1)

1. အောက်ပါတို့ကို မီတာ (m) ဖြင့် ပြပါ။

(a) 5.63 kg	(b) 0.68 km
(c) 19.698 km	(d) 592 cm
(e) 68 cm	(f) 6395 mm
(g) 73 hm	(h) 4597 cm
(i) 798 dm	(j) 5 dam

2. အောက်ပါတို့ကို ကီလိုမီတာ (km) ဖြင့် ပြပါ။

(a) 9753 m	(b) 259 m
(c) 58 m	(d) 2985 cm
(e) 790685 mm	

3. အောက်ပါတို့ကို ကီလိုဂရမ်ဖြင့် ပြပါ။

(a) 530 g	(b) 35000 g
(c) 2473 mg	(d) 597600 mg
(e) 436 dag	(f) 3 kg 25 g

4. 18200 kg ကို tonnes ဖြင့် ပြပါ။

5. 19.4 tonnes ကို kilograms ဖြင့် ပြပါ။

6. လီတာဖြင့် ပြပါ။

(a) 2 dℓ	(b) 2hℓ 15ℓ	(c) 32.5 hℓ
----------	-------------	-------------

7. ဟက်တိုလီတာဖြင့် ပြပါ။

(a) 435 ℓ	(b) 158 daℓ	(c) 700 dℓ
-----------	-------------	------------

8. ကီလိုလီတာဖြင့် ပြပါ။

(a) 70 hℓ	(b) 704851 ℓ	(c) 85 daℓ
-----------	--------------	------------

9. အောက်ပါငွေကြေးတို့ကို Mark ဖြင့် ပြပါ။

(a) 3 marks 25 pfennige	
(b) 874 marks 6 pfennige	

10. အောက်ပါငွေကြေးတို့ကို အမေရိကန်ဒေါ်လာဖြင့် ပြပါ။

(a) 25 dollars 85 cents	(b) 235 dollars 55 cents
-------------------------	--------------------------

11. စာအုပ်တစ်အုပ်ကို 3 dollars 35 cents ပေးရလျှင်၊ cents အားဖြင့် မည်မျှနည်း

12. မီးရထားလက်မှတ်တစ်စောင်သည် 5 francs 85 centimes ပေးရလျှင်
 (a) centimes မည်မျှနည်း။ (b) francs မည်မျှနည်း။

13. အောက်ပါဇယားသည် ကလေး 8 ဦး၏ အရပ်များကို ဖော်ပြသည်။

မောင်ထင်ဇော်	144 cm	မမိုးမိုး	129 cm
မောင်လှအောင်	151 cm	မောင်ကျော်ကျော်	155 cm
မလှလှ	120 cm	မောင်မောင်	160 cm
မောင်ဇော်	145 cm	မောင်မျိုးအောင်	164 cm

- (a) ကလေးအားလုံး၏ စုစုပေါင်းအရပ်အရှည်ကို မီတာ (m) ဖြင့် လည်းကောင်း၊ စင်တီမီတာ(cm) ဖြင့်လည်းကောင်း ပြပါ။
- (b) ကလေး 8 ဦး၏ ပျမ်းမျှအရပ်အမြင့်ကို ရှာပါ။
- (c) အဆိုပါအုပ်စုတွင် မည်သည့်ကလေးသည်ပျမ်းမျှအရပ်အမြင့်နှင့်အနီးဆုံးဖြစ်သနည်း။
- (d) ပျမ်းမျှအရပ်အမြင့်အောက်တွင် ရှိသော ကလေးတို့ကို ရှာပါ။
- (e) ပျမ်းမျှအရပ်အမြင့်အထက်တွင်ရှိသော ကလေးတို့ကို ရှာပါ။

14. အားကစားသမားတစ်ဦးသည် အလျား 110 m၊ အနံ 80 m ရှိသော ကွင်းကို နှစ်ပတ်ပတ်၍ ပြေးခဲ့လျှင် ထိုသူသည် 1 km ပြည့်ရန် မည်မျှသာ လိုတော့သနည်း။

15. ဆီ 2h ℓ ရှိသော စည်တစ်ခုအတွင်းမှ 65 c ℓ ဝင်ခွက်ဖြင့် ဆီခြင်လျှင် အကြိမ်မည်မျှ ခြင်တွယ်ရမည်နည်း။ ဆီမည်မျှ ကျန်မည်နည်း။

16. 225 kg ရှိသော ပစ္စည်းတစ်ခုကို 2.2 g လေးသော အထုပ်ငယ်များ ခွဲထုပ်လျှင် အထုပ်မည်မျှ ရမည်နည်း။

မက်ထရစ်နှင့် အင်္ဂလိပ်အတိုင်းအတာများ နှိုင်းယှဉ်ချက်

1 inch	=	2.54 centimetres
1 metre	=	39.37 inches
1 yard	=	0.914 metre
5 miles	=	8 kilometres
1 pound	=	0.454 kilogramme
1 kilogramme	=	2.2 pounds
1 ton	=	1017 kilogramme
1 pint	=	0.57 litre

ဥပမာ (1) 120 m ရှည်သော ဝါယာကြိုးတစ်ချောင်းသည် ပေအားဖြင့် မည်မျှရှည်သနည်း။

$$(1 \text{ m} = 39.37 \text{ လက်မ})$$

$$1 \text{ m} = 39.37 \text{ လက်မ}$$

$$120 \text{ m} = \frac{120 \times 39.37}{12} \text{ ပေ}$$

$$\therefore 120 \text{ m} = 393.7 \text{ ပေ}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (15.2)

1. 6 လက်မရှည်သော မျဉ်းတစ်ကြောင်း၏ အလျားကို cm ဖြင့် ပြပါ။
2. 100 m အပြေးပြိုင်ပွဲသည် ကိုက်အားဖြင့် မည်မျှရှည်သော အပြေးပြိုင်ပွဲ ဖြစ်သနည်း။
3. P မှ Q သို့ 280 km၊ Q မှ R သို့ 472 km၊ R မှ S သို့ 448 km ဝေး၏။ P မှ S သို့ Q, R တို့ကို ဖြတ်သွားသည့် အကွာအဝေးစုစုပေါင်းကို (a) မီတာ (m) ဖြင့် လည်းကောင်း၊ (b) မိုင်ဖြင့်လည်းကောင်း ပြပါ။
4. ဓာတ်ဆီ $6\frac{1}{2}$ ဂါလန်ဝင်ဆုံးသော ပုံးတစ်ခုသည် လီတာအားဖြင့် မည်မျှဝင်ဆုံးသနည်း။
5. သေတ္တာတစ်ခုသည် 15 kg လေးသော် ပေါင်အားဖြင့် မည်မျှလေးသနည်း။
6. ထင်းရှူးသေတ္တာတစ်ခုတွင် တစ်ဘူးလျှင် 1 ပေါင် 8 အောင်စ လေးသော အသားဘူး 72 ဘူး ပါရှိ၏။ ဘူးအားလုံး၏ အလေးချိန်ကို kilogram ဖြင့် ပြပါ။
7. အောက်ပါတို့ကို cm ဖြင့် ပြပါ။
(a) 1 ပေ 3 လက်မ (b) 9.8 လက်မ
8. 440 ကိုက်ကို 1 km ၏ ဒသမအစိတ်အပိုင်းအဖြစ် ပြပါ။
9. 240 g လေးသော ထုပ်တစ်ထုပ်သည် အောင်စမည်မျှ လေးသနည်း။
10. မီတာ 500 ပြေးပွဲနှင့် 1 မိုင် ပြေးပွဲတို့တွင် မည်သည်က မီတာအားဖြင့် မည်မျှဝေးသနည်း။

15.2 အရှုံးအမြတ်

အရေအတွက် ကိန်းဂဏန်းတစ်ခုသည် တိုးလာသည်ဖြစ်စေ၊ လျော့သွားသည်ဖြစ်စေ၊ မည်မျှ တိုးသည် လျော့သည်ကို သိစေရန် မူလအရေအတွက်၏ ရာခိုင်နှုန်းဖြင့် ပြနိုင်သည်။

လူဦးရေ အတိုးအလျော့ကိုလည်းကောင်း၊ ထွက်ကုန်သီးနှံ အတိုးအလျော့ကိုလည်းကောင်း ရာခိုင်နှုန်းဖြင့် ပြနိုင်သည်။ ကုန်သွယ်ရေးနှင့် အရောင်းအဝယ်ကိစ္စများတွင်လည်း အရှုံးအမြတ်ကို ရာခိုင်နှုန်းဖြင့် ပြသည်။

အရောင်းအဝယ်ကိစ္စများ၌ ပစ္စည်းတစ်ခု၏ ရောင်းဈေး (သို့မဟုတ်) ရောင်းရငွေသည် ဝယ်ဈေး (သို့မဟုတ်) ဈေးရင်းထက်များခဲ့လျှင် မြတ်သည်ဟု ဆိုသည်။

$$\text{အမြတ်} = \text{ရောင်းဈေး} - \text{ဈေးရင်း} \quad \text{ဖြစ်သည်။}$$

ထိုနည်းတူ ရောင်းဈေး (ရောင်းရငွေ)သည် ဝယ်ဈေး (ဈေးရင်း)ထက် နည်းခဲ့လျှင် ရှုံးမည် ဖြစ်သည်။

$$\text{အရှုံး} = \text{ဈေးရင်း} - \text{ရောင်းဈေး} \quad \text{ဖြစ်သည်။}$$

အရှုံးအမြတ်ကိစ္စတို့ကို တစ်ခုနှင့်တစ်ခု နှိုင်းယှဉ်ရာတွင် လွယ်ကူစေရန် ရာခိုင်နှုန်းဖြင့် ဖော် ပြနိုင်သည်။ အရှုံးအမြတ် ရာခိုင်နှုန်းကို ဝယ်ဈေး (သို့မဟုတ်) ဈေးရင်းပေါ်တွင် မူတည်တွက်ချက် သည်။

