ပြည်ထောင်စုသမ္မတမြန်မာနိုင်ငံတော်အစိုးရ
ပညာရေးဝန်ကြီးဌာန

သင်္ချာအတွဲ (၂)

သတ္တမတန်း

အခြေခံပညာသင်ရိုးညွှန်းတမ်း၊ သင်ရိုးမာတိကာနှင့်
ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကော်မတီ

၂၀၁၆–၂၀၁၇

ပြည်ထောင်စုသမ္မတမြန်မာနိုင်ငံတော်အစိုးရ
ပညာရေးဝန်ကြီးဌာန

သင်္ချာအတွဲ (၂)

သတ္တမတန်း

အခြေခံပညာသင်ရိုးညွှန်းတမ်း၊ သင်ရိုးမာတိကာနှင့်
ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကော်မတီ

၂၀၁၆–၂၀၁၇

၂၀၁၅ ခုနှစ်၊ စက်တင်ဘာလ၊ အုပ်ရေ- ၂၄၀၀၀၀
၂၀၁၆-၂၀၁၇ ပညာသင်နှစ်

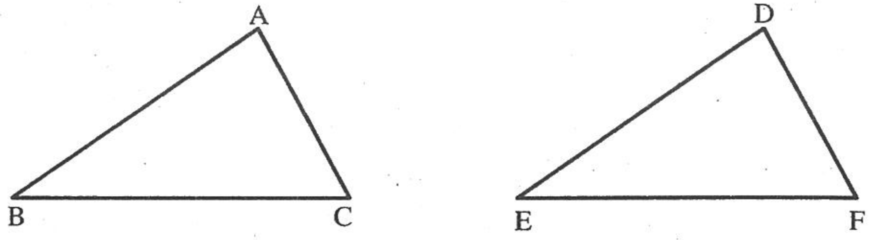
အခန်း (1)

တြိဂံများ ထပ်တူညီခြင်း

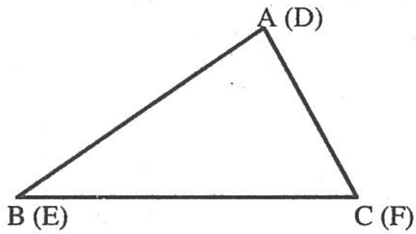
ဤအခန်းတွင် တြိဂံများတစ်ခုနှင့်တစ်ခု ထပ်တူညီစေသည့်အကြောင်းအရာများကို လေ့လာကြမည်။

1.1 တြိဂံနှစ်ခု ထပ်တူညီနိုင်သောနည်းများ

ထပ်တူညီသော △ABC နှင့် △DEF တို့ကို ကတ်ပြားပေါ်တွင်ဆွဲ၍ ဖြတ်ယူပါ။ တြိဂံတို့သည် အနားမညီသော တြိဂံများဖြစ်ပါစေ။



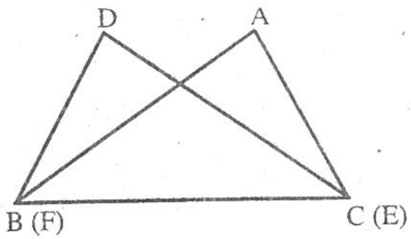
ပုံ (1.1)



ပုံ (1.2)

△ DEF ကိုယူ၍ △ABC ပေါ်တွင် တစ်ထပ်တည်းကျအောင်ထပ်ကြည့်ပါ။ တစ်ထပ်တည်းကျနိုင်မည့် နည်းပေါင်းမည်မျှရှိသနည်း။ တစ်ထပ်တည်းကျနိုင်မည့် နည်းတစ်နည်းမှာ ပုံ(1.2) တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း D ကို A ပေါ်တွင်လည်းကောင်း၊ E ကို B ပေါ်တွင်လည်းကောင်း၊ F ကို C ပေါ်တွင် လည်းကောင်း၊ တစ်ထပ်တည်းကျအောင် ထားရှိသည့်နည်းဖြစ်သည်။

ဤသို့ တစ်ထပ်တည်းကျနိုင်သော အခြားနည်းများရှိမရှိကို လက်တွေ့ကြိုးစားကြည့်ကြစို့။ △ABC ကို △ DEF ပေါ်တွင် တစ်ထပ်တည်းကျစေလိုလျှင် △DEF ၏အနားများကို ၎င်းတို့နှင့်တူညီသည့် △ABC ၏အနားများပေါ်သို့ အသီးသီးတစ်ထပ်တည်းကျအောင် ဆောင်ရွက်ရမည်ဖြစ်သည်။ သို့ရာတွင် EF နှင့် BC မတူညီပါက (EF≠BC)၊ E ကို B ပေါ်သို့လည်းကောင်း၊ F ကို C ပေါ်သို့လည်းကောင်း၊ တစ်ထပ်တည်းကျအောင်မဆောင်ရွက်နိုင်ပါ။ အကယ်၍EF=BC ဖြစ်လျှင် E ကို C ပေါ်သို့လည်းကောင်း၊ F ကို B ပေါ်သို့လည်းကောင်း ထပ်တူကျအောင်ထားပါ။ ထိုအခါ D သည် A ပေါ်သို့ တစ်ထပ်တည်းမကျနိုင်ပါ။ပုံ(1.3)တွင်ပြထားသကဲ့သို့ △DEF သည် △ABC ပေါ်သို့တစ်ထပ်တည်းမကျဘဲရှိနေမည်။ထို့ကြောင့် △ABC သည် △DEF နှင့်ထပ်တူမညီပါ။



ပုံ (1.3)

အခြားဖြစ်နိုင်သောနည်းလမ်းများကိုစဉ်းစားကြည့်ကြစို့။ဥပမာ E ကို A ပေါ်သို့လည်းကောင်း၊ D ကို B ပေါ်သို့လည်းကောင်း နေရာချပါ။ ထိုအခါ F သည် C ပေါ်တွင် မကျရောက်သည်ကို တွေ့ရသည်။

ထို့ကြောင့် $\triangle DEF$ ကို $\triangle ABC$ ပေါ်တွင်တစ်ထပ်တည်းကျအောင် နေရာချနိုင်သော နည်းတစ်နည်းသာလျှင်ရှိကြောင်း တွေ့ရသည်။ ၎င်းနည်းမှာ D,E,F တို့ကို A,B,C ပေါ်သို့ အသီးသီးနေရာ ချသည့်နည်းပင်ဖြစ်သည်။

တစ်နည်းဆိုသော် A နှင့် D၊ B နှင့် E ၊ C နှင့် F တို့သည် လိုက်ဖက်အမှတ်များဖြစ်နေကြသောအခါ $\triangle ABC$ နှင့် $\triangle DEF$ ထပ်တူညီသည်။ ဤလိုက်ဖက်ခြင်းကို များသောအားဖြင့် ($\longleftrightarrow$)သင်္ကေတသုံး၍ အောက်ပါအတိုင်းဖော်ပြလေ့ရှိသည်။

$A \longleftrightarrow D$

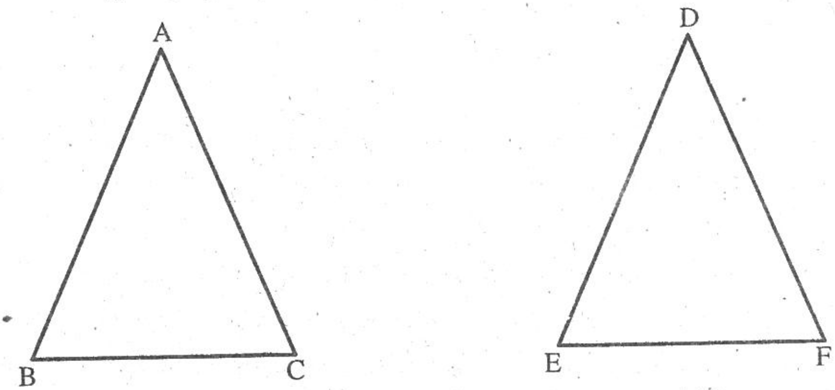
$B \longleftrightarrow E$

$C \longleftrightarrow F$

တစ်နည်းအားဖြင့်လည်း ဤသို့ဖော်ပြနိုင်သည်။

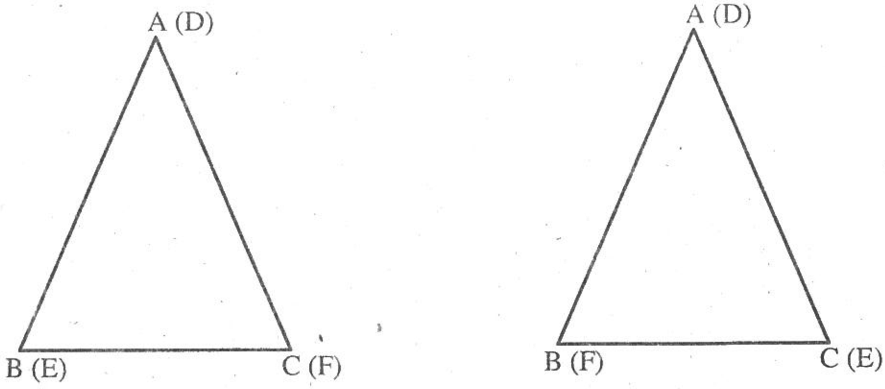
$\triangle ABC \longleftrightarrow \triangle DEF$

ပုံ(1.1)တွင် $\triangle ABC$ (သို့မဟုတ် $\triangle DEF$)၏အနားများသည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခု အလျားမတူကြပါ။ အကယ်၍ အနားနှစ်နား သို့မဟုတ် အနားသုံးနားညီနေလျှင် မည်သို့ဖြစ်မည်နည်း။



(i) (ii)

ပုံ (1.4)



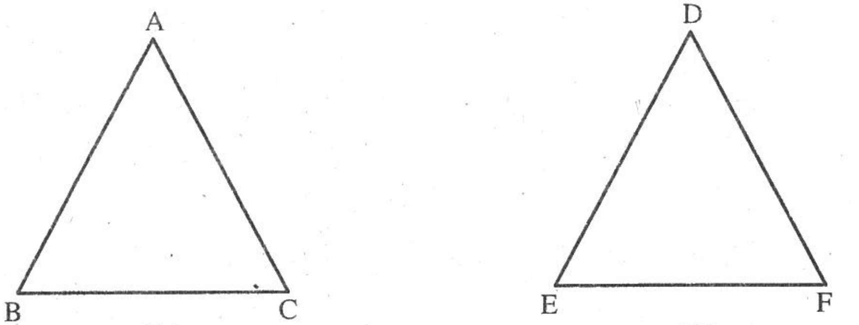
(i) (ii)

ပုံ (1.5)

AB = AC = DE = DF = 4cm ဖြစ်ပြီး BC = EF = 3cm ဖြစ်သော နှစ်နားညီ ထပ်တူညီတြိဂံ ABC နှင့် DEF တို့ကို ပုံ(1.4)တွင်ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်း ကတ်ပြားဖြင့်လည်းကောင်း၊ △DEF ကို △ABC ပေါ်သို့နေရာချရာ E ကို B ပေါ်တွင်လည်းကောင်း၊ F ကို C ပေါ်တွင်လည်းကောင်း ကျအောင်နေရာချပါ။ D သည် A ပေါ်တွင်တစ်ထပ်တည်းကျနေကြောင်းတွေ့ရမည်။ ပုံ(1.5) (i)ကို ကြည့်ပါ။ တစ်ထပ်တည်းကျနေမည်။ တစ်ဖန် F ကို B ပေါ်သို့လည်းကောင်း၊ E ကို C ပေါ်သို့လည်းကောင်း၊ နေရာချထားကြည့်ပါက △ABC နှင့် △DEF တို့တစ်ထပ်တည်းကျကြောင်း ထပ်မံတွေ့ရှိရမည်။ ပုံ (1.5) (ii) ကိုကြည့်ပါ။ ထို့ကြောင့် △ABC နှင့် △DEF တို့တွင် A နှင့် D ၊ B နှင့် E ၊ C နှင့် F တို့ တစ်ခုနှင့်တစ်ခု လိုက်ဖက်ဖြစ်နေသည့်အခါတွင်သာမက A နှင့် D၊ B နှင့် F ၊ C နှင့် E တို့တစ်ခုနှင့်တစ်ခုလိုက်ဖက် ဖြစ်သည့်အချိန်တွင်လည်း ထပ်တူညီပါသည်။

အထက်ပါစမ်းသပ်ချက်ကို အခြားထပ်တူညီနေသော နှစ်နားညီတြိဂံတို့ကိုယူ၍ စမ်းသပ်နိုင်သည်။ စမ်းသပ်ချက်တစ်ခုစီတွင် တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီနိုင်သော နည်းနှစ်နည်းစီတွေ့ရှိရပါသည်။

တွေ့ရှိချက်။ ။ "နှစ်နားညီထပ်တူညီတြိဂံနှစ်ခု ထပ်တူညီနိုင်သော နည်းနှစ်နည်းရှိပါသည်။"



(i) (ii)

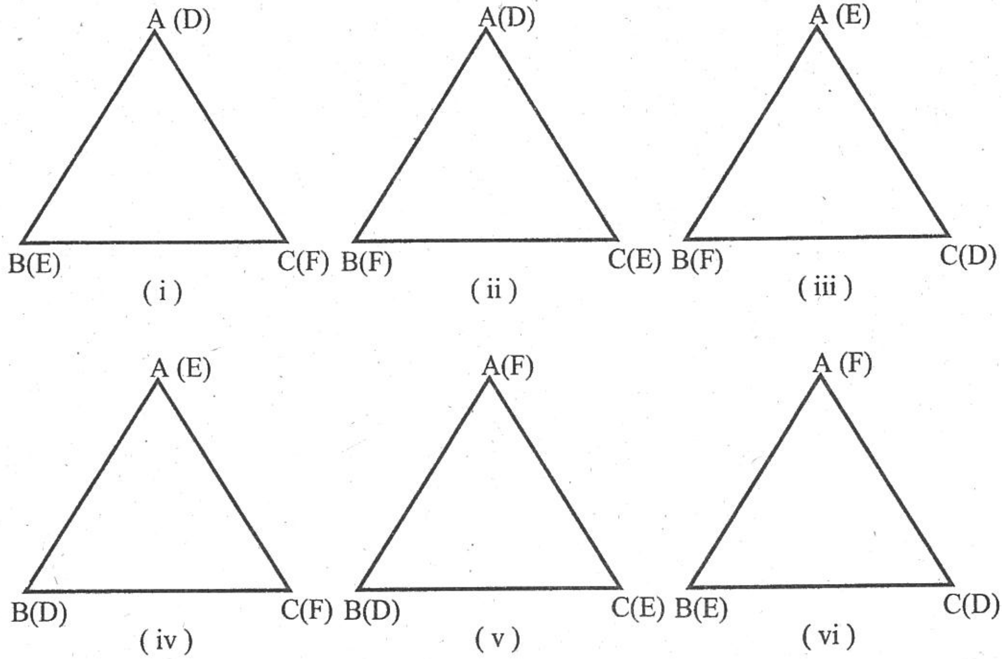
ပုံ (1.6)

ကတ်ပြားဖြင့် သုံးနားညီ △ABC နှင့် △DEF တို့ကို ပုံ(1.6)တွင်ဖော်ပြထားသကဲ့သို့တည်ဆောက်ပါ။ △DEF ကို △ABC ပေါ်တွင် တစ်ထပ်တည်းကျအောင်နေရာချနိုင်သော နည်းပေါင်းမည်မျှရှိသနည်း။ စမ်းသပ်ချက်များကို ပြုလုပ်ကြည့်ခြင်းဖြင့် နည်းပေါင်းခြောက်နည်းရှိသည်ကို တွေ့ရပါသည်။ ၎င်းတို့ကို ပုံ (1.7) တွင် ဖော်ပြထားသည်။

ထပ်ခါတလဲလဲ လက်တွေ့စမ်းသပ်ခြင်းမပြုဘဲ တြိဂံများထပ်တူညီရန် ဖြစ်နိုင်သော နည်းလမ်းခြောက်သွယ်ကို ပုံ(1.7)မှနည်းလမ်းညွှန်ပြပါ၏လော။ ထိုနည်းလမ်းများကို သင်တွေ့ရှိအောင် စဉ်းစားဆင်ခြင်ကြည့်သင့်သည်။

တွေ့ရှိချက်။ ။ "သုံးနားညီတြိဂံနှစ်ခု ထပ်တူညီနိုင်သောနည်းမှာ ခြောက်နည်းရှိပါသည်။"

အထက်ပါစမ်းသပ်ချက်မှသိရှိရသည်မှာ ကျွန်ုပ်တို့သည် တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီသည်ကိုပြောဆိုရာ၌ တြိဂံ၏ထောင့်စွန်းများ မည်ကဲ့သို့လိုက်ဖက်ဖြစ်နေသည်ကို ပြောရပါမည်။တြိဂံနှစ်ခု၏အမည်ကိုခေါ်ဆိုရာ၌ တြိဂံတစ်ခု၏ထောင့်စွန်းများ အစီအစဉ်အတိုင်း ကျန်တစ်ခု၏လိုက်ဖက်ထောင့်စွန်းအသီးသီးကိုဖော်ပြလေ့ရှိသည်။



ပုံ (1.7)

1.2 တြိဂံတစ်ခု၏ မိမိကိုယ်ကို ပြန်လည်ထပ်တူညီခြင်း

တြိဂံတိုင်းသည် မိမိကိုယ်ကိုပြန်လည်ထပ်တူညီပါသည်။ ဆိုလိုသည်မှာ တြိဂံတစ်ခု၏ ထောင့်စွန်းမှတ်တိုင်းသည် မိမိကိုယ်ကို ပြန်လည်လိုက်ဖက်ဖြစ်နေခြင်းဖြစ်သည်။ အနားမညီသောတြိဂံများ၏ထပ်တူညီခြင်းမျိုးသည် စိတ်ဝင်စားဖွယ်မကောင်းပါ။ သို့ရာတွင် နှစ်နားညီတြိဂံနှင့်သုံးနားညီတြိဂံများသည် မိမိကိုယ်ကိုပြန်လည်ထပ်တူညီရာ၌ ထပ်တူညီနိုင်သည့်နည်းများသည် ကွဲပြား၍စိတ်ဝင်စားဖွယ်