ဥပမာ (1) 25 ကျပ်ဖြင့် ဝယ်ယူထားသော ပစ္စည်းတစ်ခုကို 30 ကျပ်ဖြင့်ရောင်းလျှင် ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှမြတ်သနည်း။

$$\begin{aligned} \text{ဈေးရင်း} &= 25 \text{ ကျပ်} \\ \text{ရောင်းဈေး} &= 30 \text{ ကျပ်} \\ \text{အမြတ်} &= 30 \text{ ကျပ်} - 25 \text{ ကျပ်} \\ &= 5 \text{ ကျပ်} \\ \text{ဈေးရင်း 25 ကျပ်တွင် အမြတ် 5 ကျပ်} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ဈေးရင်း 100 ကျပ်တွင် အမြတ်} &= \frac{100 \times 5}{25} \\ &= 20\% \\ &\therefore \text{အမြတ် } 20\% \end{aligned}$$

ဥပမာ (2) 120 ကျပ်ဖြင့် ဝယ်ထားသော ပစ္စည်းတစ်ခုကို 90 ကျပ်နှင့်ရောင်းသော် ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှ ရှုံးသနည်း။

ဈေးရင်း = 120 ကျပ်

ရောင်းဈေး = 90 ကျပ်

အရှုံး = 120 ကျပ် - 90 ကျပ်

= 30 ကျပ်

ဈေးရင်း 120 ကျပ်တွင် အရှုံး 30 ကျပ်

$$\therefore \text{ဈေးရင်း 100 ကျပ်} \quad \parallel \quad = \frac{100}{120} \times 30$$

$$= 25\%$$

\therefore အရှုံး 25 %

ဥပမာ (3) 250 ကျပ်ဖြင့်ဝယ်ထားသော ပစ္စည်းတစ်ခုကို 10% မြတ်ရန် မည်သည့်ဈေးဖြင့် ရောင်းရမည်နည်း။

ဝယ်ဈေး = 100 ကျပ်ဖြစ်ပါစေ။

အမြတ် = 10 ကျပ်

ရောင်းဈေး = 110 ကျပ်

ဝယ်ဈေး 100 ကျပ်ဖြစ်လျှင် ရောင်းဈေး 110 ကျပ်

ဝယ်ဈေး 250 ကျပ်ဖြစ်လျှင် ရောင်းဈေး = $\frac{250}{100} \times 110$ ကျပ်

= 275 ကျပ်

\therefore ဈေးရင်း 275 ကျပ်

ဥပမာ (4) 225 ကျပ်ဖြင့်ရောင်းလိုက်သော ပစ္စည်းတစ်ခုသည် $12\frac{1}{2}\%$ မြတ်သော် ဈေးရင်းကိုရှာပါ။

ဈေးရင်း = 100 ကျပ်ဖြစ်ပါစေ။

အမြတ် = $12\frac{1}{2}$ ကျပ်

ရောင်းဈေး = $112\frac{1}{2}$ ကျပ်

ရောင်းဈေး $112\frac{1}{2}$ ကျပ်ဖြစ်လျှင် ရင်းငွေ 100 ကျပ်

\therefore ရောင်းဈေး 225 ကျပ်ဖြစ်လျှင် ရင်းငွေ = $\frac{225}{112\frac{1}{2}} \times 100$

= $\frac{225 \times 2 \times 100}{225}$

= 200 ကျပ်

\therefore ရောင်းဈေး 200 ကျပ်

လေ့ကျင့်ခန်း (15.3)

1. အောက်ပါတို့တွင် အမြတ်ရာခိုင်နှုန်း (သို့မဟုတ်) အရှုံးရာခိုင်နှုန်းကို ရှာပါ။

	ဝယ်ဈေး	ရောင်းဈေး
(a)	36 ကျပ်	30 ကျပ်
(b)	54 ကျပ်	45 ကျပ်
(c)	250 ကျပ်	300 ကျပ်

2. အောက်ပါတို့၏ ရောင်းဈေးကို ရှာပါ။

(a)	ငွေရင်း 330 ကျပ်	အမြတ် $33\frac{1}{3}\%$
(b)	ငွေရင်း 220 ကျပ်	အမြတ် 44 %
(c)	ငွေရင်း 126 ကျပ်	အရှုံး $33\frac{1}{3}\%$

3. အောက်ပါတို့မှ ဈေးရင်းကို ရှာပါ။

(a)	ရောင်းရငွေ 184 ကျပ်	အမြတ် 15 %
(b)	ရောင်းရငွေ 99 ကျပ်	အမြတ် 10 %
(c)	ရောင်းရငွေ 84 ကျပ်	အရှုံး $33\frac{1}{3}\%$

4. ပစ္စည်းတစ်ခုကို ငွေ 1800 ကျပ်နှင့်ဝယ်ခဲ့ပြီး 2000 ကျပ်နှင့်ရောင်းသော် ရာခိုင်နှုန်းမည်မျှ မြတ်သနည်း။ 1500 ကျပ်နှင့်ရောင်းသော် ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှရှိသနည်း။

5. ကြော့ပန်းကန် 6 ချပ်ကို 50 ကျပ်ဖြင့်ဝယ်၍ 5 ချပ်ကို 60 ကျပ်ဖြင့် ရောင်းသော် အမြတ် (သို့မဟုတ်) အရှုံးရာခိုင်နှုန်း မည်မျှဖြစ်သနည်း။

6. ဆိုင်တစ်ဆိုင်တွင် 9000 ကျပ်ဖိုးရှိပစ္စည်းများကို ဝယ်ယူပြီးပြန်လည်ရောင်းချရာ 10956 ကျပ် ရရှိ၏။ အထွေထွေ ကုန်ကျစရိတ် 900 ကျပ်ဖြစ်သော် ရာခိုင်နှုန်းမည်မျှ မြတ်သနည်း။

7. သံပရာသီးအလုံး 1500 ကို 225 ကျပ်ဖြင့်ဝယ်၍ အလုံး 100 လျှင် 20 ကျပ်ဈေးနှုန်းနှင့် ရောင်းသော် ငွေမည်မျှ မြတ်သနည်း။ အမြတ်ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှနည်း။

8. ကလေးစီးစက်ဘီးတစ်စီးကို 4050 ကျပ်နှင့်ရောင်းလျှင် 25% မြတ်မည်။ အကယ်၍ ထိုပစ္စည်းကို 450 ကျပ် လျော့ရောင်းလျှင် ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှမြတ်သနည်း။

9. ပစ္စည်းတစ်ခုကို $4\frac{1}{2}\%$ အရှုံးခံ၍ ရောင်းရာ 12 ကျပ်ရှုံးသော် ထိုပစ္စည်း၏ မူလဝယ်ဈေးကို ရှာပါ။

10. နာရီတစ်လုံးကို 150 ကျပ်နှင့်ဝယ်၍ပြုပြင်ပြီး 190ကျပ်နှင့် ပြန်ရောင်း၏။ ပြင်ဆင်ခ 35 ကျပ် ဖြစ်သော် အမြတ်ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှဖြစ်သနည်း။

15.2.1 အရှုံးအမြတ်ဆိုင်ရာ အထွေထွေပုစ္ဆာများ

ဥပမာ (1) ပစ္စည်းတစ်ခုကို 300 ကျပ်နှင့်ရောင်းလျှင် 25% မြတ်မည်။ 40% မြတ်ရန် မည်သည့် ဈေးဖြင့် ရောင်းရမည်နည်း။

ဝယ်ဈေး = 100 ကျပ် ဖြစ်ပါစေ။

အမြတ် = 25 ကျပ်

ရောင်းဈေး = 125 ကျပ်

ရောင်းဈေး 125 ကျပ်ဖြစ်လျှင် ဝယ်ဈေး 100 ကျပ်

$$\therefore \text{ရောင်းဈေး 300 ကျပ်ဖြစ်လျှင် ဝယ်ဈေး} = \frac{300}{125} \times 100$$

$$= 240 \text{ ကျပ်}$$

$$\therefore \text{ဝယ်ဈေး} = 240 \text{ ကျပ်}$$

အမြတ် = 40 ကျပ်၊ ရောင်းဈေး = 140 ကျပ်

ဝယ်ဈေး 100 ကျပ်ဖြစ်လျှင် ရောင်းဈေး = 140 ကျပ်

$$\parallel \quad 240 \quad \parallel \quad = \frac{240}{100} \times 140$$

$$= 336 \text{ ကျပ်}$$

$$\therefore \text{ရောင်းဈေး} = 336 \text{ ကျပ်}$$

ဥပမာ (2) အိမ်တစ်လုံးကို A သည် B သို့ 20% အမြတ်ဖြင့် ရောင်း၏။ B သည် C သို့ 20% အရှုံးဖြင့် ပြန်ရောင်း၏။ C သည် D သို့ ပြန်ရောင်းရာ 50% ရှုံး၏။ D ၏ ဝယ်ဈေးသည် 24000 ကျပ်ဖြစ်သော် A ၏ ဝယ်ရင်းဈေးကို ရှာပါ။

A ၏ ဝယ်ဈေး = 100 ကျပ် ဖြစ်ပါစေ။

\therefore A ၏ ရောင်းဈေး 120 ကျပ် (သို့မဟုတ်) B ၏ ဝယ်ဈေး 120 ကျပ်

B သည် 100 ကျပ်ဖြင့်ဝယ်၍ 80 ကျပ်နှင့်ရောင်း၏။

$$\parallel \quad 120 \text{ ကျပ်ဖြင့်} \parallel \quad \frac{120}{100} \times 80 = 96 \text{ ကျပ် (C ၏ ဝယ်ဈေး)}$$

C သည် 100 ကျပ်ဖြင့်ဝယ်၍ 50 ကျပ်နှင့်ရောင်း၏။

$$\therefore \parallel \quad 96 \text{ ကျပ်ဖြင့်} \parallel \quad \frac{96}{100} \times 50 = 48 \text{ ကျပ် (D ၏ ဝယ်ဈေး)}$$

D သည် 48 ကျပ်ဖြင့်ဝယ်လျှင် မူလဈေး 100 ကျပ် ဖြစ်၏။

$$\therefore \quad 24000 \parallel \quad \parallel \quad = \frac{24000}{48} \times 100$$

$$= 50000 \text{ ကျပ်}$$

$$\therefore \text{ A ၏ ဝယ်ဈေး} = 50000 \text{ ကျပ်}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (15.4)

- (a) ပန်းကန်တစ်ချပ်ကို 10 ကျပ်ဖြင့်ရောင်းလျှင် 10% မြတ်၏။ 21% မြတ်ရန် မည်မျှနှင့် ရောင်းရမည်နည်း။
- (b) စာအုပ်တစ်အုပ်ကို 3.90 ကျပ်ဖြင့်ရောင်းလျှင် 17 % မြတ်၏။ 20 % မြတ်ရန် မည်သည့်နှုန်းဖြင့် ရောင်းရမည်နည်း။
- (c) နာရီတစ်လုံးကို 570 ကျပ်ဖြင့်ရောင်းသော် 5 % ရှုံး၏။ 5 % မြတ်ရန် ထိုပစ္စည်းကို မည်သည့်ဈေးဖြင့် ရောင်းရမည်နည်း။
- (d) ဘောပင်တစ်ချောင်းကို 54 ကျပ်ဖြင့်ရောင်းလျှင် 10 % ရှုံး၏။ 10 % မြတ်လိုလျှင် မည်မျှဖြင့် ရောင်းရမည်နည်း။

ပစ္စည်းတစ်ခုကို 29 ကျပ်ဖြင့်ရောင်းလျှင် 16 % မြတ်မည်။ သို့သော် ပစ္စည်းဈေးကျသည့်အချိန် မှ ရောင်းသဖြင့် 16 % ရှုံး၏။ ရောင်းဈေးကို ရှာပါ။

A သည် ပစ္စည်းတစ်ခုကို 5 % အမြတ်ဖြင့် B သို့ရောင်း၏။ B သည် C သို့ 10 % အမြတ် ဖြင့် ရောင်းပြန်၏။ C သည် ထိုပစ္စည်းကို 152 ကျပ်ဖြင့်ဝယ်သော် A ၏ ဝယ်ရင်းဈေးကို ရှာပါ။

ဦးအေးသည် ပစ္စည်းတစ်ခုကို 5 % အမြတ်ဖြင့် ဦးဘသို့ရောင်း၏။ ဦးဘသည် ထိုပစ္စည်းကို ဦးစိန်သို့ 5 % အနှုံးဖြင့် ရောင်း၏။ ဦးစိန်၏ ဝယ်ဈေးမှာ 27.93 ကျပ်ဖြစ်သော် ဦးအေး ၏ ဝယ်ရင်းဈေးကို ရှာပါ။

မောင်မောင်သည် ကုလားထိုင်တစ်လုံးကို 40 ကျပ်နှင့်ဝယ်၍ မောင်သော်အား 5 % အမြတ် တင်ရောင်း၏။ မောင်သော်က မောင်မော်အား 4 % အနှုံးခံ ရောင်းလိုက်လျှင် မောင်မော် သည် ထိုပစ္စည်းကို မည်မျှနှင့် ဝယ်သနည်း။

A သည် စာအုပ်တစ်အုပ် 500 ကျပ်နှင့်ဝယ်ထားပြီး B အား 10 % အနှုံးခံရောင်း၏။ B က C အား 16 % အနှုံးခံရောင်းပြန်လျှင် C ၏ ဝယ်ဈေးကို ရှာပါ။

ဦးအောင်တော်သည် အိမ်တစ်လုံးကို ဆောက်လုပ်ပြီး ဦးမောင်ကျော်အား 20 % အမြတ်လင် ရောင်းလိုက်၏။ ဦးမောင်ကျော်သည် ထိုအိမ်ကို ဦးကျော်ခေါင်အား 8800 ကျပ်နှင့်ရောင်း လိုက်ရာ $8\frac{1}{3}\%$ ရှုံးသော် ဦးအောင်တော်သည် ထိုအိမ်ဆောက်စဉ်က မည်မျှကုန်ကျသနည်း။

8. ပစ္စည်းတစ်ခုကို 10 % အမြတ်တင်ရောင်းသည်ထက် 15 % အမြတ်တင်ရောင်းလျှင် 3 ကျပ် ပို၍ ရမည်ဆိုလျှင် ထိုပစ္စည်းကို မည်မျှနှင့် ဝယ်ထားသနည်း။

9. လူတစ်ယောက်သည်ပစ္စည်းတစ်ခုကို $6\frac{1}{2}$ % အမြတ်တင်ရောင်း၏။ အကယ်၍ 12.50 ကျပ် ပို၍ရမည်ဆိုလျှင် 19 % မြတ်မည်ဖြစ်၏။ ပစ္စည်း၏ ဝယ်ရင်းဈေးကို ရှာပါ။

15.3 အတိုးရိုးရိုး

ငွေတစ်ရပ်ကို ချေးယူသုံးစွဲခြင်းအတွက် ပေးရသော ချေးယူသုံးစွဲငွေကို အတိုး ဟု ခေါ်ဆိုသည်။ ချေးယူသုံးစွဲသောငွေသည် ငွေရင်းဖြစ်သည်။ အတိုးငွေကို တစ်နှစ်အတွက် ငွေရင်း၏ ရာခိုင်နှုန်းအဖြစ်ပြသည်။

ဥပမာ။ ။ တစ်နှစ်အတွက် 5% တိုးဟုဆိုလျှင် ငွေရင်း 100 ကျပ်ပေါ်တွင် တစ်နှစ်အတွက် အတိုး 5 ကျပ်ဟု ဆိုလိုခြင်းဖြစ်သည်။

အတိုးကို တစ်နှစ်တစ်ကြိမ် ရှင်းသည်။ သို့သော် 6 လတစ်ကြိမ် 3 လတစ်ကြိမ် ကြားဖြတ် အချိန်ကာလ၌ ရှင်းသည်လည်းရှိသည်။ မိမိချေးယူသော ချေးငွေပေါ်တွင် သတ်မှတ်ထားသည့် ရာခိုင်နှုန်းတိုးအရ မည်သည့်အချိန်ကာလအတွက်မဆို တွက်၍ရသောငွေကို အတိုးရိုးရိုး ဟုခေါ်ဆိုလေ့ရှိသည်။ ဥပမာ-ပြည်သူ့ငွေချေးငှာနည်းမှ ထုတ်ချေးသော ငွေများပေါ်တွင် ကောက်ခံသော အတိုးသည် အတိုးရိုးရိုးဖြစ်သည်။

ချေးငွေကိုအရင်း(ငွေရင်း)ဟုခေါ်၍ပြန်ဆပ်သောအခါ အတိုးငွေနှင့်အရင်းငွေ နှစ်ရပ်ပေါင်း ပြန်ဆပ်ရသည်။ ထိုငွေနှစ်ရပ်ပေါင်းကို တိုးရင်းပေါင်းဟု ခေါ်သည်။

$\therefore \text{တိုးရင်းပေါင်း} = \text{ငွေရင်း} + \text{အတိုး} \quad \text{ဖြစ်သည်။}$
--

ဥပမာ (1) တစ်နှစ်လျှင် 8% ဖြင့်ငွေ 450 ကျပ်ပေါ်တွင် 4 နှစ်အတွက် အတိုးရိုးရိုးကို ရှာပါ။
 100 ကျပ်ပေါ်တွင် တစ်နှစ်အတွက် အတိုး = 8 ကျပ်

$$\begin{aligned} \therefore 450 \quad \parallel \quad 4 \text{ နှစ်} \quad \parallel \quad &= \frac{450}{100} \times 4 \times 8 \\ &= 144 \text{ ကျပ်} \\ \therefore \text{အတိုး} &= 144 \text{ ကျပ်} \end{aligned}$$