ဖြစ်ပါသည်။ ဥပမာအားဖြင့် ပုံ (1.8) တွင်ပါရှိသည့် AB=AC ဖြစ်နေသော နှစ်နားညီတြိဂံ ABC ကို စဉ်းစားကြည့်ပါစို့။

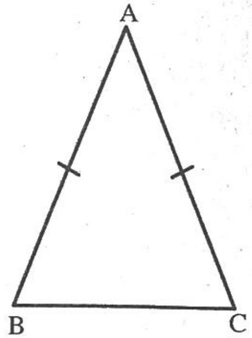
$\triangle ABC$ နှင့် $\triangle ACB$ တို့ကိုစဉ်းစားပါ။ အောက်ပါအချက်များ မှန်ကန်သည်ကို တွေ့ရှိရမည်။

BC=CB (အဘယ့်ကြောင့်နည်း)။

CA=BA (အဘယ့်ကြောင့်နည်း)။

AB=AC (အဘယ့်ကြောင့်နည်း)။

သို့ဖြစ်၍ $\triangle ABC$ နှင့် $\triangle ACB$ တို့သည် ထပ်တူညီခြင်းဥပဒေ(နနန) အရထပ်တူညီပါသည်။ တစ်နည်းဆိုသော် နှစ်နားညီတြိဂံ ABC သည် မိမိကိုယ်ကို ပြန်လည်ထပ်တူညီသည်။

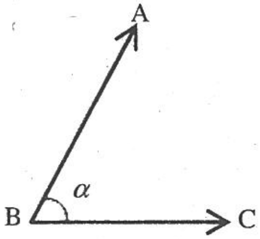


ပုံ (1.8)

ထို့ကြောင့် ၎င်းတို့၏လိုက်ဖက်ထောင့်များတူညီနေပါသည်။ $\triangle ACB$ ၏ $\angle ABC$ သည် $\triangle ABC$ ၏ $\angle ACB$ နှင့် လိုက်ဖက်ဖြစ်နေသောကြောင့်

$\angle ABC = \angle ACB$ ဖြစ်သည်။

ထောင့်များဖော်ပြနည်းတစ်နည်း။ ။ ထောင့်များကိုဖော်ပြရာတွင် α, β, γ စသော ခေါမအက္ခရာများကိုလည်း အသုံးပြုလေ့ရှိသည်။ ဥပမာအားဖြင့် ပုံ(1.9)မှ $\angle ABC$ ကို $\angle B$ ဖြင့်လည်းကောင်း၊ ထောင့် α ဖြင့်လည်းကောင်း၊ အစားထိုးဖော်ပြနိုင်သည်။



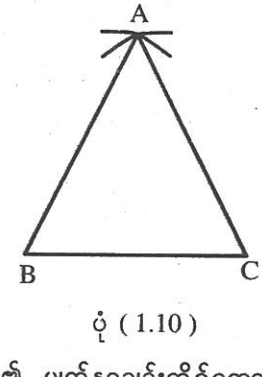
ပုံ (1.9)

ဥပမာ(1)။ ။ နှစ်နားညီတြိဂံတစ်ခုကိုဆွဲ၍ တူညီသောအနားများ၏ မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်များ တိုင်းယူပြီး ၎င်းတို့တူညီကြောင်းစစ်ဆေးပါ။

BC မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။ B နှင့် C တို့ကို ဗဟိုထား၍ တူညီသောအချင်းဝက်ဖြင့် အဝန်းပိုင်းများဆွဲရာ အမှတ် A ၌ဖြတ်ပါစေ။ B နှင့် C တို့ကို A ဖြင့် ဆက်သွယ်လျှင် AB=AC ဖြစ်သော နှစ်နားညီ $\triangle$ ABC ကိုရမည်။

$\angle ABC$ နှင့် $\angle ACB$ တို့ကိုတိုင်းကြည့်ပါ။

$\angle ABC = \angle ACB$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရမည်။

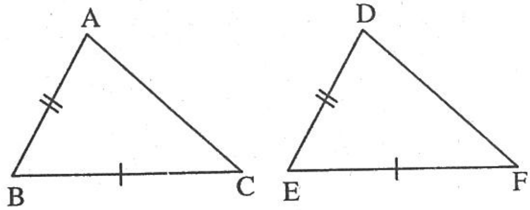


ပုံ (1.10)

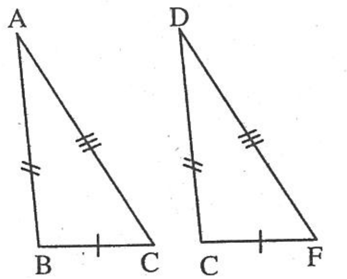
တွေ့ရှိချက်။ ။ **နှစ်နားညီတြိဂံတစ်ခုတွင် တူညီသောအနားများ၏ မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်များ တူညီကြပါသည်။**

လေ့ကျင့်ခန်း 1.1

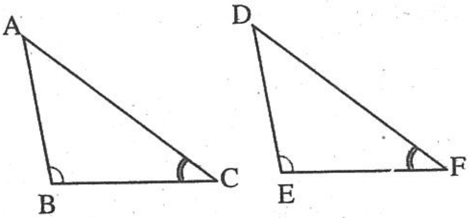
1. ပုံ (1.11) တွင် တြိဂံအစုံပေါင်းကိုးစုံပေးထားရာ တစ်စုံစီအတွက်တူညီသောထောင့်နှင့် အနားများကို တူညီသောအမှတ်အသားဖြင့်ပြထားပါသည်။ တြိဂံတစ်ခုစီအတွက် ပေးထားသောအချက်များသည် ထပ်တူညီခြင်းအတွက် လုံလောက်သောအချက်များဖြစ်မဖြစ်ဆန်းစစ်ပါ။ မလုံလောက်ခဲ့လျှင် တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီရန် မည်သည့်အချက်များလိုအပ်သည်ကိုဖော်ပြပါ။ တြိဂံတစ်စုံစီအတွက် အသုံးပြုသော ထပ်တူညီခြင်းဥပဒေကိုဖော်ပြပါ။



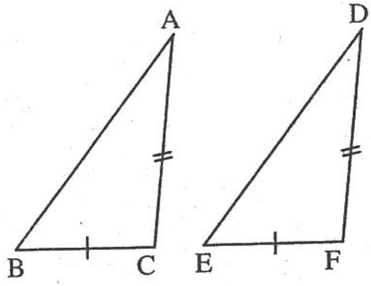
(i)



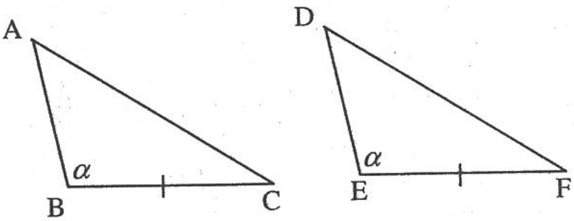
(ii)



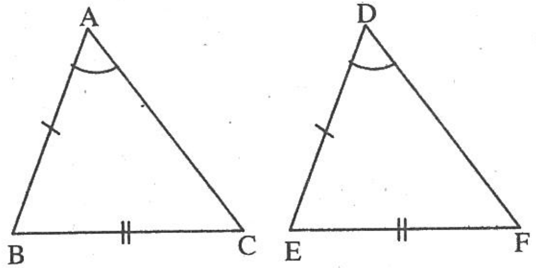
(iii)



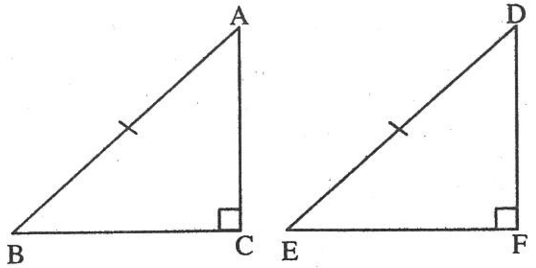
(iv)



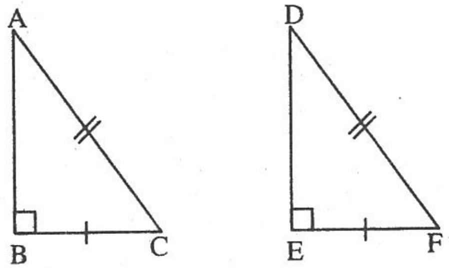
(v)



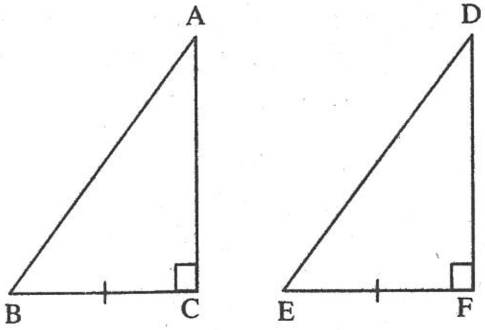
(vi)



(vii)



(viii)

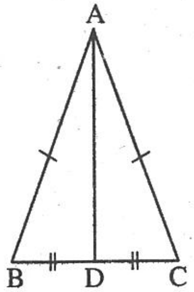


(ix)

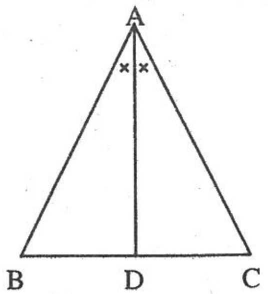
2. ပုံ(1.12)တွင် $\triangle ABC$ သည် နှစ်နားညီတြိဂံဖြစ်၍ $AB=AC$ ဖြစ်ပြီး AD သည် အလယ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းဖြစ်သည်။

(i) $\triangle ABC \cong \triangle ACD$ ဖြစ်ပါသလား။

(ii) $\angle ADB \cong \angle ADC = 90°$ ဖြစ်ပါသလား။
အကြောင်းပြချက်ဖြင့်ဖြေဆိုပါ။



ပုံ (1.12)



ပုံ (1.13)

3. ပုံ(1.13)တွင် $\triangle ABC$ သည် နှစ်နားညီတြိဂံဖြစ်၍ $AB = AC$ ဖြစ်သည်။ AD သည် $\angle BAC$ ၏ ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းဖြစ်သည်။

(i) $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ဖြစ်ပါသလား။

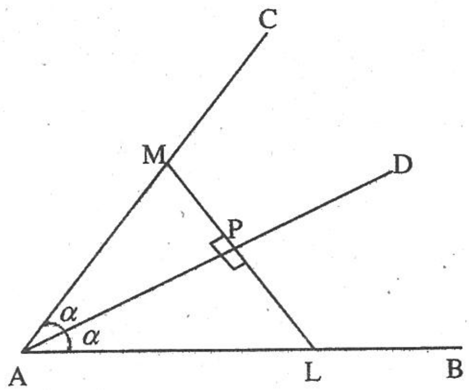
(ii) D သည် BC ၏အလယ်မှတ်ဖြစ်ပါသလား။

(iii) $\angle ADC=90°$ ဖြစ်ပါသလား။
အကြောင်းပြချက်ဖြင့်ဖြေဆိုပါ။

4. ပုံ(1.14)တွင် AD သည် $\angle BAC$ ၏ ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းဖြစ်သည်။ P သည် ၎င်းမျဉ်းပေါ်ရှိ ကြိုက်ရာ အမှတ်ဖြစ်ပါစေ။ ထို့ပြင် $LPM \perp AD$ ဖြစ်သည်။

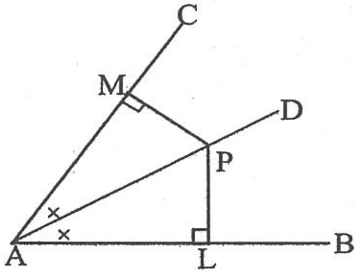
(i) $\triangle APM \cong \triangle APL$ ဖြစ်ပါ သလား။

(ii) $PM= PL$ ဖြစ်ပါသလား။
အကြောင်းပြချက်ဖြင့်ဖြေဆိုပါ။



ပုံ (1.14)

5. ပုံ(1.15)တွင် AD သည် $\angle BAC$ ၏ ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းဖြစ်သည်။ P သည် ၎င်းမျဉ်းပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခုဖြစ်သည်။



ပုံ (1.15)

$PL \perp AB$ နှင့် $PM \perp AC$ ဖြစ်သည်။

(i) $\triangle APM \cong \triangle APL$ ဖြစ်ပါသလား။

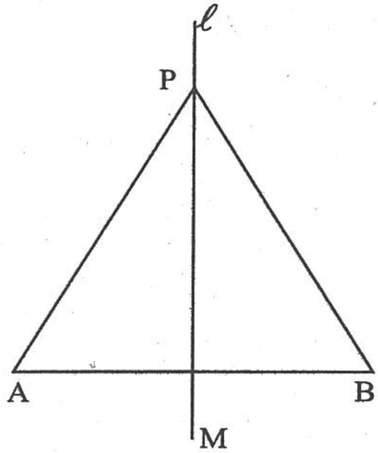
(ii) $PM = PL$ ဖြစ်ပါသလား။

(iii) $AM = AL$ ဖြစ်ပါသလား။ အကြောင်းပြချက်ဖြင့်ဖြေဆိုပါ။

6. ပုံ (1.16) တွင် B သည် မျဉ်း ℓ အရ A ၏ ခေါက်ချိုးညီ အမှတ်ဖြစ်၍ P သည် ℓ ပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခုဖြစ်သည်။ AB သည် မျဉ်း ℓ ကို M ၌ ဖြတ်သည်။

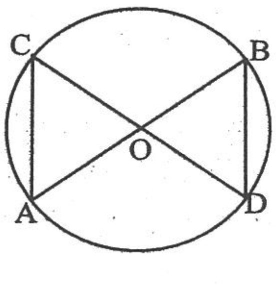
(i) $\triangle PAM \cong \triangle PBM$ ဖြစ်ပါ သလား။

(ii) PA=PB ဖြစ်ပါသလား။ အကြောင်းပြချက်ဖြင့်ဖြေဆိုပါ။



ပုံ (1.16)

7. ပုံ(1.17) တွင် AOB နှင့် COD တို့သည် စက်ဝိုင်း တစ်ခု၏ အချင်းမျဉ်းနှစ်ကြောင်း ဖြစ်သည်။ A နှင့် C ၊ B နှင့် D တို့ကို ဆက်ပါ။



ပုံ (1.17)

(i) $\triangle AOC \cong \triangle BOD$ ဖြစ်ပါသလား။

(ii) $\angle A = \angle B$ နှင့် $\angle C = \angle D$ ဖြစ်ပါသလား။

(iii) $AC = BD$ ဖြစ်ပါသလား။ အကြောင်းပြချက်ဖြင့်ဖြေဆိုပါ။

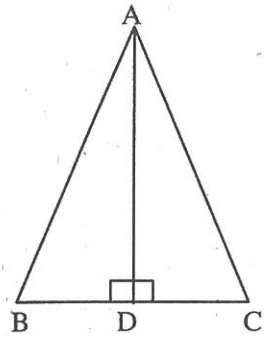
၈. ပုံ(1.18)တွင် △ ABC သည် နှစ်နားညီတြိဂံဖြစ်၍ AB = AC ဖြစ်သည်။ AD သည် အမြင့်မျဉ်းတစ်ကြောင်းဖြစ်သည်။

(i) △ ABD ≅ △ ACD ဖြစ်ပါသလား။

(ii) D သည် BC ၏အလယ်မှတ်ဖြစ်ပါသလား။

(iii) ∠BAD = ∠ CAD ဖြစ်ပါသလား။

အကြောင်းပြချက်ဖြင့်ဖြေဆိုပါ။



ပုံ (1.18)

9. ပုံ(1.19)တွင် O သည် AB နှင့် CD တို့၏ အလယ်မှတ်ဖြစ်သည်။ အောက်ပါတို့မှ မည်သည့် အချက်သည် မှန်သနည်း။

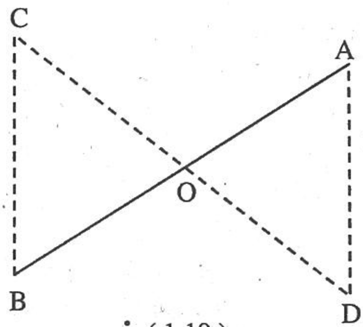
(i) △ AOD ≅ △ BOC

(ii) ∠ B = ∠ D နှင့် ∠ C = ∠ A

(iii) ∠ A = ∠ B နှင့် ∠ C = ∠ D

(iv) AD=CB

အကြောင်းပြချက်ဖြင့် ဖြေဆိုပါ။



ပုံ (1.19)

10. ကြိုက်ရာ △ABC တစ်ခုကိုဆွဲ၍ ၎င်း၏အလယ်မျဉ်း CD ကိုဆွဲပါ။ △BDC နှင့် △ADC တို့၏ အမြင့်မျဉ်း BE နှင့် AF တို့ကိုလည်းဆွဲပါ။ BE နှင့် AF ညီပါသလား။ အကြောင်းပြချက်ဖြင့် ဖြေဆိုပါ။ အလျားများကို တိုင်းတာခြင်းဖြင့်လည်း ဆန်းစစ်ပါ။

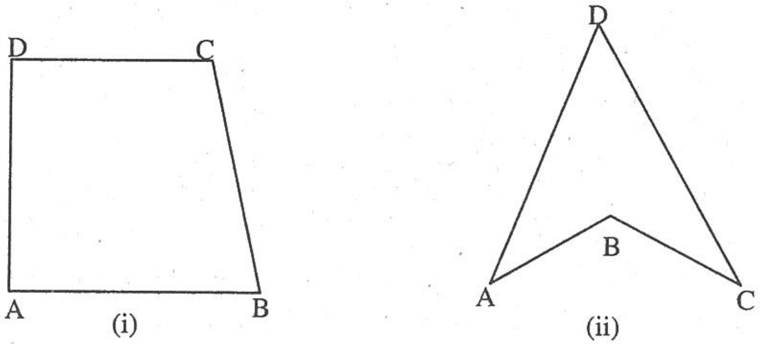
အခန်း (2)