ဥပမာ (2) 10% တိုးဖြင့် ငွေ 1860 ကျပ်ပေါ်တွင် 14 လ အတွက် အတိုးရိုးရှိကို ရှာပါ။

$$(14 \text{ လ} = \frac{14}{12} \text{ နှစ်})$$

$$\text{ငွေ } 100 \text{ ကျပ် } 1 \text{ နှစ်အတွက် အတိုး} = 10 \text{ ကျပ်}$$

$$\therefore 1860 \parallel \frac{14}{12} \text{ နှစ်} \parallel = \frac{1860}{100} \times \frac{14}{12} \times 10$$

$$= 217 \text{ ကျပ်}$$

\therefore အတိုး 217 ကျပ်

ဥပမာ (3) ငွေ 547.50 ကျပ်ကို တစ်နှစ်လျှင် 4% တိုးဖြင့် ဧပြီလ 8 ရက်နေ့မှ စက်တင်ဘာလ 5 ရက်နေ့အထိ အတိုးရိုးရှိကို ရှာပါ။

(ငွေချေးယူထားသော အချိန်ကာလကို ရက်စွဲဖြင့် ပေးထားသောအခါ ချေးယူသော ရက်နှင့် ပြန်ဆပ်သော ရက်နှစ်ခုအနက် တစ်ရက်တည်းကိုသာ ရေတွက်ရသည်။ အထက်ပါဥပမာ ပုစ္ဆာတွင် ဧပြီလ 8 ရက်ကို ဖယ်၍ စက်တင်ဘာလ 5 ရက်နေ့ကို ထည့်သွင်းရေတွက်သည်။)

$$\text{ဧပြီလ } 8 \text{ ရက်မှ လကုန်အထိ } (30 - 8) = 22 \text{ ရက်}$$

$$\text{မေလ} \quad \quad \quad 31 \text{ ရက်}$$

$$\text{ဇွန်လ} \quad \quad \quad 30 \text{ ရက်}$$

$$\text{ဩဂုတ်လ} \quad \quad \quad 31 \text{ ရက်}$$

$$\text{စင်တင်ဘာလ} \quad \quad \quad 5 \text{ ရက်}$$

$$150 \text{ ရက်}$$

$$150 \text{ ရက်ကို} = \frac{150}{365} \text{ (1 နှစ်} = 365 \text{ ရက်)}$$

$$\text{ငွေ } 100 \text{ ကျပ်ပေါ်တွင် တစ်နှစ်အတွက် အတိုး} = 4 \text{ ကျပ်}$$

$$547 \frac{1}{2} \parallel \frac{150}{365} \parallel = \frac{1095 \times 150 \times 4}{100 \times 2 \times 365} \text{ ကျပ်}$$

$$= 9 \text{ ကျပ်}$$

\therefore အတိုး 9 ကျပ်

ဥပမာ (4) ငွေ 3000 ကျပ်ကို တစ်နှစ်လျှင် 6% တိုးဖြင့် $5\frac{1}{2}$ နှစ်အတွက် တိုးရင်းပေါင်း ငွေကို ရှာပါ။

$$\text{ငွေ } 100 \text{ ကျပ်ပေါ်တွင် တစ်နှစ်အတွက် အတိုး} = 6 \text{ ကျပ်}$$

$$\text{ငွေ } 3000 \parallel 5\frac{1}{2} \text{ နှစ်} \parallel = \frac{3000}{100} \times \frac{11}{2} \times 6$$

$$= 990 \text{ ကျပ်}$$

$$\begin{aligned}
 \text{တိုးရင်းပေါင်း} &= \text{ငွေရင်း} & + & \text{အတိုး} \\
 &= 3000 \text{ ကျပ်} & + & 990 \text{ ကျပ်} \\
 &= 3990 \text{ ကျပ်}
 \end{aligned}$$

∴ တိုးရင်းပေါင်း 3990 ကျပ်

ဥပမာ (5) ငွေ 4400 ကျပ်ကို တစ်နှစ်လျှင် $2\frac{1}{2}\%$ တိုးဖြင့် 3 နှစ် 6 လ အတွက် တိုးရင်းပေါင်း ငွေကို ရှာပါ။

$$\text{ငွေ 100 ကျပ်ပေါ်တွင် တစ်နှစ်အတွက် အတိုး} = 2\frac{1}{2} \text{ ကျပ်}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore 4400 & \parallel 3\frac{6}{12} & \parallel & = \frac{4400}{100} \times \frac{42}{12} \times \frac{5}{2} \\
 & & & = 385 \text{ ကျပ်}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{တိုးရင်းပေါင်း} &= \text{ငွေရင်း} & + & \text{အတိုး} \\
 &= 4400 \text{ ကျပ်} & + & 385 \text{ ကျပ်} \\
 &= 4785 \text{ ကျပ်}
 \end{aligned}$$

∴ တိုးရင်းပေါင်း 4785 ကျပ်

လေ့ကျင့်ခန်း (15.5)

1. အောက်ပါတို့တွင် အတိုးရိုးရိုးကို ရှာပါ။
(အတိုးနှုန်းသည် တစ်နှစ်အတွက် ဖြစ်သည်။)

	ငွေရင်း	အတိုးနှုန်း	အချိန်ကာလ
(a)	350 ကျပ်	3 %	3 နှစ်
(b)	325 ကျပ်	$3\frac{1}{2}\%$	$3\frac{1}{2}$ နှစ်
(c)	547.75 ကျပ်	$4\frac{1}{2}\%$	15 လ

2. အောက်ပါတို့တွင် တိုးရင်းပေါင်းကို ရှာပါ။

(a) တစ်နှစ်လျှင် $3\frac{1}{2}\%$ တိုးနှင့် ငွေ 515 ကျပ် 50 ပြားပေါ်တွင် 5 နှစ်အတွက်၊

(b) တစ်နှစ်လျှင် $3\frac{3}{4}\%$ တိုးနှင့် ငွေ 3060 ကျပ်ပေါ်တွင် 4 နှစ် 4 လ အတွက်၊

3. ငွေ 1200 ကျပ်ကို 4 % တိုးဖြင့်လည်းကောင်း၊ ငွေ 1900 ကျပ်ကို $2\frac{1}{2}$ % တိုးဖြင့်လည်းကောင်း ကျသင့်သော အတိုးတွင် မည်သည်က ပိုရသနည်း။ မည်မျှပိုရသနည်း။
4. 650 ကျပ်ကို တစ်နှစ်လျှင် 6% တိုးဖြင့် ချေးယူပြီး 18 လ ကြာတွင် ပြန်ဆပ်သော် ငွေမည်မျှ ပေးဆပ်ရမည်နည်း။
5. တစ်လလျှင် 2% တိုးဖြင့် ငွေ 120 ကျပ်ကို ချေးယူပြီး 6 လကြာသောအခါ တိုးရင်းပေါင်း 100 ကျပ် ပေးဆပ်ပြီးနောက် ငွေအကြေးပေးဆပ်ရန် မည်မျှကျန်နေသနည်း။
6. ငွေ 50000 ကျပ်ကို $3\frac{1}{2}$ % နှင့်ချေးငှားယူပြီး 6 လ တစ်ကြိမ်ပေးသွင်းသော် အတိုးငွေမည်မျှ ဖြစ်မည်နည်း။ $2\frac{1}{2}$ % နှစ်ကြာသောအခါ ငွေအကြေးပေးဆပ်လျှင်ငွေမည်မျှပေးဆပ်ရမည်နည်း။

15.3.1 ငွေရင်း၊ အချိန်၊ အတိုးနှုန်းတို့ကို ရှာခြင်း

ငွေရင်း၊ အတိုးနှုန်း၊ အချိန်တို့ ပေးထားလျှင် အတိုးကိုရှာနိုင်သည်။ ငွေရင်း၊ အတိုးနှုန်း၊ အချိန်နှင့် အတိုးတို့မှ မည်သည့်သုံးမျိုးမဆို ပေးထားလျှင် ကျန်တစ်မျိုးကို ရှာနိုင်သည်။

ဥပမာ (1) $3\frac{1}{4}$ % နှစ်တွင် $2\frac{1}{2}$ % တိုးဖြင့် အတိုးငွေ 143 ကျပ် ရရန် မည်မျှရင်းရမည်နည်း။
ငွေရင်း 100 ကျပ် ဖြစ်ပါစေ။

ငွေ 100 ကျပ်ပေါ်တွင် 1 နှစ်အတွက် အတိုး $2\frac{1}{2}$ ကျပ်

$$\therefore \quad \parallel \quad 3\frac{1}{4} \text{ နှစ်} \quad \parallel \quad = \frac{13}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{65}{8} \text{ ကျပ်}$$

အတိုးငွေ $\frac{65}{8}$ ကျပ်ရရှိသောအခါ ငွေရင်း 100 ကျပ် ဖြစ်သည်။

$$\therefore \quad \parallel \quad 143 \text{ ကျပ်} \quad \parallel \quad = 143 \times \frac{8}{65} \times 100$$

$$= 1760 \text{ ကျပ်}$$

\therefore ငွေရင်း 1760 ကျပ်

ဥပမာ (2) မည်သည့်ငွေရင်းသည် $5\frac{1}{2}\%$ တိုးဖြင့် 4 နှစ်တွင် တိုးရင်းပေါင်း 488 ကျပ် ဖြစ်လာမည်နည်း။

$$\begin{aligned} \text{ငွေ 100 ကျပ်တွင် 4 နှစ်အတွက် အတိုး} &= 5\frac{1}{2} \times 4 \text{ ကျပ်} \\ &= 22 \text{ ကျပ်} \end{aligned}$$

$$\text{တိုးရင်းပေါင်း} = 100 + 22 = 122 \text{ ကျပ်}$$

တိုးရင်းပေါင်း 122 ကျပ်ဖြစ်လျှင် ငွေရင်း 100 ကျပ်

$$\begin{aligned} \therefore \quad \parallel \quad 488 \text{ ကျပ်} &= \frac{488}{122} \times 100 \\ &= 400 \text{ ကျပ်} \end{aligned}$$

\therefore ငွေရင်း 400 ကျပ်

ဥပမာ (3) တစ်နှစ်လျှင် $4\frac{1}{2}\%$ တိုးဖြင့် ငွေ 280 ကျပ်ကို ချေးလျှင် မည်မျှကြာသောအခါ အတိုးငွေ 63 ကျပ် ရမည်နည်း။

ငွေရင်း 100 ကျပ်ကို အတိုး $\frac{9}{2}$ ကျပ်နှင့် အချိန် 1 နှစ်ကြာ၏။

$$\begin{aligned} \therefore \quad \parallel \quad 280 \text{ ကျပ်} \quad \parallel \quad 63 \quad \parallel &= \frac{100}{280} \times \frac{2}{9} \times 63 \times 1 \\ &= 5 \text{ နှစ်} \end{aligned}$$

\therefore အချိန် 5 နှစ်

ဥပမာ (4) ငွေ 460 ကျပ်ကို အတိုးရိုးရိုးဖြင့်ချေးရာ 1 နှစ် 8 လကြာသောအခါ အတိုး 46 ကျပ်ရ၏။ တစ်နှစ်လျှင် အတိုးနှုန်းမည်မျှ ဖြစ်သနည်း။

ငွေရင်း 460 ကျပ်တွင် $1\frac{8}{12}$ နှစ်အတွက် 46 ကျပ်ရ၏။

$$\begin{aligned} \therefore \quad \parallel \quad 100 \quad \parallel \quad 1 \quad \parallel &= \frac{100}{460} \times \frac{12}{20} \times 46 \\ &= 6\% \end{aligned}$$

\therefore အတိုးနှုန်း 6%

ဥပမာ (5) ငွေတစ်ရပ်ကို 2 နှစ်ချေးသော် တိုးရင်းပေါင်း 545 ကျပ်ဖြစ်လာ၍ 5 နှစ်ချေးသော် တိုးရင်းပေါင်း 612 ကျပ် 50 ပြား ဖြစ်လာသော် ငွေရင်းနှင့် တစ်နှစ်အတွက် အတိုးနှုန်းကို ရှာပါ။

$$5 \text{ နှစ်အတွက် တိုးရင်းပေါင်း} = 612 \text{ ကျပ် } 50 \text{ ပြား}$$

$$2 \text{ နှစ်} \quad \parallel \quad = 546 \text{ ကျပ် } 00 \text{ ပြား}$$

$$3 \text{ နှစ်အတွက် အတိုးငွေ} = 67 \text{ ကျပ် } 50 \text{ ပြား}$$

$$3 \text{ နှစ်အတွက် အတိုး} = 67 \frac{1}{2} \text{ ကျပ်}$$

$$2 \text{ နှစ်အတွက် အတိုး} = \frac{2}{3} \times 67 \frac{1}{2}$$

$$= 45 \text{ ကျပ်}$$

$$2 \text{ နှစ်အတွက် တိုးရင်း} = 545 \text{ ကျပ်}$$

$$2 \text{ နှစ်အတွက် တိုးရင်း} = 45 \text{ ကျပ်}$$

$$\text{ငွေရင်း} \quad \underline{\quad\quad\quad} \quad 500 \text{ ကျပ်}$$

ငွေရင်း 500 ကျပ်ကို 2 နှစ်အတွက် အတိုး 45 ကျပ်

$$\therefore \parallel 100 \text{ ကျပ် } 1 \text{ နှစ်} \parallel = \frac{100}{500} \times \frac{1}{2} \times 45$$

$$= 4 \frac{1}{2} \%$$

$$\therefore \text{အတိုးနှုန်း} 4 \frac{1}{2} \%$$

ငွေရင်း 500 ကျပ်

လေ့ကျင့်ခန်း (15.6)

1. (a) မည့်သည့်ငွေရင်းသည် $3 \frac{1}{2} \%$ တိုးဖြင့် 4 နှစ်တွင် အတိုးရိုးရိုး 77 ကျပ် ရသနည်း။
 (b) 5% တိုးဖြင့် 3 နှစ်တွင် အတိုးရိုးရိုး 75 ကျပ်ရသော် ငွေရင်းသည် မည်မျှဖြစ်သနည်း။
 (c) မည့်သည့်ငွေရင်းသည် 4% တိုးဖြင့် 3 နှစ်တွင် တိုးရင်းပေါင်း 560 ကျပ် ဖြစ်လာမည်နည်း။
 (d) 1 နှစ်လျှင် 9% တိုးဖြင့် 146 ရက်တွင် တိုးရင်းပေါင်း 388 ကျပ် 50 ပြား ဖြစ်လာသော် ငွေရင်းကို ရှာပါ။
2. ငွေတစ်ရပ်ကို နှစ်တိုး $3 \frac{1}{2} \%$ နှင့် ချေးရာ 3 နှစ်အတွက် အတိုး 126 ကျပ်ရရှိသည်။ ၎င်းငွေကို နှစ်တိုး 4% နှစ် 5 နှစ်ချေးလျှင် အတိုးမည်မျှ ရမည်နည်း။
3. ငွေတစ်ရပ်ကို တစ်နှစ်လျှင် $3 \frac{3}{4} \%$ တိုးဖြင့် 16 လ အတွက် ချေး၍ ရရှိသောအတိုးသည် ငွေ 750 ကျပ်ပေါ်တွင် 7% ဖြင့် 5 နှစ်အတွက် ရသောအတိုးနှင့် တူညီသော် ထိုငွေကို ရှာပါ။

4. (a) မည်သည့်ရာခိုင်နှုန်းတိုးသည်ငွေ475ကျပ်ပေါ်တွင်3 နှစ်အတွက် အတိုးငွေ 71ကျပ်25ပြား ရမည်နည်း။
- (b) မည်သည့်ရာခိုင်နှုန်းတိုးဖြင့် ငွေရင်း 106 ကျပ်သည် 3 နှစ်နှင့် 4 လတွင်တိုးရင်းပေါင်း 119.25 ကျပ် ဖြစ်လာမည်နည်း။
- (c) ငွေ 150 ကျပ်ပေါ်တွင် 1 လ အတွက် အတိုး 1.50 ကျပ်ယူသော် မည်သည့်ရာခိုင်နှုန်း တိုး ဖြစ်သနည်း။

5. ငွေရင်း 250 ကျပ်ပေါ်တွင် နှစ်တိုး 3% ဖြင့် 4 နှစ်ချေး၍ရသော အတိုးနှင့် တူညီသော အတိုးရရန် နှစ်တိုး $2\frac{1}{2}\%$ ဖြင့် ငွေမည်မျှကို 6 နှစ် ထုတ်ချေးရမည်နည်း။

6. ငွေတစ်ရပ်ကို ရိုးရိုးအတိုးနှင့် ချေးရာ 2 နှစ်တွင် တိုးရင်းငွေ 872 ကျပ် ဖြစ်လာ၍ 5 နှစ်တွင် တိုးရင်းငွေ 980 ကျပ် ဖြစ်လာသော် အတိုးနှုန်းနှင့် ငွေရင်းကို ရှာပါ။

7. ငွေတစ်ရပ်ကို 3 နှစ်ချေးရာ တိုးရင်းငွေ 220 ကျပ် 50 ပြား ဖြစ်လာ၏။ ထိုငွေကို မူလနှစ်တိုး နှုန်းဖြင့် 5 နှစ်ချေးရာ တိုးရင်းငွေ 236 ကျပ် 25 ပြား ဖြစ်လာသည်။ ငွေရင်းနှင့်အတိုးနှုန်း ကို ရှာပါ။

8. (a) ငွေရင်း 212 ကျပ် 50 ပြားမှ 5% ဖြင့် မည်သည့်အချိန်ကာလတွင် အတိုးငွေ 42 ကျပ် 50 ပြား ရရှိမည်နည်း။
- (b) မည်သည့် အချိန်ကာလတွင် ငွေရင်း 1500 ကျပ်သည် 4% တိုးဖြင့် တိုးရင်းပေါင်း 1575 ကျပ် ဖြစ်လာမည်နည်း။
- (c) ငွေ 117.50 ကျပ်ပေါ်တွင် 5% တိုးဖြင့် အတိုးငွေ 35.25 ကျပ် ရရှိသော အချိန်ကာလ ကို ရှာပါ။