စတုဂံများ

အနားသုံးနားတို့ဖြင့် ဖွဲ့စည်းထားသော တြိဂံများအကြောင်းကို သိရှိပြီးဖြစ်သည်။ အနားလေးနားတို့ဖြင့် ဖွဲ့စည်းထားသော စတုဂံများအကြောင်းကို ဆက်လက်လေ့လာကြမည်။

2.1 စတုဂံအဓိပ္ပာယ်

အနားလေးဘက်တို့ဖြင့် ဖွဲ့စည်းထားသော စတုရန်းများ၊ ထောင့်မှန်စတုဂံများကိုလည်း လေ့လာပြီးဖြစ်သည်။ ယေဘုယျ စတုဂံများအကြောင်းကို ပိုမိုသဘောပေါက်နားလည်ရန် ဆက်လက် လေ့လာကြမည်။ စတုဂံ၏အခြေခံများဖြစ်သည့်အနားများနှင့်ထောင့်များပေးထားလျှင် စတုဂံကို မည်သို့ဆွဲသားရမည်ကို လေ့လာကြမည်။

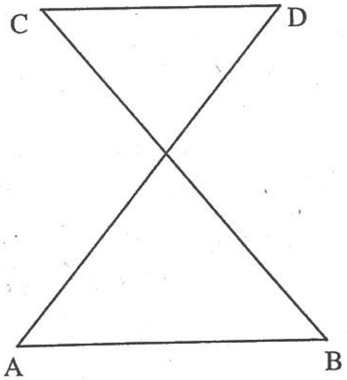


ပုံ (2.1)

မျဉ်းပိုင်းလေးခုတို့ဖြင့် ဖွဲ့စည်းထားသောပုံကို စတုဂံဟုခေါ်သည်။ ၎င်းမျဉ်းပိုင်းလေးခုတို့အနက် မည်သည့်မျဉ်းပိုင်းနှစ်ခုမဆို တစ်ခုကိုတစ်ခုဖြတ်မသွားရချေ။

ပုံ(2.1)-(i) နှင့် ပုံ (2.1)-(ii) တို့သည် စတုဂံများဖြစ်ကြသည်။

စတုဂံတစ်ခုကို အမည်ပေးရာတွင် ထိုစတုဂံ၏ ထောင့်စွန်းများအတိုင်း အစီအစဉ်တကျ ပေးလေ့ရှိသည်။ ပုံ(2.1)ရှိ စတုဂံများကို ABCD ဟုလည်းကောင်း၊ BCDA ဟုလည်းကောင်း၊ DCBA ဟုလည်းကောင်း၊ အစီအစဉ်မှန်ကန်စွာဖြင့် အမျိုးမျိုးခေါ်ဝေါ်နိုင်သည်။ သို့သော် ထိုစတုဂံကို စတုဂံ ABDC ဟုခေါ်ဝေါ်ရေးသားခြင်းမပြုနိုင်ကြောင်း အထူးသတိပြုသင့်သည်။ ထိုနည်းတူပင် ပေးထားသောအမည်ရှိသည့် စတုဂံတစ်ခုကို ပုံဆွဲရာတွင် စတုဂံ၏ထောင့်များသည် အမည် ပေးထားသော အစီအစဉ်အတိုင်း ရှိနေရမည်။



ပုံ (2.2)

ပုံ(2.2)မှ ABCD သည် စတုဂံမဟုတ်သည်မှာ ထင်ရှားသည်။

ပုံ(2.1)ကိုပြန်ကြည့်ပါ။ မျဉ်းပိုင်း AB, BC, CD နှင့် DA တို့ကို စတုဂံ ABCD ၏ အနားများ ဟုခေါ်သည်။ A,B,C နှင့် D တို့ကို စတုဂံ ABCD ၏ ထောင့်စွန်းများဟုခေါ်သည်။ တစ်ဖန် A နှင့် C ၊ B နှင့် D တို့သည် မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်စွန်းများဖြစ်ကြသည်။ မျက်နှာချင်းဆိုင် ထောင့်စွန်းများကိုဆက်သွယ်သောမျဉ်းပိုင်း AC နှင့် BD တို့ကို စတုဂံ ABCD၏ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း (diagonals)များဟုခေါ်သည်။

စတုဂံ၏ထောင့်စွန်းတိုင်း၌ ထောင့်တစ်ခုစီရှိသည်ကိုသတိပြုပါ။ ၎င်းတို့ကို စတုဂံ၏ အတွင်းထောင့်များ သို့မဟုတ် ထောင့်များဟုခေါ်သည်။ သို့ဖြစ်၍ ∠ DAB, ∠ ABC, ∠ BCD နှင့် ∠ CDA တို့ကို စတုဂံ ABCD ၏ထောင့်များဟုခေါ်သည်။ ရှုပ်ထွေးရန်အကြောင်းမရှိသောအခါများ၌ အထက်ပါထောင့်များကို ∠A, ∠B, ∠C နှင့် ∠D ဟုအသီးသီးခေါ်သည်။

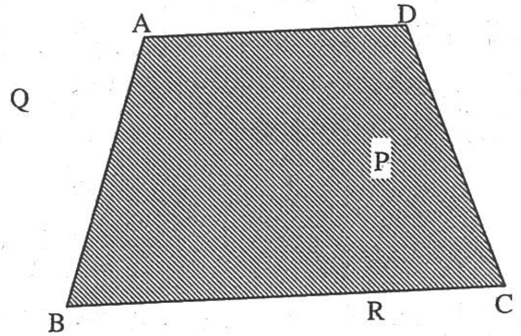
အနား AB နှင့် BC တို့တွင် B သည် ဘုံထောင့်စွန်းဖြစ်သည်။ ထိုကဲ့သို့ ဘုံထောင့်စွန်း ရှိသော အနားတို့ကို စတုဂံ၏နီးစပ်သောအနားများ(adjacent sides)ဟုခေါ်သည်။ ကျန်နီးစပ်သောအနားစုံတွဲ(၃)စုံကို သင်ဖော်ပြနိုင်ပါသလား။ AB နှင့် CD တို့ကဲ့သို့ ဘုံထောင့်စွန်းမရှိသော အနားနှစ်နားကို စတုဂံ၏မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားတစ်စုံဟုခေါ်သည်။ စတုဂံတစ်ခုတွင် မျက်နှာချင်းဆိုင် အနား(opposite side)နှစ်စုံပါရှိသည်။ ကျန်မျက်နှာချင်းဆိုင် အနားတစ်စုံကို သင်ဖော်ပြနိုင်ပါသလား။

စတုဂံ ABCD ၏ အနားလေးနားတို့၏ပေါင်းလဒ် AB+BC+CD+DA ကို စတုဂံ၏ ပတ်လည်အနား(Perimeter)ဟုခေါ်သည်။

2.2 စတုဂံတစ်ခု၏အတွင်းနှင့်အပြင်

စာရွက်တစ်ရွက်ပေါ်တွင် ABCD စတုဂံတစ်ခုကိုဆွဲသားပါ။ စတုဂံတစ်ခုသည် ပြင်ညီပေါ်ရှိ အမှတ်များကို သုံးပိုင်းပိုင်းပါသည်။ ပထမတစ်ပိုင်းသည် စတုဂံ၏အတွင်း၌ရှိသော P ကဲ့သို့သော အမှတ်များပါဝင်သောအပိုင်းဖြစ်၍ ဒုတိယအပိုင်းသည် စတုဂံ၏အပြင်၌ရှိသော Q ကဲ့သို့အမှတ်များ

ပါဝင်သောအပိုင်းဖြစ်ပြီး တတိယအပိုင်းသည် စတုဂံအနားတစ်ခုခုပေါ်တွင်ရှိသော R ကဲ့သို့သော အမှတ်များပါဝင်သည့်အပိုင်းဖြစ်သည်။ ပုံ(2.3)ကိုကြည့်ပါ။



ပုံ (2.3)

P ကဲ့သို့သောအမှတ်များပါဝင်သည့် ပြင်ညီ၏အစိတ်အပိုင်းကို **"စတုဂံ၏အတွင်းပိုင်း (Interior of the quadrilateral)"**ဟုခေါ်သည်။

R ကဲ့သို့သောအမှတ်များသည် စတုဂံ၏အတွင်းပိုင်းကို စည်းသတ်ထားသည်။ R ကဲ့သို့သော အမှတ်များရှိသည့်အပိုင်းကို အတွင်းပိုင်း၏နယ်နိမိတ်(boundary of the Interior)ဟုခေါ်သည်။

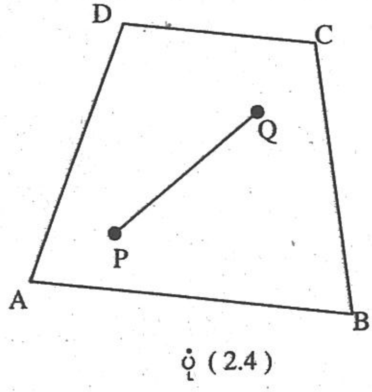
Q ကဲ့သို့သော အမှတ်များပါဝင်သည့်ပြင်ညီ၏အစိတ်အပိုင်းကို စတုဂံ၏အပြင်ပိုင်း (Exterior of the quadrilateral) ဟုခေါ်သည်။

အကယ်၍ စတုဂံအတွင်းရှိအမှတ်တစ်ခုမှအပြင်ရှိအမှတ်တစ်ခုသို့ သွားလိုလျှင် (သို့မဟုတ် အပြင်မှအတွင်းသို့သွားလိုလျှင်) စတုဂံ၏နယ်နိမိတ်ကို ဖြတ်၍သွားရမည်။

2.3 စတုဂံခုံးနှင့်စတုဂံခွက်များ(Convex and Concave quadrilaterals)

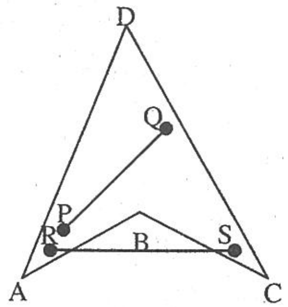
ပုံ(2.1(i))မှ စတုဂံ ABCD ၏ အတွင်းရှိ အမှတ် P နှင့် Q တို့ကို ယူ၍ဆက်သွယ်ပါ။

မျဉ်းပိုင်း PQ ပေါ်ရှိ အမှတ်အားလုံးသည် စတုဂံ ABCD ၏အတွင်း၌ ကျရောက်လျက်ရှိသည်ကိုတွေ့ရသည်။ ဆိုလိုသည်မှာ P နှင့် Q အမှတ်နှစ်ခုကို ဆက်သွယ်သောမျဉ်းပိုင်း PQ တစ်ခုလုံးသည် စတုဂံ ABCD အတွင်း၌ ကျရောက်နေသည်။



ပုံ (2.4)

အထက်ပါစတုဂံ၏ အတွင်းတွင် အမှတ်အစုံပေါင်းများစွာယူ၍ အထက်ပါစမ်းသပ်ချက်ကို ထပ်တလဲလဲပြုလုပ်ပါ။ စတုဂံ၏အတွင်းရှိမည်သည့်အမှတ်နှစ်ခုကိုမဆို ဆက်သွယ်၍ရရှိသော မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုလုံးသည် စတုဂံ၏အတွင်း၌ ကျရောက်လျက်ရှိသည်ကိုတွေ့ရသည်။ ထိုကဲ့သို့သော စတုဂံမျိုးကို စတုဂံခုံး(Convex quadrilateral)ဟုခေါ်သည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် **စတုဂံတစ်ခု၏အတွင်းရှိမည်သည့်အမှတ်နှစ်ခုမဆို ဆက်သွယ်၍ရရှိသော မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုလုံးသည် စတုဂံ၏အတွင်း၌ ကျရောက်နေပါက ၎င်းစတုဂံကို ခုံးသည်ဟုဆိုသည်။**



ပုံ (2.5)

ပုံ(2.1(ii))မှ စတုဂံ ABCD အတွင်း၌ အမှတ် P, Q, R နှင့် S တို့ကို ပုံ(2.5)တွင် ပြထားသည့်အတိုင်းယူပါ။ မျဉ်းပိုင်း PQ တစ်ခုလုံးသည် စတုဂံ၏ အတွင်း၌ ကျရောက်လျက်ရှိသော်လည်း မျဉ်းပိုင်း RS သည် စတုဂံ ABCD ၏ အတွင်း၌ တစ်ခုလုံးကျရောက်ခြင်းမရှိချေ။ တစ်နည်းဆိုသော် R နှင့် S အမှတ်နှစ်ခုကို ဆက်သွယ်၍ ရရှိသော မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုလုံးသည် စတုဂံ ABCD ၏အတွင်း၌ ကျရောက်ခြင်းမရှိပါ။ ဤကဲ့သို့သော စတုဂံမျိုးကို **စတုဂံခွက်** (Concave quadrilateral) ဟုခေါ်သည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် စတုဂံတစ်ခု၏အတွင်းရှိ အနည်းဆုံးအမှတ်တစ်စုံကို ဆက်သွယ်၍ရရှိသော မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုလုံးသည် စတုဂံအတွင်း၌ ကျရောက်ခြင်းမရှိပါက ထိုစတုဂံကို ခွက်သည်ဟုဆိုသည်။

မှတ်ချက်(1)။ ။ စတုဂံခုံးတစ်ခု၏ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများသည် စတုဂံ၏အတွင်း၌ လုံးဝကျရောက်လျက်ရှိသည်။ သို့သော် စတုဂံခွက်၏ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းသည် စတုဂံ၏အတွင်း၌ လုံးဝကျရောက်လျက်ရှိပြီး အခြားထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းသည် ထိုကဲ့သို့ ကျရောက်ခြင်းမရှိပါ။

မှတ်ချက်(2)။ ။ စတုဂံခုံး၏ထောင့်တစ်ထောင့်စီသည် 180° အောက်နည်းသည်ကို သတိပြုပါ။ စတုဂံခွက်တွင်မူ ထောင့်တစ်ထောင့်သည် 180° ထက်ကြီးသည်။ ပုံ(2.5)မှ $\angle ABC$ ကိုကြည့်ပါ။

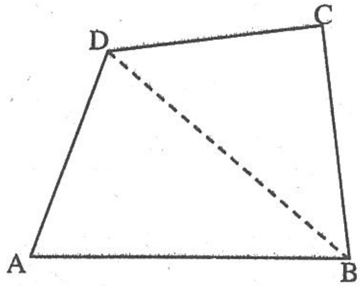
ဤစာအုပ်တွင် စတုဂံခွက်များအကြောင်း လေ့လာမည် မဟုတ်ပါ။ ထို့ကြောင့် **"စတုဂံ"** ဟု ရေးသားလျှင် **"စတုဂံခုံး"**ကိုဆိုလိုသည်ကို သတိပြုမိရန်လိုပါသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း 2.1

1. တြိဂံသည်ခုံးသလား။ သင့်အဖြေအတွက်အကြောင်းပြချက်ပေးပါ။ စက်ဝိုင်းသည် ခုံးသလော။ သင့်အဖြေအတွက် အကြောင်းပြချက်ပေးပါ။

2.4 စတုဂံ၏ထောင့်များပေါင်းလဒ်

တြိဂံ၏အတွင်းထောင့်များပေါင်းလဒ်သည် 180° ရှိသည်ကို သိပြီးဖြစ်သည်။ ယခုစတုဂံတစ်ခု၏ထောင့်များပေါင်းလဒ်ကို စဉ်းစားမည်ဖြစ်သည်။



ပုံ (2.6)

စတုဂံ ABCD တွင် B နှင့် D ကို ဆက်သွယ်ပါ။ ပုံ(2.6)ကိုကြည့်ပါ။

BD သည် စတုဂံ ABCD ကို နှစ်ပိုင်းပိုင်းရာ △ABD နှင့် △ BCD တြိဂံနှစ်ခု ရရှိသည်။

△ABD တွင်

$\angle DAB+\angle ABD+\angle BDA=180^\circ$ (အဘယ်ကြောင့်နည်း။) - (1)

တစ်ဖန် △ BCD တွင်

$\angle DBC+\angle BCD+\angle CDB=180^\circ$ (အဘယ်ကြောင့်နည်း။) - (2)

ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (2) ကိုပေါင်းရာ

$\angle DAB+\angle ABD+\angle BDA+\angle DBC+\angle BCD+\angle CDB = 180^\circ + 180^\circ$

$\angle DAB+\angle ABD+\angle DBC+\angle BCD+\angle BDA+\angle CDB = 360^\circ$

သို့ရာတွင် $\angle ABD+\angle DBC = \angle ABC$

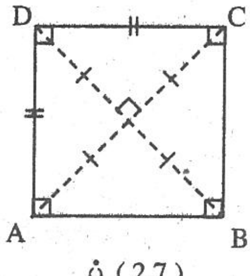
$\angle BDA+\angle CDB = \angle CDA$

သို့ဖြစ်၍ $\angle DAB+\angle ABC+\angle BCD+\angle CDA = 360^\circ$

သို့ဖြစ်၍ စတုဂံ ABCD ၏ ထောင့်အားလုံးပေါင်းခြင်းသည် 360° ဖြစ်ကြောင်းပြပြီးဖြစ်သည်။

2.5 ထူးခြားသော စတုဂံများ

(1) **စတုရန်း(Square)** - အနားအားလုံးတူညီပြီး ထောင့်တစ်ထောင့်စီသည် ထောင့်မှန် ဖြစ်နေသော စတုဂံကို စတုရန်းဟုခေါ်သည်။



ပုံ (2.7)

ပုံ(2.7)တွင် ABCD သည် စတုရန်းတစ်ခု ဖြစ်သည်။

၎င်းတွင် AB=BC=CD=DA ဖြစ်၍

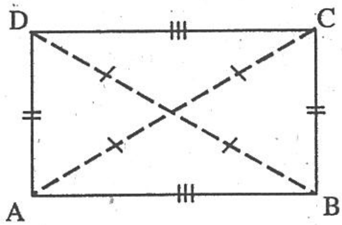
$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$ ဖြစ်သည်။

စတုရန်း ABCD တွင်

(a) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC နှင့် BD တို့သည် အချင်းချင်းတူညီကြသည်။(AC = BD)

(b) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC နှင့် BD တို့သည် တစ်ခုကိုတစ်ခုထောင့်မတ်ကျလျက် ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်ကြသည်။

(2) **ထောင့်မှန်စတုဂံ (Rectangle)** - ထောင့်တစ်ထောင့်စီသည် ထောင့်မှန်ဖြစ်ပြီး၊ မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများ တူညီလျက်ရှိသော စတုဂံကို ထောင့်မှန်စတုဂံ ဟုခေါ်သည်။



ပုံ (2.8)

ပုံ(2.8)တွင် ABCD သည် ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်သည်။ ဤတွင် AB = DC, BC = AD, $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$ ဖြစ်သည်။

ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ရှည်သောအနား (AB သို့မဟုတ် DC)ကို အလျားဟုခေါ်ပြီး တိုသောအနား (BC သို့မဟုတ် AD) ကို အနံဟုခေါ်သည်။

ထောင့်မှန်စတုဂံ ABCD တွင်

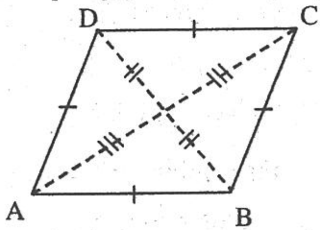
(a) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC နှင့် BD တို့သည် အချင်းချင်း တူညီကြသည်။ (AC = BD)

(b) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC နှင့် BD တို့သည် တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်ကြသည်။

(3) **ရွမ်းဗတ် (Rhombus)** - စတုဂံတစ်ခု၏ အနားလေးဖက်စလုံး တူညီသောအခါ ထိုစတုဂံကို ရွမ်းဗတ်ဟုခေါ်သည်။

ပုံ(2.9)တွင် ABCD သည် ရွမ်းဗတ်တစ်ခုဖြစ်သည်။ ဤတွင် AB = BC = CD = DA ဖြစ်သည်။

ရွမ်းဗတ် ABCD တွင် ထောင့်ဖြတ် AC နှင့် BD တို့သည် တစ်ခုကိုတစ်ခု ထောင့်မတ်ကျလျက် ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်ကြသည်။



ပုံ (2.9)

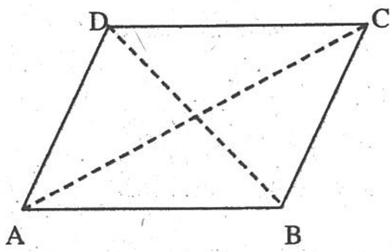
(4) **အနားပြိုင်စတုဂံ** (Parallelogram) - မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများ ပြိုင်နေသော စတုဂံကို အနားပြိုင်စတုဂံဟုခေါ်သည်။

ပုံ(2.10)တွင် ABCD သည် အနားပြိုင်စတုဂံ ဖြစ်သည်။ ဤတွင် AB // DC နှင့် BC // AD ဖြစ်သည်။

အနားပြိုင် စတုဂံ ABCD တွင်

(a) မျက်နှာချင်းဆိုင် အနားများ တူညီကြသည်။
AB = CD နှင့် BC = AD

(b) မျက်နှာချင်းဆိုင် ထောင့်များ တူညီကြသည်။
$\angle ADC = \angle ABC$ နှင့် $\angle DAB = \angle DCB$

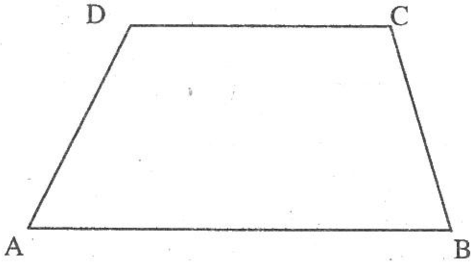


ပုံ (2.10)

(c) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC နှင့် BD တို့သည် တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်ကြသည်။

(5) **တြာပီဇီယမ်(Trapezium)** - မျက်နှာချင်းဆိုင် အနား တစ်စုံပြိုင်ပြီး ကျန်မျက်နှာချင်းဆိုင် အနား တစ်စုံ မပြိုင်သော စတုဂံကို တြာပီဇီယမ်ဟုခေါ်သည်။

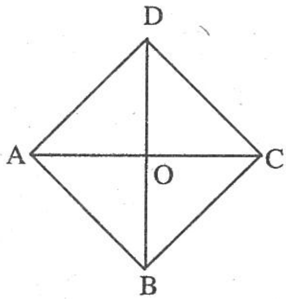
ပုံ(2.11)တွင် ABCD သည် တြာပီဇီယမ်တစ်ခုဖြစ်သည်။ ဤတွင် AB//CD ဖြစ်၍ $AD \neq BC$ ဖြစ်နေသည်။



ပုံ (2.11)

လေ့ကျင့်ခန်း 2.2

1. စတုဂံတစ်ခု၏ထောင့်သုံးထောင့်တို့ သည် 60°၊ 130° နှင့် 50° တို့ဖြစ်ကြလျှင် ကျန်စတုတ္ထ ထောင့်ကို ရှာပါ။
2. အောက်ပါတို့မှ မည်သည်တို့သည် မှန်သနည်း။ အဘယ်ကြောင့်နည်း။
   (a) စတုရန်းအားလုံးသည် ထောင့်မှန်စတုဂံများဖြစ်ကြသည်။
   (b) ထောင့်မှန်စတုဂံအားလုံးသည် စတုရန်းများဖြစ်ကြသည်။
   (c) ရွမ်းဗတ်အားလုံးသည် စတုရန်းများဖြစ်ကြသည်။
   (d) စတုရန်းအားလုံးသည် ရွမ်းဗတ်များဖြစ်ကြသည်။
   (e) ထောင့်မှန်စတုဂံအားလုံးသည် ရွမ်းဗတ်များဖြစ်ကြသည်။
   (f) ရွမ်းဗတ်အားလုံးသည် ထောင့်မှန်စတုဂံများဖြစ်ကြသည်။
3. ပုံ(1.12) တွင် ABCD သည် ရွမ်းဗတ်တစ်ခု ဖြစ်သည်။ ၎င်း၏ ထောင့်ဖြတ် AC နှင့် BD တို့သည် O ၌ ဖြတ်သည်။
   (a) D သည် A နှင့် C တို့မှ တူညီစွာကွာဝေးပါသလား။
   (b) A သည် B နှင့် D တို့မှတူညီစွာကွာဝေးပါသလား။
   (c) AC သည် B နှင့် D တို့၏ ခေါက်ချိုးညီဝင်ရိုးဖြစ်ပါသလား။
   (d) AC သည် BD ၏ ထောင့်မတ်ကျ ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းဖြစ်ပါသလား။
   (e) BD သည် AC ၏ ထောင့်မတ်ကျ ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းဖြစ်ပါသလား။
   အကြောင်းပြချက်ဖြင့်ဖြေဆိုပါ။



ပုံ (2.12)

2.6 စတုဂံများကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

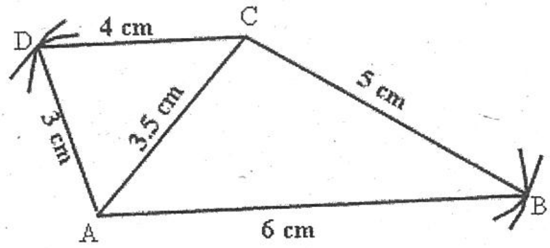
စတုဂံတစ်ခု၏ အခြေခံ အချက်များကိုပေးထားလျှင် ၎င်းစတုဂံကို မည်သို့ဆွဲသားမည်ကို လေ့လာကြမည်။

ဆွဲသားလိုသော စတုဂံကို အတိအကျမဆွဲသားမီ ပုံကြမ်းတစ်ခုဆွဲသား၍ ပေးထားသော အခြေခံ အချက်များကို ၎င်းပုံကြမ်းပေါ်တွင် မှတ်သားသင့်သည်။

2.6.1 အနားလေးဖက်နှင့် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ခုပေးထားသော စတုဂံကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

AB = 6 cm, BC = 5 cm, CD = 4 cm, DA = 3 cm ထောင့်ဖြတ် AC = 3.5 cm အသီးသီး ရှိသော စတုဂံ ABCD ကို ဆွဲသားလိုသည်ဆိုပါစို့။

လိုအပ်သော စတုဂံကို ဆွဲသားရန် အောက်ပါအဆင့်များအတိုင်း လုပ်ဆောင်ပါ။



ပုံ (2.13)

အဆင့်(1)။ ။ 3.5 cm ရှိသော မျဉ်းပိုင်း AC ကို ဆွဲသားပါ။

အဆင့်(2)။ ။ A ကို ဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 3 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းပြတ်တစ်ခုကို AC ၏ တစ်ဖက်၌ ဆွဲပါ။

အဆင့်(3)။ ။ တစ်ဖန် C ကို ဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 4 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းပြတ်တစ်ခုကို AC ၏ တစ်ဖက်(အဆင့်(2)တွင် ဆွဲခဲ့သောဖက်)၌ ဆွဲသားပါ။ အဆင့်(2)တွင် ဆွဲခဲ့သော စက်ဝိုင်းပြတ်ကို အမှတ် D ၌ ဖြတ်ပါစေ။ (ပုံ(2.13)ကိုကြည့်ပါ။)

အဆင့်(4)။ ။ A နှင့် D,C နှင့် D တို့ကို ဆက်သွယ်ပါ။

အဆင့်(5)။ ။ A ကိုဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 6 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းပြတ်ကို AC ၏ အခြား တစ်ဖက်(D မရှိသောဖက်)၌ ဆွဲသားပါ။

အဆင့်(6)။ ။ C ကိုဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 5 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းပြတ်တစ်ခုကို AC ၏ တစ်ဖက် (အဆင့်(5)တွင် ဆွဲခဲ့သောဖက်)၌ ဆွဲသားပါ။ အဆင့်(5)တွင် ဆွဲခဲ့သော စက်ဝိုင်းပြတ်ကို B တွင်ဖြတ်ပါစေ(ပုံ(2.13)ကိုကြည့်ပါ။)

အဆင့်(7)။ ။ A နှင့် B, C နှင့် B တို့ကို ဆက်သွယ်ပါ။ ထိုအခါ ABCD သည်လိုအပ်သော စတုဂံဖြစ်မည်။(ယခုဆောက်လုပ်ဆွဲသားချက်သည် တြိဂံ ABC နှင့် တြိဂံ ADC တို့ကို AC ၏ တစ်ဖက်တစ်ချက်စီ၌ ဆွဲသားခြင်းနှင့်အတူတူပင်ဖြစ်ကြောင်းကို သတိပြုသင့်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း 2.3

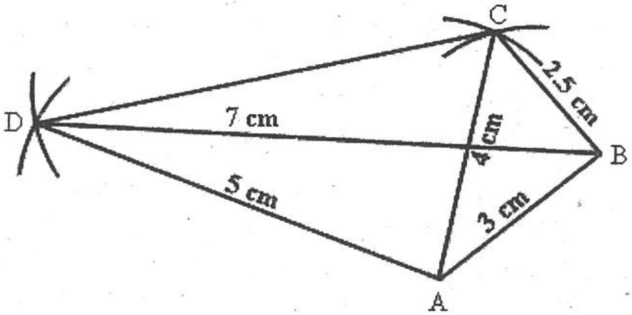
1. အောက်ပါပေးထားချက်များကို အသုံးပြု၍ စတုဂံ ABCD ကိုဆွဲပါ။
   (a) AB = 3.9 cm, BC = 4.3 cm, CD = 5 cm
       DA = 5.9 cm နှင့် AC = 5.9 cm
   (b) AB = BC = 3.6 cm, CD = DA = 4.5 cm, နှင့် BC = 6.3 cm

2.6.2 အနားသုံးနားနှင့်ထောင့်ဖြတ်နှစ်ခုပေးထားသော စတုဂံကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

AD = 5 cm, AB = 3 cm, BC = 2.5 cm , AC = 4cm နှင့် BD = 7 cm ရှိသော စတုဂံ တစ်ခုကို ဆွဲသားလိုသည်ဆိုပါစို့။

အောက်ပါပြုလုပ်ချက်အဆင့်ဆင့်ကို အသုံးပြု၍ လိုအပ်သော စတုဂံကိုဆွဲသားမည်။

အဆင့်(1)။ ။ AB = 3 cm ရှိသော မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုကို ဆွဲသားပါ။
အဆင့်(2)။ ။ AB ကို အခြေပြု၍ AD = 5 cm, BD = 7 cm ရှိသော $\triangle$ABD ကို ဆွဲသားပါ။ ပုံ(2.14)ကို ကြည့်ပါ။



ပုံ (2.14)

အဆင့်(3)။ ။ တစ်ဖန် AB ကိုအခြေပြု၍ $\triangle$ABD နှင့် တစ်ဖက်တည်း၌ AC = 4 cm, BC = 2.5cm ရှိသော $\triangle$ABC ကိုဆွဲသားပါ။ (ပုံ (2.14)ကိုကြည့်ပါ။)
အဆင့်(4)။ ။ C နှင့် D ကို ဆက်သွယ်ပါ။ ABCD သည် လိုအပ်သော စတုဂံဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း 2.4

အောက်ပါပေးထားချက်များကို အသုံးပြု၍ စတုဂံ ABCD ကိုဆွဲသားပါ။

(a) AB = 2.9 cm, BC = 3.4 cm, CD = 4.3 cm
AC = 5.3 cm နှင့် BD = 5.7 cm

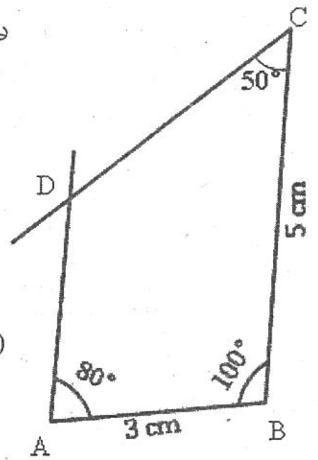
(b) AB = BC = CD = 5cm, AC = 6.7 cm နှင့် BD = 5.9 cm

2.6.3 နီးစပ်သော အနားနှစ်နားနှင့် ထောင့်သုံးထောင့်ကို ပေးထားသော စတုဂံကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

AB = 3 cm, BC = 5cm , $\angle A = 80°$, $\angle B = 100°$ နှင့် $\angle C = 50°$ ရှိသော စတုဂံတစ်ခု ဆွဲသား လိုသည် ဆိုပါစို့။

ဤဆောက်လုပ်ဆွဲသားချက်ကိုလေ့ကျင့်ခန်းအဖြစ်ထားရှိမ (အရိပ်အမြွက် - ပုံ(2.15)ကို ကြည့်ပါ။)

(စတုဂံ၏ အခြားထောင့်သုံးထောင့်ကို ပေးထား လျှင် ကျန်စတုတ္ထထောင့်အား **"စတုဂံတစ်ခု၏ ထောင့်များပေါင်းလဒ်သည် 360° ရှိသည်။"** ဆိုသောအချက်ကို အသုံးပြု၍ ရှာနိုင်သည်။)



ပုံ(2.15)

လေ့ကျင့်ခန်း 2.5

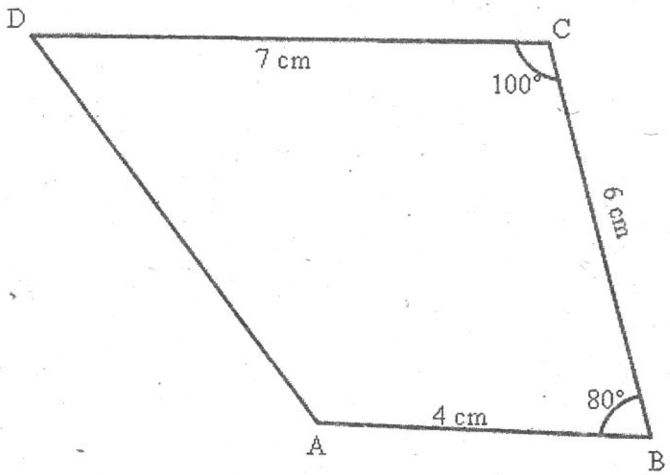
1. အောက်ပါပေးထားချက်များကိုသုံး၍ စတုဂံ ABCD ကို ဆွဲသားပါ။

(a) $\angle A = 75°$, $\angle B = 85°$, $\angle C = 110°$, AB = 4.1 cm နှင့် BC = 3.9 cm

(b) $\angle D = 90°$, $\angle A = 67°$, $\angle B = 105°$, DA = AB = 5.3 cm

2.6.4 အနားသုံးနားနှင့် ကြားထောင့် နှစ်ထောင့် ပေးထားသော စတုဂံကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

AB = 4cm, BC = 6 cm, CD = 7 cm, $\angle B = 80°$ နှင့် $\angle C = 100°$ ရှိသော စတုဂံ ABCD ကို ဆွဲသားလိုသည်ဆိုပါစို့။ ဤဆွဲသားချက်ကို လေ့ကျင့်ခန်းအဖြစ် ထားခဲ့မည်။(အရိပ်အမြွက် ပုံ(2.16)ကို ကြည့်ပါ။)



ပုံ(2.16)

လေ့ကျင့်ခန်း 2.6

1. အောက်ပါပေးထားချက်များကို အသုံးပြု၍ စတုဂံ ABCD ကို ဆွဲသားပါ။

   (a) AB = 4.9 cm, BC = 3.8 cm, CD = 4.4 cm, $\angle B = 90^\circ$ နှင့် $\angle C = 85^\circ$