Square from 1 to 10

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	1.00	1.02	1.04	1.06	1.08	1.10	1.12	1.14	1.17	1.19
1.1	1.21	1.23	1.25	1.28	1.30	1.35	1.35	1.37	1.39	1.42
1.2	1.42	1.46	1.49	1.51	1.54	1.56	1.59	1.61	1.64	1.66
1.3	1.69	1.72	1.74	1.77	1.80	1.82	1.85	1.86	1.90	1.93
1.4	1.96	1.99	2.02	2.04	2.07	2.10	2.13	2.16	2.19	2.22
1.5	2.25	2.28	2.31	2.34	2.37	2.40	2.43	2.46	2.50	2.53
1.6	2.56	2.59	2.62	2.66	2.69	2.72	2.76	2.79	2.82	2.86
1.7	2.89	2.92	2.96	2.99	3.03	3.06	3.10	3.13	3.17	3.20
1.8	3.24	3.28	3.31	3.35	3.39	3.42	3.46	3.50	3.53	3.57
1.9	3.61	3.65	3.69	3.72	3.76	3.80	3.84	3.88	3.92	3.96
2.0	4.00	4.04	4.08	4.12	4.16	4.20	4.24	4.28	4.33	4.37
2.1	4.41	4.45	4.49	4.54	4.58	4.62	4.67	4.71	4.75	4.80
2.2	4.84	4.88	4.93	4.97	5.02	5.06	5.11	5.15	5.20	5.24
2.3	5.29	5.34	5.38	5.43	5.48	5.52	5.57	5.62	5.66	5.71
2.4	5.76	5.81	5.86	5.90	5.95	6.00	6.05	6.10	6.15	6.20
2.5	6.25	6.30	6.35	6.40	6.45	6.50	6.55	6.60	6.66	6.71
2.6	6.76	6.81	6.86	6.92	6.97	7.02	7.08	7.13	7.18	7.24
2.7	7.29	7.34	7.40	7.45	7.51	7.56	7.62	7.67	7.73	7.78
2.8	7.84	7.90	7.95	8.01	8.07	8.12	8.18	8.24	8.29	8.35
2.9	8.41	8.47	8.53	8.58	8.64	8.70	8.76	8.82	8.88	8.94
3.0	9.00	9.06	9.12	9.18	9.24	9.30	9.36	9.42	9.49	9.55
3.1	9.61	9.67	9.73	9.80	9.86	9.92	9.99	10.05	10.11	10.18
3.2	10.24	10.30	10.37	10.43	10.50	10.56	10.63	10.69	10.76	10.82
3.3	10.89	10.96	11.02	11.09	10.16	11.22	11.29	11.36	11.42	11.49
3.4	11.56	11.63	11.70	11.76	11.83	11.90	11.97	12.04	12.11	12.18
3.5	12.25	12.32	12.39	12.46	12.53	12.60	12.67	12.74	12.82	12.89
3.6	12.96	13.03	13.10	13.18	13.25	13.32	13.40	13.47	13.54	13.62
3.7	13.69	13.76	13.84	13.91	13.99	14.06	14.14	14.21	14.29	14.36
3.8	14.44	14.52	14.59	14.67	14.75	14.82	14.90	14.98	15.05	15.13
3.9	15.21	15.29	15.37	15.44	15.52	15.60	15.68	15.76	15.84	15.92
4.0	16.00	16.08	16.16	16.24	16.32	16.40	16.48	16.56	16.65	16.73
4.1	16.81	16.89	16.97	17.06	17.14	17.22	17.31	17.39	17.47	17.56
4.2	17.64	17.72	17.81	17.89	17.98	18.06	18.15	18.23	18.32	18.40
4.3	18.49	18.58	18.66	18.75	18.84	18.92	19.01	19.10	19.18	19.27
4.4	19.36	19.45	19.54	19.62	19.71	19.80	19.89	19.98	20.07	20.16
4.5	20.25	20.34	20.43	20.52	20.61	20.70	20.79	20.88	20.98	21.07
4.6	21.16	21.25	21.34	21.44	21.53	21.62	21.72	21.81	21.90	22.00
4.7	23.04	22.18	22.28	22.37	22.47	22.56	22.66	22.75	22.85	22.94
4.8	25.00	23.14	23.23	23.33	23.43	23.52	23.62	23.72	23.81	23.91
4.9	26.01	24.01	24.11	24.20	24.30	24.40	24.50	24.60	24.70	24.80
5.0	25.00	25.10	25.20	25.30	25.40	25.50	25.60	25.70	25.81	25.91
5.1	26.01	26.11	26.21	26.32	26.42	26.52	26.63	26.73	26.83	26.94
5.2	27.04	27.14	27.25	27.35	27.46	27.56	27.67	27.77	27.88	27.98
5.3	28.09	28.20	28.30	28.41	28.52	28.62	28.73	28.84	28.94	29.05
5.4	29.16	29.27	29.38	29.48	29.59	29.70	29.81	29.92	30.03	30.14

Square from 1 to 10

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	30.25	30.36	30.47	30.58	30.69	30.80	30.91	31.02	31.14	31.25
5.6	31.36	31.47	31.58	31.70	31.81	31.92	32.04	32.15	32.26	32.38
5.7	32.49	32.60	32.72	32.83	32.95	33.06	33.18	33.29	33.41	33.52
5.8	33.64	33.75	33.87	33.99	34.11	34.22	34.34	34.46	34.57	34.69
5.9	34.81	34.93	35.05	35.16	35.28	35.40	35.52	35.64	35.76	35.88
6.0	36.00	36.12	36.24	36.36	36.48	36.60	36.72	36.84	36.97	37.09
6.1	37.21	37.33	37.45	37.58	37.70	37.82	37.95	38.07	38.19	38.32
6.2	38.44	38.56	38.69	38.81	38.94	39.06	39.19	39.31	39.44	39.56
6.3	39.60	39.62	39.74	40.07	40.20	40.32	40.45	40.58	40.70	40.83
6.4	40.98	41.09	41.22	41.34	41.47	41.60	41.73	41.84	41.99	42.12
6.5	42.25	42.28	42.51	42.64	42.77	42.90	43.03	43.16	43.30	43.43
6.6	43.53	43.69	43.82	43.96	44.09	44.22	44.36	44.49	44.62	44.76
6.7	44.89	45.02	45.16	45.29	45.43	45.56	45.70	45.83	45.97	46.10
6.8	46.24	46.38	46.51	46.65	46.79	46.92	47.06	47.20	47.33	47.47
6.9	47.61	47.75	47.89	48.02	48.16	48.30	48.44	48.58	48.72	48.86
7.0	49.00	49.17	49.28	49.42	49.58	49.70	49.84	49.98	50.13	50.27
7.1	50.41	50.55	50.69	50.84	50.98	51.12	51.27	51.41	51.55	51.70
7.2	51.84	51.98	52.13	52.27	52.42	52.56	52.71	52.85	53.00	53.14
7.3	53.29	53.44	53.58	53.73	53.88	54.02	54.17	54.32	54.46	54.61
7.4	54.76	54.91	55.06	55.20	55.35	55.50	55.65	55.80	55.95	56.10
7.5	56.25	56.40	56.55	56.70	56.85	57.00	57.15	57.30	57.46	57.61
7.6	57.76	57.91	58.06	58.22	58.37	58.52	58.68	58.83	58.98	59.14
7.7	59.29	59.44	59.60	59.75	59.91	60.06	60.22	60.37	60.53	60.68
7.8	60.84	61.00	61.15	61.31	61.47	61.62	61.78	61.94	62.09	62.25
7.9	62.41	62.57	62.73	62.88	63.04	63.20	63.36	62.52	62.68	63.84
8.0	64.00	64.16	64.32	64.48	64.64	64.80	64.96	65.12	65.29	65.45
8.1	65.61	65.77	65.93	66.10	66.26	66.42	66.59	66.75	66.91	67.08
8.2	67.24	67.40	67.57	67.73	67.90	68.06	68.23	68.39	68.56	68.72
8.3	68.89	69.06	69.22	69.39	69.56	69.72	69.89	70.06	70.22	70.39
8.4	70.56	70.73	70.90	71.06	71.23	71.40	71.57	71.74	71.91	72.08
8.5	72.25	72.42	72.59	72.76	72.93	73.10	73.27	73.44	73.62	73.79
8.6	73.96	74.13	74.30	74.48	74.65	74.82	75.00	75.17	75.34	75.52
8.7	75.69	75.86	76.04	76.21	76.39	76.56	76.74	76.91	77.09	77.26
8.8	77.44	77.62	77.79	77.97	78.15	78.32	78.50	78.68	78.85	79.03
8.9	79.21	79.39	79.57	79.74	79.92	80.10	80.28	80.46	80.64	80.82
9.0	81.00	81.18	81.36	81.54	81.72	81.90	82.00	82.26	82.45	82.63
9.1	82.81	82.99	83.17	83.36	83.54	83.72	83.91	84.09	84.27	84.46
9.2	84.64	84.82	85.01	85.19	85.38	85.56	85.75	85.93	86.12	86.30
9.3	86.49	86.63	86.86	87.05	87.24	87.42	87.61	87.80	87.98	88.17
9.4	88.36	88.55	88.74	88.92	89.11	89.30	89.49	89.68	89.87	90.06
9.5	90.25	90.44	90.63	90.82	91.01	91.20	91.39	91.58	91.78	91.97
9.6	92.16	92.35	92.54	92.74	92.93	93.12	93.32	93.51	93.70	93.90
9.7	94.09	94.28	94.48	94.67	94.87	95.06	95.26	95.45	95.65	95.84
9.8	96.04	96.24	96.43	96.63	96.83	97.02	97.22	97.42	97.61	97.81
9.9	98.01	98.21	98.41	98.60	98.80	99.00	99.20	99.40	99.60	99.80

Square-roots from 1 to 10

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	1.00	1.00	.01	1.01	1.02	1.02	1.03	1.03	1.04	1.04
1.1	1.05	1.05	.06	1.06	1.07	1.07	1.08	1.08	1.09	1.09
1.2	1.10	1.10	.10	1.10	1.11	1.12	1.12	1.13	1.13	1.14
1.3	1.14	1.14	.15	1.15	1.16	1.16	1.17	1.17	1.17	1.18
1.4	1.18	1.18	.19	1.20	1.20	1.20	1.21	1.21	1.22	1.22
1.5	1.22	1.23	.25	1.24	1.24	1.24	1.25	1.26	1.26	1.26
1.6	1.26	1.27	.27	1.28	1.28	1.28	1.29	1.29	1.29	1.30
1.7	1.30	1.31	.31	1.32	1.32	1.32	1.33	1.33	1.33	1.34
1.8	1.34	1.35	.35	1.35	1.36	1.36	1.36	1.37	1.37	1.37
1.9	1.38	1.38	.39	1.39	1.39	1.40	1.40	1.40	1.41	1.41
2.0	1.41	1.42	.42	1.42	1.43	1.43	1.44	1.44	1.44	1.45
2.1	1.45	1.45	.46	1.46	1.46	1.47	1.47	1.47	1.48	1.48
2.2	1.48	1.49	.49	1.49	1.50	1.50	1.50	1.51	1.51	1.51
2.3	1.52	1.52	.52	1.53	1.53	1.53	1.54	1.54	1.54	1.54
2.4	1.55	1.55	.56	1.56	1.56	1.57	1.57	1.57	1.57	1.58
2.5	1.58	1.58	.59	1.59	1.59	1.60	1.60	1.60	1.61	1.61
2.6	1.61	1.62	.62	1.62	1.62	1.63	1.63	1.63	1.64	1.64
2.7	1.64	1.65	.65	1.65	1.66	1.66	1.66	1.66	1.67	1.67
2.8	1.67	1.68	.68	1.68	1.69	1.69	1.69	1.69	1.70	1.70
2.9	1.70	1.71	.71	1.71	1.71	1.72	1.72	1.72	1.73	1.73
3.0	1.73	1.73	.74	1.74	1.74	1.75	1.75	1.75	1.75	1.76
3.1	1.76	1.76	.77	1.77	1.77	1.77	1.78	1.78	1.78	1.79
3.2	1.79	1.79	.79	1.79	1.80	1.80	1.81	1.81	1.81	1.81
3.3	1.82	1.82	.82	1.82	1.83	1.83	1.83	1.84	1.84	1.84
3.4	1.84	1.85	.85	1.85	1.85	1.86	1.86	1.86	1.87	1.87
3.5	1.87	1.87	.88	1.88	1.88	1.88	1.89	1.89	1.89	1.89
3.6	1.90	1.90	.90	1.91	1.91	1.91	1.91	1.92	1.92	1.92
3.7	1.92	1.93	.93	1.93	1.93	1.94	1.94	1.94	1.94	1.95
3.8	1.95	1.95	.95	1.96	1.96	1.96	1.96	1.97	1.97	1.97
3.9	1.97	1.98	.98	1.98	1.98	1.99	1.99	1.99	1.99	2.00
4.0	2.00	2.00	2.00	2.01	2.01	2.01	2.01	2.02	2.02	2.02
4.1	2.02	2.03	2.03	2.03	2.03	2.04	2.04	2.04	2.04	2.05
4.2	2.05	2.05	2.05	2.06	2.06	2.06	2.06	2.07	2.07	2.07
4.3	2.07	2.08	2.08	2.08	2.08	2.09	2.09	2.09	2.09	2.10
4.4	2.10	2.10	2.10	2.10	2.11	2.11	2.11	2.11	2.12	2.12
4.5	2.12	2.12	2.13	2.13	2.13	2.13	2.14	2.14	2.14	2.14
4.6	2.14	2.15	2.15	2.15	2.15	2.16	2.16	2.16	2.16	2.17
4.7	2.17	2.17	2.17	2.17	2.18	2.18	2.18	2.18	2.19	2.19
4.8	2.19	2.19	2.20	2.20	2.20	2.20	2.20	2.21	2.21	2.21
4.9	2.21	2.22	2.22	2.22	2.22	2.22	2.23	2.23	2.23	2.23
5.0	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.25	2.25	2.25	2.25	2.26
5.1	2.26	2.26	2.26	2.26	2.27	2.27	2.27	2.27	2.28	2.28
5.2	2.28	2.28	2.28	2.29	2.29	2.29	2.29	2.30	2.30	2.30
5.3	2.30	2.30	2.31	2.31	2.31	2.31	2.32	2.32	2.32	2.32
5.4	2.32	2.33	2.33	2.33	2.33	2.33	2.34	2.34	2.34	2.34

Square roots from 1 to 10

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	2.35	2.35	2.35	2.35	2.35	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36
5.6	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37	2.38	2.38	2.38	2.38	2.39
5.7	2.39	2.39	2.39	2.39	2.40	2.40	2.40	2.40	2.40	2.41
5.8	2.41	2.41	2.41	2.41	2.42	2.42	2.42	2.42	2.42	2.43
5.9	2.43	2.43	2.43	2.44	2.44	2.44	2.44	2.44	2.45	2.45
6.0	2.45	2.45	2.45	2.46	2.46	2.46	2.46	2.46	2.47	2.47
6.1	2.47	2.47	2.47	2.48	2.48	2.48	2.48	2.48	2.49	2.49
6.2	2.49	2.49	2.49	2.50	2.50	2.50	2.50	2.50	2.51	2.51
6.3	2.51	2.51	2.51	2.52	2.52	2.52	2.52	2.52	2.53	2.53
6.4	2.53	2.53	2.53	2.54	2.54	2.54	2.54	2.54	2.55	2.55
6.5	2.55	2.55	2.55	2.56	2.56	2.56	2.56	2.56	2.57	2.57
6.6	2.57	2.57	2.57	2.57	2.58	2.58	2.58	2.58	2.58	2.59
6.7	2.59	2.59	2.59	2.59	2.60	2.60	2.60	2.60	2.60	2.61
6.8	2.61	2.61	2.61	2.61	2.62	2.62	2.62	2.62	2.62	2.62
6.9	2.63	2.63	2.63	2.63	2.63	2.64	2.64	2.64	2.64	2.64
7.0	2.65	2.65	2.65	2.65	2.65	2.66	2.66	2.66	2.66	2.66
7.1	2.66	2.67	2.67	2.67	2.67	2.67	2.68	2.68	2.68	2.68
7.2	2.68	2.69	2.69	2.69	2.69	2.69	2.69	2.70	2.70	2.70
7.3	2.70	2.70	2.71	2.71	2.71	2.71	2.71	2.71	2.72	2.72
7.4	2.72	2.72	2.72	2.73	2.73	2.73	2.73	2.73	2.73	2.74
7.5	2.74	2.74	2.74	2.74	2.75	2.75	2.75	2.75	2.75	2.75
7.6	2.76	2.76	2.76	2.76	2.76	2.77	2.77	2.77	2.77	2.77
7.7	2.77	2.78	2.78	2.78	2.78	2.78	2.79	2.79	2.79	2.79
7.8	2.79	2.79	2.80	2.80	2.80	2.80	2.80	2.81	2.81	2.81
7.9	2.81	2.81	2.81	2.82	2.82	2.82	2.82	2.82	2.82	2.83
8.0	2.83	2.83	2.83	2.83	2.84	2.84	2.84	2.84	2.84	2.84
8.1	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85	2.86	2.86	2.86	2.86
8.2	2.86	2.86	2.87	2.87	2.87	2.87	2.87	2.88	2.88	2.88
8.3	2.88	2.88	2.88	2.89	2.89	2.89	2.89	2.89	2.89	2.90
8.4	2.90	2.90	2.90	2.90	2.91	2.91	2.91	2.91	2.91	2.91
8.5	2.92	2.92	2.92	2.92	2.92	2.92	2.93	2.93	2.93	2.94
8.6	2.93	2.93	2.94	2.94	2.94	2.94	2.94	2.94	2.95	2.95
8.7	2.95	2.95	2.95	2.95	2.96	2.96	2.96	2.96	2.96	2.96
8.8	2.97	2.97	2.97	2.97	2.97	2.97	2.98	2.98	2.98	2.98
8.9	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	3.00	3.00
9.0	3.00	3.00	3.00	3.00	3.01	3.01	3.01	3.01	3.01	3.01
9.1	3.02	3.02	3.02	3.02	3.02	3.02	3.03	3.03	3.03	3.03
9.2	3.03	3.03	3.04	3.04	3.04	3.04	3.04	3.04	3.05	3.05
9.3	3.05	3.05	3.05	3.05	3.06	3.06	3.06	3.06	3.06	3.06
9.4	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	3.08	3.08	3.08	3.08
9.5	3.08	3.08	3.08	3.09	3.09	3.09	3.09	3.09	3.10	3.10
9.6	3.10	3.10	3.10	3.10	3.10	3.10	3.11	3.11	3.11	3.11
9.7	3.11	3.11	3.11	3.12	3.12	3.12	3.12	3.12	3.13	3.13
9.8	3.13	3.13	3.13	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14
9.9	3.15	3.15	3.15	3.15	3.15	3.15	3.15	3.15	3.16	3.16