   (b) BC = 3.6 cm, CD = 4.5 cm, DA = 5cm, $\angle C = 75^\circ$ နှင့် $\angle D = 120^\circ$

2.7 စတုဂံများ ထပ်တူညီခြင်း

စတုဂံအမျိုးမျိုးကို မည်သို့ဆွဲသားရမည်ကို လေ့လာပြီးဖြစ်သည်။ စတုဂံတစ်ခုဆွဲသားရန် အနည်းဆုံး အနားနှစ်နား ပါဝင်သော အခြေခံငါးခုပေးထားရမည်ဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် ယေဘုယျ စတုဂံနှစ်ခု ထပ်တူညီရန် အချက်(5)ချက်နှင့် ပြည့်စုံရမည်။ စာပိုဒ် 2.6 အရ စတုဂံနှစ်ခု ထပ်တူညီ စေနိုင်သော အချက်များကို အောက်ပါအတိုင်း မှတ်သားနိုင်သည်။

(a) အနားလေးနားနှင့်ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းတို့ တူညီသော စတုဂံနှစ်ခုသည် ထပ်တူညီသည်။(SSSSD)

(b) အနားသုံးနားနှင့် ထောင့်ဖြတ်နှစ်ခုတို့ တူညီသော စတုဂံနှစ်ခုသည် ထပ်တူညီသည်။ (SSSDD)

(c) နီးစပ်သော အနားနှစ်နား ကြားထောင့်တစ်ထောင့်နှင့်ကျန်ထောင့်နှစ်ထောင့်တို့ တူညီသော စတုဂံနှစ်ခုသည် ထပ်တူညီသည်။(ASASA)

(d) အနားသုံးနားနှင့်ကြားထောင့်နှစ်ထောင့်တူညီသော စတုဂံနှစ်ခုသည် ထပ်တူညီ သည်။ (SASAS)

အခန်း (3)

စက်ဝိုင်းများ

ဤအခန်းတွင် မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းနှင့်စက်ဝိုင်းတစ်ခုဖြတ်ခြင်း၊ စက်ဝိုင်းတစ်ခုနှင့်တစ်ခု ဖြတ်ခြင်းများနှင့်စက်ဝိုင်းများသို့ ဝန်းထိမျဉ်းများ(tangents) အကြောင်းကို လေ့လာကြမည်။ ၎င်းပြင် စက်ဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာအကြောင်းကိုလည်း လေ့လာကြမည်။

3.1 ပြန်လည်ဆွေးနွေးခြင်း

စက်ဝိုင်းနှင့်ပတ်သက်၍ လေ့လာခဲ့ပြီးသော အကြောင်းအရာများကို ပြန်လည်ဖော်ပြပါမည်။

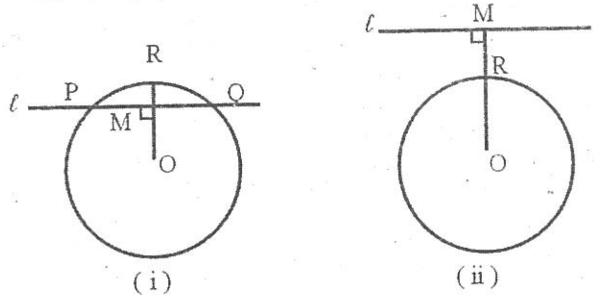
စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဗဟို(centre)၊ အချင်းဝက်(radius)၊ အချင်း(diameter)၊ စက်ဝန်း(အဝန်း) (circumference)၊ လေးကြိုး(chord)၊ စက်ဝန်းပိုင်း(Arc)၊ စက်ဝိုင်းခြမ်း(Semicircle)၊ စက်ဝိုင်းပြတ် (Segment)၊ စက်ဝိုင်းစိတ်(Sector)နှင့် စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ အတွင်းနှင့်အပြင်(interior and exterior of a circle) စသည်တို့ကို သိရှိပြီးဖြစ်သည်။

- ဗဟိုမှလေးကြိုးမျဉ်း တစ်ကြောင်းပေါ်သို့ ထောင့်မတ်ကျသောမျဉ်းသည် လေးကြိုးကို ထက်ဝက်ပိုင်းသည်။
- ဗဟိုမှတူညီစွာ ကွာဝေးသော လေးကြိုးများသည် တူညီကြသည်။
- စက်ဝန်းပိုင်းတစ်ခုမှ ဗဟို၌ ခံဆောင်ထားသော ထောင့်သည် ထိုစက်ဝန်းပိုင်းမှကျန် စက်ဝန်းပိုင်းပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခုခု၌ ခံဆောင်ထားသော ထောင့်၏နှစ်ဆရှိသည်။
- တူညီသော စက်ဝိုင်းပြတ်တစ်ခုအတွင်းရှိထောင့်များသည် တူညီကြသည်။
- စက်ဝိုင်းခြမ်းတစ်ခုအတွင်းရှိ ထောင့်သည် ထောင့်မှန်တစ်ခုဖြစ်သည်။

အထက်ပါအချက်များအပြင် စက်ဝိုင်း၏ အခြားသော အကြောင်းအရာများကို ဆက်လက်လေ့လာကြရမည်။

3.2 စက်ဝိုင်းတစ်ခုနှင့်မျဉ်းဖြောင့်တစ်ခုဖြတ်ခြင်း

ဗဟို O နှင့် အချင်းဝက် r ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်း ℓ ကိုဆွဲပါ။ ထိုအခါ ပုံ(3.1) တွင် ဖော်ပြထားသည့် (i) နှင့် (ii) အတိုင်း ပုံနှစ်မျိုးဖြစ်ပေသည်။



ပုံ (3.1)

ပုံ(3.1)(i) တွင် မျဉ်းဖြောင့် ℓ သည် စက်ဝိုင်းကို မတူသော အမှတ်နှစ်ခု P နှင့် Q တို့၌ ဖြတ်သည်။ ထိုကဲ့သို့သောမျဉ်းကို ဝန်းဖြတ်မျဉ်း(secant to the circle) ဟု ခေါ်သည်။ စက်ဝိုင်း၏ အတွင်း၌ရှိသော မျဉ်းဖြောင့်၏ အပိုင်းကို စက်ဝိုင်း၏လေးကြိုးဟုခေါ်သည်။ $OM \perp PQ$ ဆွဲပြီး OM ကို စက်ဝိုင်းအား အမှတ် R ၌ တွေ့သည်အထိ ဆက်ဆွဲပါ။ ထို့နောက် M သည် PQ ၏အလယ် အမှတ်ဖြစ်သည်။ (အဘယ်ကြောင့်နည်း) OR သည် စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်ဖြစ်သည်။

OM<OR(OR=r) ဖြစ်နေသည်ကို တွေ့ရ၏။ ဆိုလိုသည်မှာ လေးကြိုး PQ (သို့) မျဉ်းဖြောင့် ℓ သည် ဗဟို O မှ စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်အောက်ငယ်သော အကွာအဝေးတွင် ရှိနေသည်။ သို့ဖြစ်၍ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းသည် စက်ဝိုင်းကို အမှတ်နှစ်နေရာတွင် ဖြတ်လျှင် ဗဟိုမှ ထိုလေးကြိုးသို့ အကွာအဝေးသည် စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်အောက်ငယ်ပေသည်။

ပုံ(3.1)(ii) တွင် မျဉ်းဖြောင့် ℓ သည် စက်ဝိုင်းကို လုံးဝဖြတ်ခြင်းမပြုပေ။ ၎င်းသည် စက်ဝိုင်း ၏ပြင်ပတွင် တစ်ခုလုံးကျရောက်နေပေသည်။ $OM \perp \ell$ ကိုဆွဲရာ စက်ဝိုင်းကို R ၌ ဖြတ်ပါစေ။ M သည် မည်သည့်နေရာ၌ ရှိနေသနည်း။ ၎င်းအမှတ်သည် စက်ဝိုင်း၏ အပြင်ဘက်တွင် ကျရောက် နေသည်။

OM>OR (OR= γ) ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရ၏။ သို့ဖြစ်၍ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းသည် စက်ဝိုင်း တစ်ခုကို မဖြတ်လျှင် စက်ဝိုင်းဗဟိုမှ ၎င်းမျဉ်း၏ အကွာအဝေးသည် စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်ထက် ကြီးကြောင်းတွေ့ရသည်။

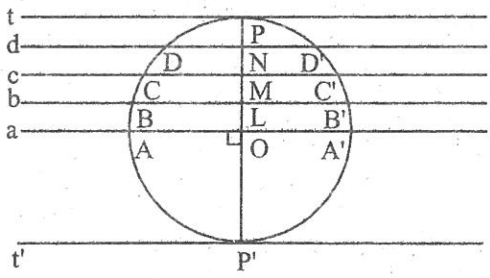
3.3 စက်ဝိုင်းတစ်ခုသို့ ဝန်းထိမျဉ်း

(Tangent to a Circle)

စာပိုဒ် (3.2) တွင် စဉ်းစားခဲ့သည့် စက်ဝိုင်းတစ်ခုနှင့် မျဉ်းဖြောင့်တစ်ခု၏ အနေအထား နှစ်မျိုးအပြင် မျဉ်းဖြောင့်တစ်ခုနှင့် စက်ဝိုင်းတစ်ခုတို့ဖြတ်ခြင်းကို နောက်ထပ်တစ်မျိုး တွေ့ရှိနိုင် သေးသည်။

အောက်ပါအတိုင်း စမ်းသပ်ချက်တစ်ခုကို ပြုလုပ်ပါ။

ဗဟို O နှင့် အချင်းဝက် r ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို ဆွဲသားပါ။ စက်ဝိုင်းကို A,A' ; B,B' ; C,C' ; D,D' အသီးသီး တို့၌ ဖြတ်နေသည့် ပြိုင်နေသောဖြတ်မျဉ်းများ a,b,c,d အသီးသီးတို့ကို ဆွဲပါ။



ပုံ (3.2)

a သည် ဗဟို O ကိုဖြတ်သွားသည့်ဝန်းဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းဖြစ်ပြီး အခြားဝန်းဖြတ်မျဉ်းများသည် ဗဟိုမှ တဖြည်းဖြည်း ဝေးကွာသွားသည့်ဖြတ်မျဉ်းများ ဖြစ်သည်။ OL ⊥ b ဆွဲပါ။ OL သည် ဝန်းဖြတ်မျဉ်းအားလုံးကို ထောင့်မတ်ကျနေသည်။ (အဘယ်ကြောင့်နည်း။) OL ကိုဆက်ဆွဲရာ ဝန်းဖြတ်မျဉ်းများ c နှင့် d တို့ကို M နှင့် N တို့၌ အသီးသီး ဖြတ်သွားပြီး စက်ဝိုင်းကို P ၌ ဖြတ်ပါစေ။

L,M,N တို့သည် လေးကြိုးများ BB',CC',DD' တို့၏ အလယ်အမှတ်များ အသီးသီး ဖြစ်သည်။ (အဘယ့်ကြောင့်နည်း။) ပုံ(3.2)ကို ကြည့်ပါ။

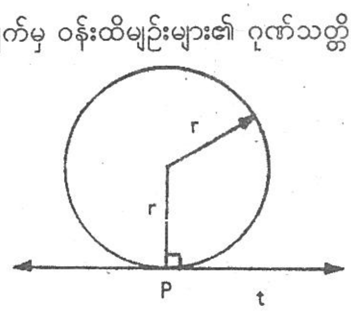
ယခု BB',CC',DD' တို့သည် ဗဟိုမှတဖြည်းဖြည်းပို၍ ဝေးကွာလာသောအခါ ၎င်းတို့၏ အလျားများသည် မည်သို့ဖြစ်လာမည်နည်း။

ဗဟိုမှအကွာအဝေးသည် r နှင့် ညီတူနီးပါး ဖြစ်လာသောအခါ မည်သို့ ဖြစ်လာသနည်း။ သက်ဆိုင်ရာ ဝန်းဖြတ်မျဉ်းကြောင့် ရလာသည့် လေးကြိုးသည် အထူးပင် သေးငယ်လာပါသည်။

ဝန်းဖြတ်မျဉ်း၏ ဗဟိုမှအကွာအဝေးသည် အချင်းဝက်နှင့်တူညီလာသောအခါ မည်သို့ဖြစ်လာပါသနည်း။ လေးကြိုး၏ အစွန်းနှစ်မှတ်သည် တစ်ထပ်တည်းကျလာပြီး လေးကြိုး၏ အလျားသည် သုညဖြစ်သွားသည်။ မည်သည့်အမှတ်၌ လေးကြိုး၏ အဆုံးအမှတ်များသည် တစ်ထပ်တည်းကျမည်နည်း။ P ၌ တစ်ထပ်တည်းကျကြောင်း ထင်ရှားသည်။ ဤ ထူးခြားသော ဝန်းဖြတ်မျဉ်းကို ပုံ(3.2)တွင် t ဟု သတ်မှတ်ထားသည်။ ၎င်းဝန်းဖြတ်မျဉ်းသည် စက်ဝိုင်းကို P အမှတ်တစ်ခုတည်း၌သာ ဖြတ်ပေသည်။ ဤကဲ့သို့ ထူးခြားသော ဝန်းဖြတ်မျဉ်းကို စက်ဝိုင်းတစ်ခုသို့ ဝန်းထိမျဉ်း (Tangent to the Circle)ဟု ခေါ်သည်။ P ကို ဝန်းထိမျဉ်းနှင့် စက်ဝိုင်းတို့၏ ထိမှတ်(Point of Contact) ဟုခေါ်သည်။ သို့ဖြစ်၍ **စက်ဝိုင်းကို အမှတ်တစ်ခုတည်း၌သာ ဖြတ်သော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ခုကို စက်ဝိုင်းသို့ ဝန်းထိမျဉ်းတစ်ကြောင်းဟု ခေါ်သည်။ ၎င်းမျဉ်းဖြောင့်နှင့် စက်ဝိုင်းတို့ ဖြတ်သောအမှတ်ကို စက်ဝိုင်းနှင့် ထိမှတ်(Point of Contact with the circle) ဟု ခေါ်သည်။**

မျဉ်း t ကို P အမှတ်ရှိ စက်ဝိုင်းသို့ ဝန်းထိမျဉ်းဟု ခေါ်သည်။ ဝန်းထိမျဉ်း t သည် P အမှတ်၌ စက်ဝိုင်းကို ထိနေသည်ဟုလည်း ဆိုလေ့ရှိသည်။ O ၏ အခြားတစ်ဖက်၌ ပုံ(3.2) တွင် ပြထားသကဲ့သို့ ဗဟိုမှ အကွာအဝေးများ တိုးပြီး အပြိုင် ဝန်းဖြတ်မျဉ်းများ ဆွဲလျှင် မည်ကဲ့သို့ဖြစ်လာမည်နည်း။ P ကို ဖြတ်သွားသည့် အချင်းမျဉ်း၏ ကျန်အစွန်းတစ်ဖက် အမှတ် P ၌ ထိနေသည့် ဝန်းထိမျဉ်းတစ်ကြောင်းကို ရရှိမည်။

အထက်ပါ ဆွေးနွေးချက်မှ ဝန်းထိမျဉ်းများ၏ ဂုဏ်သတ္တိနှစ်ခုကို လေ့လာသိရှိရသည်။



ပုံ(3.3)

(i) စက်ဝိုင်း၏ ဗဟိုမှ ဝန်းထိမျဉ်းသို့ အကွာအဝေးသည် စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်နှင့် တူညီသည်။

(ii) ဝန်းထိမျဉ်းသည် ထိမှတ်ကိုဖြတ်သွားသည့် စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်ကို ထောင့်မတ်ကျသည်။

3.4 အမှတ်တစ်ခုမှ စက်ဝိုင်းတစ်ခုသို့ဆွဲသော ဝန်းထိမျဉ်းများ

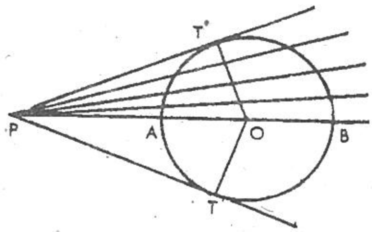
(Number of Tangents to a Circle from a point)

(i) အမှတ်သည် စက်ဝိုင်း၏ ပြင်ပ၌ ရှိသော အခြေအနေ

(The point is outside the circle)

ဗဟို O ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုဆွဲပြီး စက်ဝိုင်း၏ ပြင်ပ၌ အမှတ် P ကိုယူပါ။ P နှင့် O ကို ဖြတ်၍ ဝန်းဖြတ် မျဉ်းတစ်ကြောင်းကိုဆွဲရာ စက်ဝိုင်းကို A နှင့် B တွင် ဖြတ်ပါစေ။

ပုံ(3.4) ကိုကြည့်ပါ။



ပုံ(3.4)

PAB ပေါ်တွင် တစ်ထပ်တည်းရှိစေသော ဝန်းဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းကိုယူ၍ ထိုမျဉ်းကို လက်ဝဲရစ်အတိုင်း အမှတ် P ၌ လှည့်ပါ။ ဝန်းဖြတ်မျဉ်းကို လှည့်ရာတွင် ဝန်းဖြတ်မျဉ်းနှင့် စက်ဝိုင်းတို့၏ ဖြတ်မှတ်များသည် မည်သို့ဖြစ်ပေါ်လာသနည်း။ ဖြတ်မှတ်များသည် စက်ဝိုင်းပေါ်တွင် တစ်ခုမှ တစ်ခုစီသို့ ဦးတည်၍ ရွေ့နေကြပါသည်။ ၎င်းတို့သည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခု T အမှတ်၌ တစ်ထပ်တည်းကျသော အခြေအနေသို့ ရောက်ရှိလာမည်။ ဤအခြေအနေကို ရောက်ရှိပြီးနောက် လှည့်နေသော မျဉ်းဖြောင့်သည် စက်ဝိုင်းကိုဖြတ်ခြင်း မပြုတော့ချေ။ ထိုဝန်းဖြတ်မျဉ်းသည် အမှတ် T တစ်ခုတည်း၌ ထိနေသောအခါ ဝန်းထိမျဉ်း ဖြစ်လာပေသည်။ ထိုအခါ P ကို ဖြတ်သော ဝန်းထိမျဉ်း တစ်ကြောင်း PT ကို ရရှိသည်။