Square roots from 10 to 100

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	3.16	3.19	3.19	3.21	3.22	3.24	3.26	3.27	3.29	3.30
11	3.32	3.33	3.35	3.36	3.38	3.39	3.41	3.42	3.44	3.45
12	3.46	3.48	3.49	3.51	3.52	3.54	3.55	3.56	3.58	3.59
13	3.61	3.62	3.63	3.65	3.66	3.67	3.67	3.70	3.71	3.73
14	3.74	3.75	3.77	3.78	3.79	3.81	3.82	3.83	3.85	3.86
15	3.87	3.89	3.90	3.91	3.92	3.94	3.95	3.96	3.97	3.99
16	4.00	4.01	4.02	4.04	4.05	4.06	4.07	4.07	4.10	4.11
17	4.12	4.14	4.15	4.16	4.17	4.18	4.20	4.21	4.22	4.23
18	4.24	4.25	4.27	4.28	4.29	4.30	4.31	4.32	4.34	4.35
19	4.36	4.37	4.38	4.39	4.40	4.42	4.43	4.44	4.45	4.46
20	4.47	4.48	4.49	4.51	4.52	4.53	4.54	4.55	4.56	4.57
21	4.58	4.59	4.60	4.62	4.63	4.64	4.65	4.66	4.67	4.68
22	4.69	4.70	4.71	4.72	4.73	4.74	4.75	4.76	4.77	4.78
23	4.80	4.81	4.82	4.83	4.84	4.85	4.86	4.87	4.88	4.89
24	4.90	4.91	4.92	4.93	4.94	4.95	4.96	4.97	4.98	4.99
25	5.00	5.01	5.02	5.03	5.04	5.05	5.06	5.07	5.08	5.09
26	5.10	5.11	5.12	5.13	5.14	5.15	5.16	5.17	5.18	5.19
27	5.20	5.21	5.22	5.22	5.23	5.24	5.25	5.26	5.27	5.28
28	5.29	5.30	5.31	5.32	5.33	5.34	5.35	5.36	5.37	5.38
29	5.39	5.40	5.40	5.41	5.42	5.43	5.44	5.45	5.46	5.47
30	5.48	5.49	5.50	5.50	5.51	5.52	5.53	5.54	5.55	5.56
31	5.57	5.58	5.59	5.59	5.60	5.61	5.62	5.63	5.64	5.65
32	5.66	5.67	5.67	5.68	5.69	5.70	5.71	5.72	5.73	5.74
33	5.74	5.75	5.76	5.77	5.78	5.79	5.80	5.81	5.81	5.82
34	5.83	5.84	5.85	5.86	5.87	5.87	5.88	5.89	5.90	5.91
35	5.92	5.92	5.93	5.94	5.95	5.96	5.97	5.97	5.99	5.99
36	6.00	6.01	6.02	6.02	6.03	6.04	6.05	6.06	6.07	6.07
37	6.08	6.09	6.10	6.11	6.12	6.12	6.13	6.14	6.15	6.16
38	6.16	6.17	6.18	6.19	6.20	6.20	6.21	6.22	6.23	6.24
39	6.24	6.25	6.26	6.27	6.28	6.28	6.29	6.30	6.31	6.32
40	6.32	6.33	6.34	6.35	6.36	6.36	6.37	6.38	6.39	6.40
41	6.40	6.41	6.42	6.43	6.43	6.44	6.45	6.46	6.47	6.47
42	6.48	6.49	6.50	6.50	6.51	6.52	6.53	6.53	6.54	6.55
43	6.56	6.57	6.57	6.58	6.59	6.60	6.60	6.61	6.62	6.63
44	6.63	6.64	6.65	6.66	6.66	6.67	6.68	6.69	6.69	6.70
45	6.71	6.72	6.72	6.73	6.74	6.75	6.75	6.76	6.77	6.77
46	6.78	6.79	6.80	6.80	6.81	6.82	6.83	6.83	6.84	6.85
47	6.86	6.86	6.87	6.88	6.88	6.89	6.90	6.91	6.91	6.92
48	6.93	6.94	6.94	6.95	6.96	6.96	6.97	6.98	6.99	6.99
49	7.00	7.01	7.01	7.02	7.03	7.04	7.04	7.05	7.06	7.06
50	7.07	7.08	7.09	7.09	7.10	7.11	7.11	7.12	7.13	7.13
51	7.14	7.15	7.16	7.16	7.17	7.18	7.18	7.19	7.20	7.20
52	7.21	7.22	7.22	7.23	7.24	7.25	7.25	7.26	7.27	7.27
53	7.28	7.29	7.29	7.30	7.31	7.31	7.32	7.33	7.33	7.34
54	7.35	7.36	7.36	7.37	7.38	7.38	7.39	7.40	7.40	7.41

Square roots from 10 to 100

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7.42	7.42	7.42	7.44	7.44	7.44	7.46	7.46	7.47	7.48
56	7.48	7.49	7.50	7.50	7.51	7.52	7.52	7.53	7.54	7.54
57	7.55	7.56	7.56	7.57	7.58	7.58	7.59	7.60	7.60	7.61
58	7.62	7.62	7.63	7.64	7.64	7.65	7.66	7.66	7.67	7.67
59	7.68	7.69	7.69	7.70	7.71	7.71	7.72	7.73	7.73	7.74
60	7.75	7.75	7.76	7.77	7.77	7.78	7.78	7.79	7.80	7.80
61	7.81	7.82	7.82	7.83	7.84	7.84	7.85	7.85	7.86	7.87
62	7.87	7.88	7.89	7.89	7.90	7.91	7.91	7.92	7.92	7.93
63	7.94	7.94	7.95	7.96	7.96	7.97	7.97	7.98	7.99	7.99
64	8.00	8.01	8.01	8.02	8.02	8.03	8.04	8.04	8.05	8.06
65	8.06	8.07	8.07	8.08	8.09	8.09	8.10	8.11	8.11	8.12
66	8.12	8.13	8.14	8.14	8.15	8.15	8.16	8.17	8.17	8.18
67	8.19	8.19	8.20	8.20	8.21	8.22	8.22	8.23	8.23	8.24
68	8.25	8.25	8.26	8.26	8.27	8.28	8.28	8.29	8.29	8.30
69	8.31	8.31	8.32	8.32	8.33	8.34	8.34	8.35	8.35	8.36
70	8.37	8.37	8.38	8.38	8.39	8.40	8.40	8.41	8.41	8.42
71	8.43	8.43	8.44	8.44	8.45	8.46	8.46	8.47	8.47	8.48
72	8.49	8.49	8.50	8.50	8.51	8.51	8.52	8.53	8.53	8.54
73	8.54	8.55	8.56	8.56	8.57	8.57	8.58	8.58	8.59	8.60
74	8.60	8.61	8.61	8.62	8.63	8.63	8.64	8.64	8.65	8.65
75	8.66	8.67	8.67	8.68	8.68	8.69	8.69	8.70	8.71	8.71
76	8.72	8.72	8.73	8.73	8.74	8.75	8.76	8.76	8.77	8.77
77	8.77	8.78	8.79	8.79	8.80	8.80	8.81	8.81	8.82	8.83
78	8.83	8.84	8.84	8.85	8.85	8.86	8.87	8.87	8.88	8.88
79	8.89	8.89	8.90	8.91	8.91	8.92	8.92	8.93	8.93	8.94
80	8.94	8.95	8.96	8.96	8.97	8.97	8.98	8.98	8.99	8.99
81	9.00	9.01	9.01	9.02	9.02	9.03	9.03	9.04	9.04	9.05
82	9.06	9.06	9.07	9.07	9.08	9.08	9.09	9.09	9.10	9.10
83	9.11	9.12	9.12	9.13	9.13	9.14	9.14	9.15	9.15	9.16
84	9.17	9.17	9.18	9.18	9.19	9.19	9.20	9.20	9.21	9.21
85	9.22	9.22	9.23	9.24	9.24	9.25	9.25	9.26	9.26	9.27
86	9.27	9.28	9.28	9.29	9.30	9.30	9.31	9.31	9.32	9.32
87	9.33	9.33	9.34	9.34	9.35	9.35	9.36	9.36	9.37	9.38
88	9.38	9.39	9.39	9.40	9.40	9.41	9.41	9.42	9.42	9.43
89	9.43	9.44	9.44	9.45	9.46	9.46	9.47	9.47	9.48	9.48
90	9.49	9.49	9.50	9.50	9.51	9.51	9.52	9.52	9.53	9.53
91	9.54	9.54	9.55	9.56	9.56	9.57	9.57	9.58	9.58	9.59
92	9.59	9.60	9.60	9.61	9.61	9.62	9.62	9.63	9.63	9.64
93	9.64	9.65	9.65	9.66	9.66	9.67	9.67	9.68	9.69	9.69
94	9.70	9.70	9.71	9.71	9.72	9.72	9.73	9.73	9.74	9.74
95	9.75	9.75	9.76	9.76	9.77	9.77	9.78	9.78	9.78	9.79
96	9.80	9.80	9.81	9.81	9.82	9.82	9.83	9.83	9.84	9.84
97	9.85	9.85	9.86	9.86	9.87	9.87	9.88	9.88	9.89	9.89
98	9.90	9.90	9.91	9.91	9.92	9.92	9.93	9.93	9.94	9.94
99	9.95	9.95	9.96	9.96	9.97	9.97	9.98	9.98	9.99	9.99