PAB မှအစပြု၍ လက်ယာရစ်အတိုင်း မျဉ်းတစ်ကြောင်းကိုထပ်မံ၍ လှည့်ကြည့်ပါ။ မျဉ်းဖြောင့်သည် တစ်ကြိမ်ထပ်မံ၍ စက်ဝိုင်းကို T' အမှတ် တစ်ခုတည်း၌ ဖြတ်သော အခြေအနေကို ရောက်ပြီးနောက် စက်ဝိုင်းကို မဖြတ်တော့ချေ။ PT' သည် P မှ စက်ဝိုင်းသို့ ဆွဲသော အခြား ဝန်းထိမျဉ်းတစ်ကြောင်း ဖြစ်သည်။

P မှနေ၍ စက်ဝိုင်းသို့ တတိယ ဝန်းထိမျဉ်းတစ်ကြောင်း ဆွဲနိုင်ပါသေးသလား။ မဆွဲနိုင်ကြောင်း ထင်ရှားသည်။ သို့ဖြစ်၍ အောက်ပါအတိုင်း မှတ်ချက်ချနိုင်သည်။

စက်ဝိုင်း၏ ပြင်ပ အမှတ်တစ်ခုမှနေ၍ စက်ဝိုင်းသို့ ဝန်းထိမျဉ်းနှစ်ကြောင်း ဆွဲနိုင်သည်။

ထိမှတ်ကိုဖြတ်၍ ရလာသည့် အချင်းဝက်များနှင့် ဝန်းထိမျဉ်းတို့၏ ဂုဏ်သတ္တိအချို့ကို ရှာဖွေကြမည်။ ပုံ(3.3 ကိုကြည့်ပါ။)

O နှင့် T,O နှင့် T' တို့ကို ဆက်ပါ။ ထို့နောက်

$OT \perp PT$ နှင့် $OT \perp PT'$ ဖြစ်သည်။ (အဘယ်ကြောင့်နည်း။)

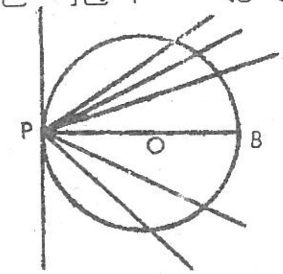
$\triangle$ POT နှင့် $\triangle$ POT' တွင်
PO = PO (ဘုံအနား)
OT = OT' (အချင်းဝက်များ)
$\angle PTO = \angle PT'O = 90^\circ$ တို့ကို တွေ့ရှိရသည်။
$\therefore \triangle POT \cong \triangle POT'$ (မန-န)
$\therefore$ PT = PT' ဖြစ်သည်။

PT နှင့် PT' တို့၏ အလျားများကို P မှစက်ဝိုင်းသို့ဆွဲသော ဝန်းထိမျဉ်းများ၏ အလျားများဟုခေါ်သည်။ သို့ဖြစ်၍ ဝန်းထိမျဉ်းပိုင်း**(Tangent Segments)**နှစ်ခုတို့သည် တူညီကြသည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် ပြင်ပ အမှတ်တစ်ခုမှ စက်ဝိုင်းတစ်ခုသို့ ဆွဲသော ဝန်းထိ မျဉ်းနှစ်ကြောင်းတို့သည် တူညီကြသည်။

(ii) **အမှတ်သည် စက်ဝိုင်းပေါ်၌ရှိသော အခြေအနေ**
(The point is on the circle)

အမှတ် P သည် စက်ဝိုင်းပေါ်တွင် ရှိသောအခါ အထက်ပါ စမ်းသပ်ချက်မျိုးကို ထပ်မံလုပ်ဆောင်ကြည့်ကြမည်။

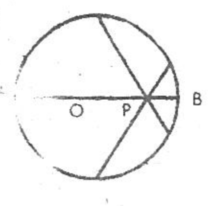
ပုံ(3.4)ရှိ အမှတ် A သည် P ကိုယ်တိုင်ဖြစ်နေသည်။ လှည့်နေသော မျဉ်းဖြောင့်သည် PO ကို မျဉ်းမတ်ကျသောအခါ စက်ဝိုင်းသို့ ဝန်းထိမျဉ်းဖြစ်လာမည်။ ဤဖြစ်ရပ်တွင် T နှင့် T' တို့သည် P ၌ တစ်ထပ်တည်း ကျရောက်လာမည်။ ပုံ(3.5) ကို ကြည့်ပါ။ ၎င်းပြင် P အမှတ်၌ ထိသော ဝန်းထိမျဉ်းသည် တစ်ကြောင်းတည်းသာရှိမည်။



ပုံ (3.5)

(iii) **အမှတ်သည် စက်ဝိုင်းအတွင်း၌ရှိသော အခြေအနေ**

ပုံ(3.6)တွင် ပြထားသကဲ့သို့ အမှတ် P သည် စက်ဝိုင်းအတွင်း၌ ရှိပါစေ။ P ကို ဖြတ်၍ နှစ်သက်ရာ ဝန်းဖြတ်မျဉ်းများ ဆွဲပါ။ ဝန်းဖြတ်မျဉ်းတိုင်းသည် စက်ဝိုင်းကို အမှတ်နှစ်ခု၌ ဖြတ်ကြသည်။



ပုံ (3.6)

စက်ဝိုင်းကို အမှတ်တစ်ခုတည်း၌ ဖြတ်သော ဝန်းဖြတ်မျဉ်းများ မဆွဲနိုင်ပါ။ သို့ဖြစ်၍ စက်ဝိုင်း၏ အတွင်း၌ရှိသော အမှတ်တစ်ခုမှနေ၍ စက်ဝိုင်းသို့ ဝန်းထိမျဉ်းမဆွဲနိုင်ကြောင်း တွေ့ရသည်။

3.5 ဝန်းထိမျဉ်းများ ဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

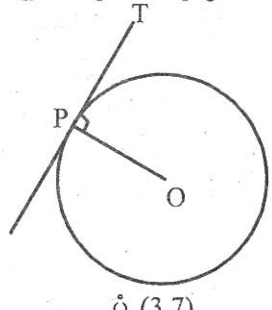
3.5.1 စက်ဝိုင်းပေါ်ရှိ ပေးရင်းအမှတ်တစ်ခု၌ ထိသော ဝန်းထိမျဉ်း ဆွဲသားခြင်း

စာပိုဒ် 3.3 တွင် ရှိသော ဂုဏ်သတ္တိ(ii) သည် စက်ဝိုင်း၏ အပေါ်ရှိ ပေးထားသော အမှတ်၌ ထိသည့် ဝန်းထိမျဉ်းတစ်ကြောင်း ဆွဲရာတွင် အထောက်အကူပြုပေးသည်။ လိုအပ်သော ဝန်းထိမျဉ်း ရရှိစေရန် အောက်ပါအဆင့်များအတိုင်း လုပ်ဆောင်ပါ။

အဆင့်(1)။ ။ ပေးထားသော အချင်းဝက်တစ်ခုဖြင့် ဗဟို O ရှိ စက်ဝိုင်းတစ်ခုဆွဲပါ။

အဆင့်(2)။ ။ အမှတ်တစ်ခု P ကို စက်ဝိုင်းပေါ်တွင် ယူပြီး O နှင့် P ကို ဆက်ပါ။

အဆင့်(3)။ ။ အမှတ် P ၌ $PT \perp OP$ ဆွဲပါ။ ပုံ(3.7)တွင် ကြည့်ပါ။ ထိုအခါ PT သည် အမှတ် P ၌ထိသော လိုအပ်သည့်ဝန်းထိမျဉ်းဖြစ်သည်။ (အဘယ့်ကြောင့်နည်း။)



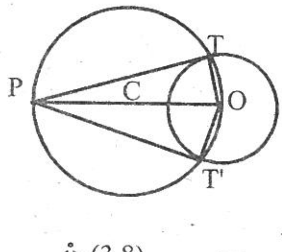
ပုံ (3.7)

3.5.2 ပြင်ပ အမှတ်တစ်ခုမှ စက်ဝိုင်းတစ်ခုသို့ ဝန်းထိမျဉ်းများ ဆွဲခြင်း

အချင်းဝက် 1.5 cm ရှိသော စက်ဝိုင်း၏ ဗဟိုမှ အကွာအဝေး 4 cm တွင် ရှိသော ပြင်ပ အမှတ်တစ်ခုမှ ထိုစက်ဝိုင်းသို့ ဝန်းထိမျဉ်းများဆွဲလိုသည်ဆိုပါစို့။ လိုအပ်သော ဝန်းထိမျဉ်းများ ရရှိစေရန် အောက်ပါအဆင့်များအတိုင်းလုပ်ဆောင်ပါ။

အဆင့်(1)။ ။ PO = 4 cm ရှိသော မျဉ်းပြတ်တစ်ခု ဆွဲပါ။

အဆင့်(2)။ ။ O ကို ဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 1.5 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခု ဆွဲပါ။ ထိုအခါ လိုအပ်သော စက်ဝိုင်းနှင့် လိုအပ်သော ပြင်ပ အမှတ်တို့ကို ရရှိလာမည်။



ပုံ (3.8)

အဆင့်(3)။ ။ PO ကို C ၌ ထက်ဝက်ပိုင်းပါ။

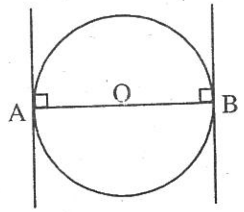
အဆင့်(4)။ ။ C ကို ဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 2 cm ဖြင့် စက်ဝိုင်းတစ်ခု ဆွဲရာ အဆင့်(2)တွင် ဆွဲခဲ့သော စက်ဝိုင်းကို T နှင့် T' ၌ ဖြတ်ပါစေ။
[ပုံ(3.8) ကိုကြည့်ပါ။]
[စက်ဝိုင်းသည် O ကိုလည်း ဖြတ်သွားသည်။]
(အဘယ့်ကြောင့်နည်း။)

အဆင့်(5)။ ။ P နှင့် T,P နှင့် T' တို့ကို ဆက်ပါ။
ထိုအခါ PT နှင့် PT' တို့သည် လိုအပ်သော ဝန်းထိမျဉ်းများဖြစ်သည်။
(အဘယ့်ကြောင့်နည်း။) စက်ဝိုင်းခြမ်းအတွင်းရှိ ထောင့်တစ်ထောင့်သည် ထောင့်မှန် တစ်ခု ဖြစ်သည်ဟူသော ဂုဏ်သတ္တိအရ
$\angle PTO = \angle PT'O = 90^\circ$ ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း(3.1)

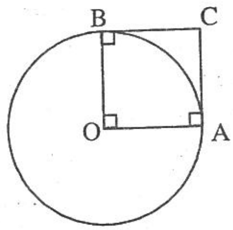
1. မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းသည် မည်သည့်အခါတွင် စက်ဝိုင်းတစ်ခုအား
   (a) မဖြတ်ဘဲ နေမည်နည်း။
   (b) အမှတ်တစ်ခုတည်း၌ ဖြတ်သနည်း။
   (c) အမှတ်နှစ်ခု၌ ဖြတ်သနည်း။
2. မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းသည် မည်သည့်အခါတွင်
   (a) စက်ဝိုင်းသို့ ဝန်းဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်း ဖြစ်မည်နည်း။
   (b) စက်ဝိုင်းသို့ ဝန်းထိမျဉ်းတစ်ကြောင်း ဖြစ်မည်နည်း။
   စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ လေးကြိုးမျဉ်းတစ်ကြောင်းသည် ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းဖြစ်ပါသလား။
3. ဗဟို O ရှိသည့် အချင်းဝက် 1.5 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခု ဆွဲပါ။ အချင်းမျဉ်းတစ်ကြောင်း AOB, ကို ဆွဲပြီး A နှင့် B တို့၌ ဝန်းထိမျဉ်းများ ဆွဲပါ။ ပုံ (3.9) ကို ကြည့်ပါ။ ဤဝန်းထိမျဉ်းများသည် ပြိုင်နေကြပါသလား။ အကြောင်းပြချက်ပေးပါ။

   (ဤပုစ္ဆာမှ **အချင်းမျဉ်း၏ အစွန်း နှစ်ဘက်၌ ရှိသော ဝန်းထိမျဉ်းများသည် ပြိုင်နေသည်** ဟူသော အချက်ကို သိနိုင်သည်။)



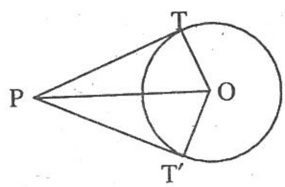
ပုံ (3.9)

4. ဗဟို O နှင့် အချင်းဝက် 2 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို ဆွဲပါ။ $\angle$ AOB = 90° ဖြစ်စေမည့် အမှတ်နှစ်ခု A နှင့် B ကို စက်ဝိုင်းပေါ်တွင်ယူပါ။ A နှင့် B တို့၌ ဆွဲသော ဝန်းထိမျဉ်းများသည် C ၌ ဖြတ်ပါစေ (ပုံ(3.10)ကိုကြည့်ပါ။)
   OACB သည် စတုရန်းတစ်ခုဖြစ်ပါသလား။ အကြောင်းပြချက်ပေးပါ။



ပုံ (3.10)

5. ပုံ(3.11)တွင် PT နှင့် PT' တို့သည် အမှတ် P မှ ဗဟို O ရှိသော စက်ဝိုင်းသို့ ဆွဲထားသော ဝန်းထိမျဉ်းနှစ်ကြောင်းဖြစ်သည်။ PO သည် $\angle$ TPT' နှင့် $\angle$ TOT' တို့ကို ထက်ဝက်ပိုင်းကြောင်း ပြပါ။



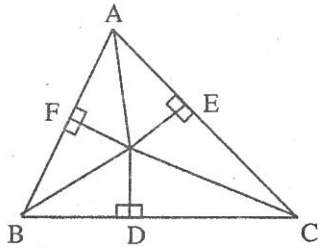
ပုံ (3.11)

6. တြိဂံတစ်ခု ABC ကိုဆွဲပါ။ ၎င်းတြိဂံ၏ထောင့်များကို ထက်ဝက်ပိုင်းသည့် မျဉ်းတို့၏ ဆုံမှတ်သည် I ဖြစ်ပါစေ။ BC,CA,AB တို့ပေါ်သို့

မျဉ်းမတ်များ ID,IE,IF တို့ဆွဲပါ။ (ပုံ(3.12)ကို ကြည့်ပါ။) ID=IE=IF ဖြစ်ကြောင်း ရှင်းပြပါ။

I ကို ဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် ID ဖြင့် စက်ဝိုင်းတစ်ခုဆွဲပါ။ ၎င်းစက်ဝိုင်းသည် BC, CA နှင့် AB တို့ကို D,E နှင့် F အသီးသီး၌ ထိနေပါသလား။ အကြောင်းပြချက်ပေးပါ။

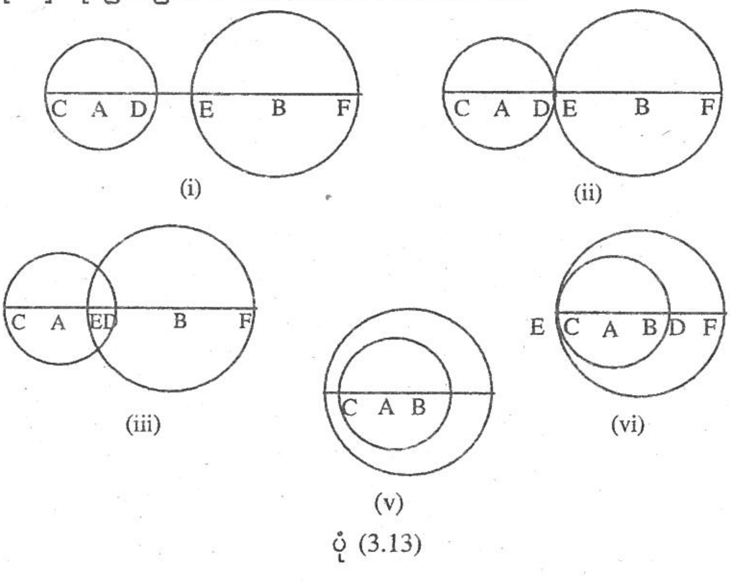
ဗဟို I ၌အချင်းဝက် ID ဖြင့် ဆွဲသော စက်ဝိုင်းသည် △ ABC ၏ အနားအသီးသီးကို D,E,F တို့၌ ထိနေကြောင်း သတိပြုနိုင်ပေသည်။ ထိုစက်ဝိုင်းကို တြိဂံ၏ **အတွင်းထိစက်ဝိုင်း(Incircle)** ဟုခေါ်ပြီး ထိုစက်ဝိုင်း၏ ဗဟိုကို **အတွင်းထိ စက်ဝိုင်းဗဟို(Incentre)** ဟု ခေါ်သည်။



ပုံ (3.12)

7. ပုံ(3.12)တွင် အောက်ပါတို့ကို သက်သေပြပါ။
   (a) $AE + CD = CE + AF$
   (b) $BD + CE = BF + CD$
   (c) $AF + BD = BF + AE$
8. အချင်းဝက် 5 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို ဆွဲပြီး စက်ဝိုင်း၏ ဗဟိုမှ 7 cm အကွာအဝေးတွင် ရှိသော အမှတ်တစ်ခု P ကိုယူပါ။ အမှတ် P မှ စက်ဝိုင်းသို့ ဝန်းထိမျဉ်းနှစ်ကြောင်းဆွဲပြီး ဝန်းထိမျဉ်းနှစ်ကြောင်း၏ အလျားကို တိုင်းကြည့်ပါ။ ၎င်းတို့ တူညီကြပါသလား။

3.6 စက်ဝိုင်းနှစ်ခု ဖြတ်ခြင်း (Intersection of two Circles)



ပုံ (3.13)

A နှင့် B ကို ဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 2 cm နှင့် 3 cm အသီးသီးရှိသည့် စက်ဝိုင်းနှစ်ခုဆွဲပါ။ စက်ဝိုင်းများကို ၎င်းတို့၏ ဗဟိုများဖြင့် အမည်ပေးသွားမည်။ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုကို စက်ဝိုင်း A နှင့် စက်ဝိုင်း B ဟု အသီးသီးခေါ်ပါ။ မျဉ်းပိုင်း AB ၏ အလျားကို စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ ဗဟိုနှစ်ခု အကွာအဝေးဟုခေါ်ပြီး AB ကို ဗဟိုများဆက်သောမျဉ်း(Line of Centres)ဟု ခေါ်သည်။ ဗဟိုများဆက်သောမျဉ်းသည် စက်ဝိုင်းနှစ်ခုကို D နှင့် E တို့၌ အသီးသီးဖြတ်ပါစေ။ CD သည် စက်ဝိုင်း A ၏ အချင်းဖြစ်ပြီး EF သည် စက်ဝိုင်း B ၏ အချင်းဖြစ်သည်။ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့သည် ပုံ 3.13 တွင် (i) မှ (v)ထိ ပြထားသည့်အနေအထားအတိုင်းဖြစ်နိုင်သည်။

ပုံ(3.13)(i)တွင် စက်ဝိုင်းတစ်ခုစီသည် ကျန်စက်ဝိုင်း၏ အပြင်ဘက်၌ ရှိနေကြသည်။ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့တွင် ဘုံအမှတ်မရှိပေ။ တစ်နည်းအားဖြင့်ဆိုရသော် စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့ တစ်ခုနှင့်တစ်ခု မဖြတ်ပေ။ AB သည် အချင်းဝက် AD နှင့် EB တို့ ပေါင်းလဒ်ထက် ကြီးပါသလား။ ကြီးကြောင်း ထင်ရှားသည်။ သို့ဖြစ်၍ စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ ဗဟိုများ အကွာအဝေးသည် ၎င်းတို့၏ အချင်းဝက်များ ပေါင်းလဒ်ထက်ကြီးလျှင် စက်ဝိုင်းတစ်ခုစီသည် ကျန်စက်ဝိုင်း၏ အပြင်ဘက်၌ ကျရောက်နေပြီး အချင်းချင်း မဖြတ်ပေ။

ပုံ(3.13)(ii) တွင် D နှင့် E တို့တစ်ထပ်တည်းကျနေပြီး စက်ဝိုင်းများအတွက် ဘုံအမှတ်တစ်ခုတည်းသာ ရှိပေသည်။ ၎င်းကို D (သို့) E ဟုခေါ်ဆိုနိုင်သည်။ ဗဟိုများ အကွာအဝေးသည် မည်သို့ အခြေအနေရှိသနည်း။ ဗဟိုများ အကွာအဝေးသည် အချင်းဝက်များ ပေါင်းလဒ်နှင့်တူညီနေသည်ကို တွေ့ရပါသည်။ ထိုအခါ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့သည် အပြင်ထိ ထိနေသည်ဟု ခေါ်ဆိုပြီး ဘုံအမှတ်ကို ၎င်းစက်ဝိုင်းတို့၏ ထိမှတ်ဟု ခေါ်သည်။ သို့ဖြစ်၍ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့၏ ဗဟိုနှစ်ခု အကွာအဝေးသည် အချင်းဝက်များ ပေါင်းလဒ်နှင့် တူညီနေလျှင် စက်ဝိုင်းတို့သည် အမှတ်တစ်ခုတည်း၌ ဖြတ်ကြပြီး အပြင်ထိ ထိနေကြသည်။

ပုံ (3.13) (iii) တွင် စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့သည် မတူညီသော အမှတ်နှစ်ခု၌ ဖြတ်နေပေသည်။ အကွာအဝေး AB သည် မည်သို့ရှိပါသနည်း။ ၎င်းသည် အချင်းဝက်များ ပေါင်းလဒ်အောက်ငယ်ပြီး နုတ်လဒ်ထက် ကြီးပေသည်။ သို့ဖြစ်၍ ဗဟိုနှစ်ခု အကွာအဝေးသည် အချင်းဝက်နှစ်ခု ပေါင်းလဒ်အောက်ငယ်ပြီးနုတ်လဒ်ထက်ကြီးနေလျှင် ၎င်းတို့သည် မတူညီသော အမှတ်၌ ဖြတ်ကြသည်။

ပုံ(3.13)(iv) တွင် C နှင့် E တို့သည် တစ်ထပ်တည်းကျနေပြီး စက်ဝိုင်း A သည် အမှတ် C မှတစ်ပါး စက်ဝိုင်း B အတွင်း လုံးဝကျရောက်နေပေသည်။ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့သည် C (သို့)E အမှတ်တစ်ခုတည်း၌ ဖြတ်သည်။ ထိုအခါ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့သည် အတွင်းထိ ထိနေကြသည်ဟု ခေါ်ဆိုသည်။ အကွာအဝေး AB သည် မည်သို့ရှိသနည်း။ ၎င်းသည် အချင်းဝက်များ နုတ်လဒ်နှင့် တူညီနေသည်ကို တွေ့ရပါသည်။ သို့ဖြစ်၍ စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ ဗဟိုများ အကွာအဝေးသည် အချင်းဝက်များ နုတ်လဒ်နှင့် တူညီနေလျှင် စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့သည် အတွင်းထိ ထိနေပေသည်။

နောက်ဆုံးအနေဖြင့် ပုံ(3.13)(v)တွင် စက်ဝိုင်း A သည် စက်ဝိုင်း B အတွင်း လုံးဝကျရောက်နေပြီး ဆုံမှတ် မရှိပေ။ အကွာအဝေး AB သည် မည်သို့ရှိပါသနည်း။ ၎င်းသည် အချင်းဝက်နှစ်ခု နုတ်လဒ်အောက် ငယ်နေကြောင်း တွေ့ရှိရသည်။ သို့ဖြစ်၍ စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ ဗဟိုများ အကွာဝေးသည် အချင်းဝက်နှစ်ခု နုတ်လဒ်အောက်ငယ်နေလျှင် ငယ်သော စက်ဝိုင်းသည် ကြီးသော စက်ဝိုင်းအတွင်း လုံးဝ ကျရောက်နေသည်။

စက်ဝိုင်းနှစ်ခုကို မည်သို့သော ပုံစံမျိုးများဖြင့်ပင် ဆွဲစေကာမူ အထက်ပါ ဂုဏ်သတ္တိ တစ်ခုခုကိုရရှိမည်။ အတိုချုပ်အားဖြင့်မူ ဂုဏ်သတ္တိများမှာ-

မတူညီသော စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့သည် တစ်ခုကိုတစ်ခု

(a) လုံးဝ မဖြတ်ကြချေ။

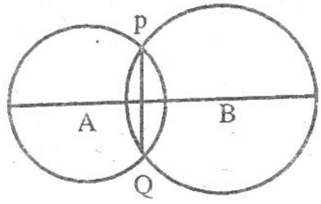
(သို့) (b) အတွင်း(သို့) အပြင်ထိ ထိနေသောအခါ အမှတ်တစ်ခုတည်း၌ ဖြတ်သည်။

(သို့) (c) မတူညီသော အမှတ်နှစ်ခု၌ ဖြတ်ကြသည်။

အချင်းဝက်တူညီသော စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့ ဖြတ်လျှင် မည်သို့ဖြစ်လာမည်နည်း။

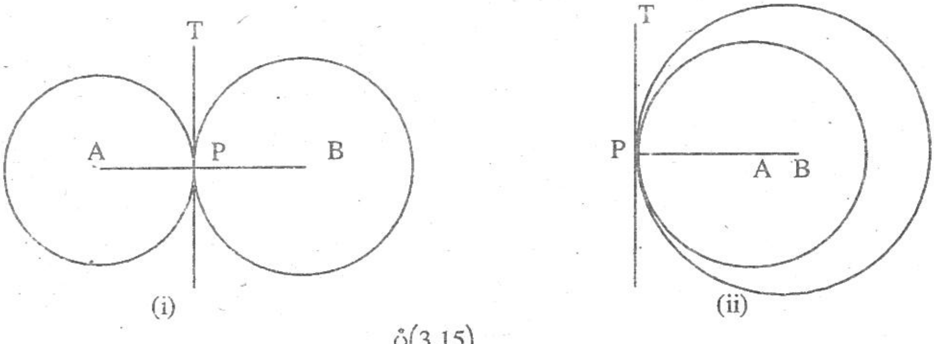
3.7 ဘုံလေးကြိုးမျဉ်းနှင့် ဘုံဝန်းထိမျဉ်း(common chord and common tangent)

ပုံ 3.13(iii) တွင် စက်ဝိုင်းများသည် မတူသော အမှတ်နှစ်ခု၌ ဖြတ်နေကြသည်။ ၎င်းတို့ကို P နှင့် Q ဟု အမည်ပေးလိုက်ပါ။ ပုံ(3.14) ကိုကြည့်ပါ။ ထို့နောက် P နှင့် Q ကို ဆက်ပါ။ မျဉ်းပိုင်း PQ သည် စက်ဝိုင်းတစ်ခုစီအတွက် လေးကြိုးမျဉ်းဖြစ်နေကြောင်း တွေ့နိုင်သည်။ သို့ဖြစ်၍ ၎င်းကို စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ ဘုံလေးကြိုးမျဉ်းဟု ခေါ်သည်။



ပုံ (3.14)

ပုံ 3.13(ii) နှင့် 3.13(iv) တွင် စက်ဝိုင်း နှစ်ခုတို့သည် အမှတ်တစ်ခုတည်း၌သာ ဖြတ်ကြောင်း တွေ့ရှိပြီးဖြစ်သည်။ ၎င်းထိမှတ်ကို P ဟု သတ်မှတ်ပြီး P အမှတ်၌ စက်ဝိုင်းတစ်ခုခုသို့ ဝန်းထိမျဉ်းကို ဆွဲလိုက်ပါ။

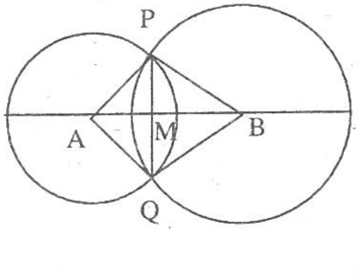


ပုံ(3.15)

စက်ဝိုင်း A ၌ ဆွဲသည်ဟုထားပါ။ ပုံ(3.15) ကိုကြည့်ပါ။ PT သည် စက်ဝိုင်း B သို့လည်း ဝန်းထိမျဉ်းဖြစ်နေကြောင်း သတိပြုနိုင်သည်။ သို့ဖြစ်၍ ၎င်းကို စက်ဝိုင်းများသို့ ဘုံဝန်းထိမျဉ်းဟု ခေါ်သည်။ $AB \perp PT$ လည်း ဖြစ်နေသည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် ဆိုရသော် စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ ဗဟိုများ ဆက်သော မျဉ်းသည် ထိမှတ်၌ ဘုံဝန်းထိမျဉ်းကို ထောင့်မတ်ကျသည်။

ပုံ(3.14) တွင်ရှိ A,B တို့ကို P နှင့် Q တို့ဖြင့် အသီးသီး ဆက်ပါ။ (ပုံ 3.16 ကို ကြည့်ပါ။) $AP = AQ$ နှင့် $BP = BQ$ ဖြစ်နေကြောင်း သတိပြုမိပါသလား။ (အဘယ်ကြောင့်နည်း။) သို့ဖြစ်၍ A

သည် P နှင့် Q တို့မှ ဟုညီစွာ ကွာဝေးပြီး P နှင့် Q တို့၏ ခေါက်ချိုးညီ ဝင်ရိုးပေါ်တွင် ကျရောက်နေသည်။ အလားတူစွာ B သည်လည်း P နှင့် Q တို့၏ ခေါက်ချိုးညီ ဝင်ရိုးပေါ်တွင် ကျရောက်နေသည်။ သို့ဖြစ်၍ AB သည် P နှင့် Q တို့၏ ခေါက်ချိုးညီ ဝင်ရိုးဖြစ်သည်။ တစ်နည်းအားဖြင့်ဆိုရသော် AB သည် PQ ၏ ထက်ဝက်ပိုင်းထောင့်မတ်ကျမျဉ်းဖြစ်သည်။ အကယ်၍ AB သည် PQ ကို M ၌ ဖြတ်လျှင် M သည် ဘုံလေးကြိုး PQ ၏ အလယ်မှတ်ဖြစ်သည်။



ပုံ (3.16)

ထို့ကြောင့် နိဂုံးချုပ်အနေဖြင့် ဖော်ပြရသည်ရှိသော် အကယ်၍ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့သည် ဖြတ်နေကြလျှင် ၎င်းတို့၏ ဗဟိုများဆက်သော မျဉ်းသည် ဘုံလေးကြိုး၏ ထက်ဝက်ပိုင်းထောင့်မတ်မျဉ်း ဖြစ်သည်။

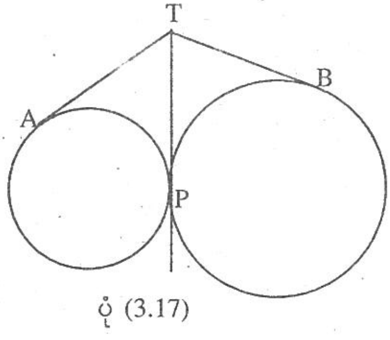
မှတ်ချက်။ ။စက်ဝိုင်းများ၏ ခေါက်ချိုးညီမှုကို အသုံးပြုပြီး အထက်ပါ နိဂုံးဆွဲယူချက်ကို ရရှိနိုင်သည်။ စက်ဝိုင်းတစ်ခုသည် အချင်းမျဉ်းတိုင်း၌ခေါက်ချိုးညီနေကြောင်းနှင့် ဗဟိုများဆက်သော မျဉ်းတွင် စက်ဝိုင်းနှစ်ခုစလုံး၏ အချင်းမျဉ်းများလည်း ပါဝင်နေကြောင်း သတိပြုပါ။ တစ်နည်းအားဖြင့် ဆိုရသော် စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ ဗဟိုများဆက်သော မျဉ်းသည် ၎င်းတို့၏ ဘုံခေါက်ချိုးညီမျဉ်းဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း(3.2)

1. အောက်ပါတို့တွင် စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ အချင်းဝက်များ a နှင့် b ဗဟိုနှစ်ခု အကွာအဝေး d တို့ကို စင်တီမီတာတို့ဖြင့် ပေးထားသည်။ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့သည် ဖြတ်သည်။ (သို့) ထိသည်။ (သို့) ထပ်တူကျနေသည်။ (သို့) မဖြတ်ဟု ဖော်ပြပေးပါ။ အကြောင်းပြချက်ပေးပါ။

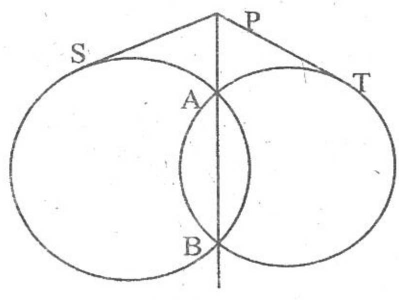
(a) $a = 3.2$, $b = 2.5$, $d = 6$ (b) $a = 2.7$, $b = 2$, $d = 3$
(c) $a = 3$, $b = 2$, $d = 5$ (d) $a = 2.9$, $b = 1.7$, $d = 1.2$
(e) $a = 1.5$, $b = 2.3$, $d = 0$

2. ပုံ(3.17)တွင် T သည် P အမှတ်ရှိ ဘုံဝန်းထိ မျဉ်းပေါ်တွင် ရှိသော အမှတ်တစ်ခုဖြစ်ပြီး TA နှင့် TB တို့သည် အမှတ် T မှ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုသို့ဆွဲထားသော ဝန်းထိမျဉ်းများအသီးသီးဖြစ်သည်။ TA=TB ဖြစ်ကြောင်းပြပါ။



ပုံ (3.17)

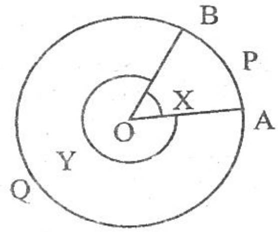
3. A နှင့် B တို့၌ ဖြတ်နေသည့် စက်ဝိုင်းနှစ်ခုကိုဆွဲပါ။ ဘုံလေးကြိုးဆက်ဆွဲမျဉ်းပေါ်၌ အမှတ်တစ်ခု P ကိုယူ၍ ပုံ(3.18)တွင် ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်း စက်ဝိုင်းနှစ်ခုသို့ဝန်းထိမျဉ်းများ PS နှင့် PT တို့ကိုဆွဲပါ။ PS နှင့် PT တို့ကို တိုင်းကြည့်ပါ။ ၎င်းတို့သည် တူညီပါသလား။



ပုံ(3.18)

3.8 အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ ဒီဂရီ တိုင်းတာခြင်း

A နှင့် B တို့သည် စက်ဝိုင်း O ပေါ်ရှိ အမှတ် နှစ်ခုဖြစ်ပါစေ။ ဗဟို၌ထောင့်စွန်းရှိသော ထောင့် X ကို ဗဟိုခံဆောင်ထောင့်(Central Angle) ဟုခေါ်သည်။ ပုံ(3.19) ကိုကြည့်ပါ။ ၎င်းကို အဝန်းပိုင်း APB ၏ ဗဟိုခံဆောင်ထောင့် (Central angle of the APB) ဟူ၍လည်း ခေါ်ပေ သည်။ အလားတူစွာ ပုံ(3.19) တွင် " Y " သည် အဝန်းပိုင်းကြီး AQB ၏ ဗဟိုခံဆောင်ထောင့် ဖြစ်သည်။



ပုံ (3.19)

မျဉ်းပိုင်းများ၏ အလျားများကို မည်ကဲ့သို့ နှိုင်းယှဉ်ရသည်ကို သိရှိနားလည်ပြီး ဖြစ်သည်။ ဤသို့ နှိုင်းယှဉ်တိုင်းတာရန်အတွက် အလျားယူနစ်တစ်ခုကို သတ်မှတ်ပြီး အတိုင်းအတာ ကိရိယာတစ်ခုကို အသုံးပြုခဲ့ပေသည်။ ထိုနည်းတူ ထောင့်များ၏ပမာဏကို နှိုင်းယှဉ်တိုင်းတာရန် ထောင့်ယူနစ်တစ်ခုကို သတ်မှတ်ရန် လိုသည်။ ထောင့်မှန်တစ်ခုကို တူညီသော အစိတ်အပိုင်းပေါင်း 90 ပိုင်းပြီး ယင်းအစိတ်အပိုင်းတစ်ခုကို ဒီဂရီဟု ခေါ် သည်။ ထောင့်တိုင်းရန်အတွက် ထောင့်တိုင်းစက်ဝိုင်းခြမ်း (Protractor) ကို အသုံးပြုသည်။

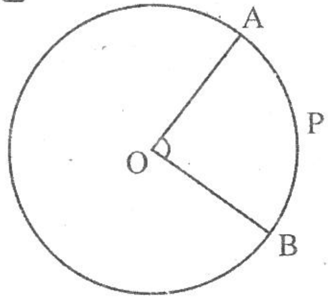
အဝန်းပိုင်းမျဉ်း ပမာဏများ(တစ်နည်းအားဖြင့်) အလျားများကို နှိုင်းယှဉ်ရာတွင် မလွယ် ကူပေ။ ပထမ အနေဖြင့် အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ အလျားဆိုသည်မှာ အဘယ်နည်း။ ၎င်းသည်ပင် ဖြေဆိုရန် ခက်ခဲသော မေးခွန်းဖြစ်သည်။ စက်ဝိုင်းပုံ အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ အလျားကို အချို့သောနည်း လမ်းဖြင့် တိုင်းတာနိုင်သည်ဟု ယူဆမည်။

ဥပမာအားဖြင့် ကြိုးတစ်ချောင်းကိုယူပြီး အဖျား စွန်းတစ်ခုမှစ၍ အဝန်းပိုင်းတစ်လျှောက် ချထားပြီးနောက် ကြိုးအလျားကို တိုင်းယူခြင်းဖြင့် အဝန်းပိုင်း၏ အလျားကို ရရှိနိုင်သည်။ ဤကဲ့သို့ တိုင်းတာခြင်းမျိုးသည် အဝန်းပိုင်းအလျားကို အကြမ်းအားဖြင့် တိုင်းတာခြင်းမျှသာဖြစ်သည်။ ဤသို့ တိုင်းတာမှုသည် အဝန်းပိုင်း၏ တိကျသော သင်္ချာနည်းအားဖြင့် ပြည့်စုံလုံလောက်သော တိုင်းတာမှု မဟုတ်ပေ။

တူညီသော စက်ဝိုင်း သို့မဟုတ် စက်ဝိုင်းတူများ၏ အဝန်းပိုင်းအလျားများ နှိုင်းယှဉ်တိုင်းတာမှုအတွက် အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာကို တစ်ဖက်ပါအတိုင်း သတ်မှတ်ပါ မည်။

အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာဆိုသည်မှာ ထိုအဝန်းပိုင်းမှနေ၍ ဗဟို၌ ခံဆောင်ထားသော ထောင့်၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာပင် ဖြစ်သည်။

ဗဟို O ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ အဝန်းပိုင်းတစ်ခု သည် APB ဖြစ်လျှင် အဝန်းပိုင်း APB ၏ ဒီဂရီအတိုင်း အတာကို ထောင့် AOB အတွင်းရှိ ဒီဂရီအရေအတွက်ဖြင့် တိုင်းတာသည်။ ပုံ(3.20) ကို ကြည့်ပါ။

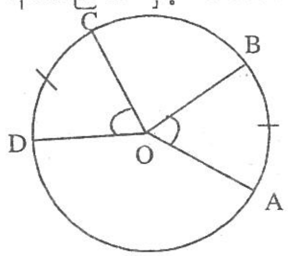


ပုံ (3.20)

အဝန်းပိုင်း အလျားများ နှိုင်းယှဉ်တိုင်းတာမှုအတွက် အထောက်အကူဖြစ်စေမည့် အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ ဒီဂရီ အတိုင်း အတာအတွက် ဂုဏ်သတ္တိများကို ဆက်လက်လေ့လာမည်။ တစ်ခုတည်းသော စက်ဝိုင်းပေါ်တွင်ရှိသည့် အဝန်းပိုင်း များကိုသာ စဉ်းစားပါမည်။

3.9 အဝန်းပိုင်း တစ်ခု၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာအတွက် ဂုဏ်သတ္တိများ

AB နှင့် CD တို့သည် O ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်း၏ ထပ်တူညီနေသည့် အဝန်းပိုင်းနှစ်ခုဖြစ်ပါစေ။ ပုံ(3.21) ကြည့်ပါ။ ထပ်တူညီခြင်း သဘောအရ အဝန်းပိုင်း တစ်ခုသည် အခြားအဝန်းပိုင်းတစ်ခု ပေါ်သို့ တစ်ထပ်တည်းကျနေပေမည်။ အဝန်းပိုင်း CD ကို O ၌ C နှင့် A တစ်ထပ်တည်းကျသည် အထိ လက်ယာရစ်လှည့်ပါ။ D သည် မည်သို့ဖြစ်လာသနည်း။ ၎င်းသည် B နှင့် တစ်ထပ်တည်း ကျလာပါသလား။ OC သည် OA နှင့် လည်းကောင်း၊ OD သည် OB နှင့်လည်းကောင်း အသီးသီး တစ်ထပ်တည်းကျ လာကြောင်း သတိပြုနိုင်သည်။

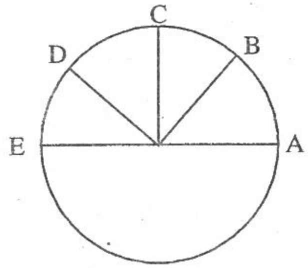


ပုံ (3.21)

သို့ဖြစ်၍ $\angle AOB$ နှင့် $\angle COD$ တို့သည် တူညီ သည်။ သို့ဖြစ်၍ အဝန်းပိုင်းများဖြစ်သော AB နှင့် CD တို့တွင် တူညီသော ဒီဂရီ အတိုင်းအတာများရှိပေသည်။

(a) ထပ်တူညီနေသည့် အဝန်းပိုင်းနှစ်ခုတို့သည် တူညီ သော ဒီဂရီ အတိုင်းအတာများ ရှိကြသည် ဟု မှတ် ချက် ချနိုင်ပေသည်။

AB နှင့် BC တို့သည် ပုံ(3.22)တွင် ပြထား သကဲ့သို့ စက်ဝိုင်းပေါ်ရှိ အဝန်းနှစ်ခုဖြစ်လျှင် အဝန်းပိုင်း AC သည် အဝန်းပိုင်းနှစ်ခု AB နှင့် BC တို့၏ ပေါင်းလဒ် ဖြစ်သည်။



ပုံ (3.22)

AB နှင့် DE တို့သည် ပုံ 3.22 တွင် ပြထားသကဲ့သို့ အခြားအဝန်းပိုင်းနှစ်ခုဖြစ်လျှင် အဝန်းပိုင်း AB နှင့် DE တို့၏ ပေါင်းလဒ်သတ်မှတ်ရန် အဝန်းပိုင်း DE နှင့် ထပ်တူညီနေစေမည့် အဝန်းပိုင်းတစ်ခု BC ကို တည်ဆောက်ရမည်။ ထို့နောက် AC ကို AB နှင့် DE တို့၏ ပေါင်းလဒ်အဖြစ် သတ်မှတ်သည်။

(b) အဝန်းပိုင်းနှစ်ခု ပေါင်းလဒ်၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာသည် အဝန်းပိုင်း တစ်ခုစီ၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာများ ပေါင်းလဒ်နှင့် တူညီသည်။

ပေးထားသော အဝန်းပိုင်း၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာသည် m ဖြစ်လျှင် ပေးရင်းအဝန်းပိုင်း အလျား၏ နှစ်ဆ၊ သုံးဆ အစရှိသော အဝန်းပိုင်းတို့၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာများသည် 2m, 3m စသည်ဖြင့် ရရှိပေမည်။ ယေဘုယျအားဖြင့် ပေးထားသော အဝန်းပိုင်းအလျား၏ အဆ "a" ရှိသော အဝန်းပိုင်း၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာသည် "am" ဖြစ်သည်။ သို့ဖြစ်၍ အောက်ပါဂုဏ်သတ္တိကို ရရှိသည်။

(c) စက်ဝိုင်းတူပေါ်တွင်ရှိ အဝန်းပိုင်းများ၏ အလျားများသည် ၎င်းတို့၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာများဖြင့် တိုက်ရိုက် အချိုးတူ ကျနေသည်။

ထို့ကြောင့် အကယ်၍ AB နှင့် CD တို့သည် O ဗဟိုရှိသော စက်ဝိုင်း၏ အဝန်းပိုင်းများဖြစ်လျှင်

$$\frac{\text{အဝန်းပိုင်း AB ၏အလျား}}{\text{အဝန်းပိုင်း CD ၏အလျား}} = \frac{\text{ဗဟိုခံဆောင်ထောင့် AOB}}{\text{ဗဟိုခံဆောင်ထောင့် COD}} \qquad (1)$$

စက်ဝိုင်းခြမ်းတစ်ခု၏ ဗဟိုခံဆောင်တောင့်သည် ဒီဂရီမည်မျှ ရှိပါသနည်း။ 180° ဖြစ်ကြောင်း ထင်ရှားသည်။ စက်ဝိုင်းတစ်ခုလုံး၏ ဗဟိုခံဆောင်ထောင့်သည် ဒီဂရီ မည်မျှရှိပါသနည်း။ 360° ရှိသည်။ အထက်ပါဆက်သွယ်ချက် (1)တွင် အဝန်းပိုင်း CD အစား စက်ဝန်းဖြင့် အစားထိုးလျှင် ရရှိသည်မှာ-

$$\frac{\text{အဝန်းပိုင်း AB ၏အလျား}}{\text{စက်ဝန်း (circumference)}} = \frac{\text{ဗဟိုခံဆောင်ထောင့် AOB}}{360}$$

အကယ်၍ ထောင့်၌ AOB ၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာသည် m ဖြစ်ပါက အထက်ပါ ဆက်သွယ်ချက်အရ ရရှိသည်မှာ

$$\text{အဝန်းပိုင်း AB အလျား} = \frac{m}{360} \times \text{စက်ဝန်း} \qquad (2)$$

ဥပမာအားဖြင့် အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာသည် 15 ဖြစ်လျှင် အဝန်းပိုင်း၏

$$\text{အလျား} = \frac{15}{360} \times \text{စက်ဝန်း}$$

$$= \frac{1}{24} \times \text{စက်ဝန်း}$$

ဖြစ်သည်။

3.10 အဝန်းပိုင်း တစ်ခုကို တိုင်းတာသော နည်းအမျိုးမျိုး

အဝန်းပိုင်းတစ်ခုကို တိုင်းတာသော နည်းအမျိုးမျိုး ရှိကြောင်း သတိပြုသင့်ပေသည်။

အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာကို ၎င်းအဝန်းပိုင်းမှ ဗဟို၌ ခံဆောင်ထောင့်၏ ဒီဂရီအရေအတွက်ဖြင့် တိုင်းတာကြောင်း သတ်မှတ်ပြီး ဖြစ်သည်။ အခြားသော ထောင့်တိုင်း စနစ်များကို အသုံးပြုလျှင် အဝန်းပိုင်း၏ ထောင့်တိုင်းတာမှုကိုလည်း သီးခြားကိန်းများဖြင့် ကိုယ်စားပြုရပေမည်။ အဆင့်မြင့်သင်္ချာ ပညာရပ်တွင် ခြောက်ဆယ်လီစိတ်စနစ်(Sixagesimal system) သည် အသုံးဝင်လှပေသည်။ စက်ဝိုင်းပုံစနစ်(Circular system)သည် ပို၍ အသုံးဝင်ပေသည်။ ဤစနစ်တွင် တိုင်းတာမှုယူနစ်ကို ရေဒီယမ်(Radian) ဟုခေါ်ပြီး ၎င်းကို စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်အလျားနှင့်တူသော အဝန်းပိုင်းက ဗဟို၌ခံဆောင်သော ထောင့်ဖြင့် တိုင်းတာသည်။

အဝန်းပိုင်းအလျား = အချင်းဝက် × အဝန်းပိုင်း၏ စက်ဝိုင်းပုံ တိုင်းတာမှု
(Circular measure of arc)

1 ရေဒီယံ = 57.296 ဒီဂရီနှင့် အနီးစပ်ဆုံးတူညီကြောင်း သတိပြုပါ။

လေ့ကျင့်ခန်း(3,3)

1. AOC နှင့် BOD တို့သည် အချင်းချင်း ထောင့်မတ်ကျနေသည် အချင်းမျဉ်းများဖြစ်သည်။ အောက်ပါ အဝန်းပိုင်းများ၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာများကို ရှာပါ။
   (a) အဝန်းပိုင်းငယ် AB
   (b) အဝန်းပိုင်းကြီး AB
   (c) အဝန်းပိုင်း ABC
   (d) အဝန်းပိုင်း ADC
2. သုံးနားညီ တြိဂံ၏ ထောင့်ပတ်စက်ဝိုင်းပေါ်ရှိ အဝန်းပိုင်းကြီး BC နှင့် အဝန်းပိုင်းငယ် BC တို့၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာများကို ရှာပါ။
3. P နှင့် Q တို့သည် စက်ဝိုင်းပေါ်ရှိ အမှတ်များဖြစ်သည်။
   အကယ်၍ (a) အဝန်းပိုင်းကြီး = အဝန်းပိုင်းငယ်၏ 4 ဆ
   (b) အဝန်းပိုင်းကြီး = အဝန်းပိုင်းငယ်၏ 5 ဆ ရှိလျှင် အဝန်းပိုင်းကြီး PQ နှင့် အဝန်းပိုင်းငယ် PQ တို့၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာများကို ရှာပါ။

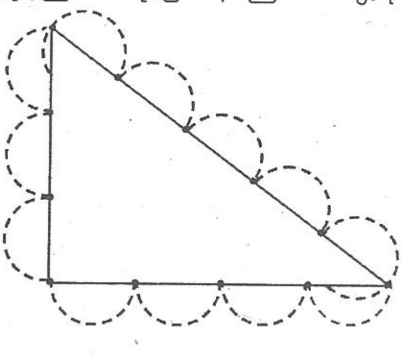
အခန်း(4)

ပိုက်သာဂိုရ ၏ သီအိုရမ်

ဤအခန်းတွင် ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခု၏ထူးခြားသော ဂုဏ်သတ္တိကို လေ့လာကြမည်။ ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုတွင် ထောင့်မှန်ခံအနားပေါ်ရှိ စတုရန်း၏ ဧရိယာသည် ကျန်အနားနှစ်ဖက်ပေါ်ရှိ စတုရန်းများ၏ ဧရိယာများပေါင်းလဒ်နှင့် တူညီကြောင်း ဂရိသင်္ချာပညာရှင် ပိုက်သာဂိုရက လက်တွေ့လုပ်ဆောင် တွေ့ရှိခဲ့ပေသည်။

4.1 ပိုက်သာဂိုရ၏ လုပ်ဆောင်ချက်

လွန်ခဲ့သည့်နှစ်ပေါင်းများစွာက ရှေးဟောင်းအီဂျစ်နိုင်ငံ၌ အောက်တွင်ဖော်ပြထားသည့် ကြိုးထုံးပုံမျိုးကို အိမ်ယာဆောက်လုပ်သူများနှင့် မြေတိုင်းသမားများ အသုံးပြုခဲ့ကြပေသည်။ ဤကြိုးထုံးသည် အနားတစ်ဖက်စီတွင် တူညီသော အပိုင်း 3 ပိုင်း၊ 4 ပိုင်းနှင့် 5 ပိုင်း အသီးသီးပါရှိနေသော ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခု ဖြစ်နေကြောင်း တွေ့ရသည်။

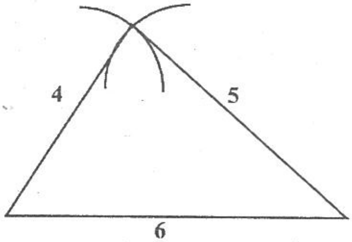


ပုံ (4.1)

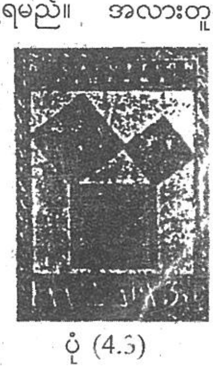
ပုံ(4.1) ကဲ့သို့ အနားတစ်ဖက်စီ၏ အလျားသည် 3 : 4 : 5 အချိုးဖြစ်နေသော တြိဂံတစ်ခု တည်းသာလျှင် ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုဖြစ်ပါသလား။ သို့မဟုတ် အခြား ဆက်တိုက် ကိန်းသုံးလုံး အချိုးအစားဖြင့် အနားများရှိနေသော တြိဂံများသည်လည်း ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခု ဖြစ်ပါသလားဟု မေးဖွယ်ရာရှိသည်။

အောက်ပါပုံတွင် အနားတစ်နားစီ၏ အလျားအဖြစ် 4,5,6 **ကို ယူထားသော တြိဂံတစ်ခုကို တွေ့ရမည်။**

ပုံ(4.2) သည်လည်း ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခု မဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရမည်။ အလားတူပင် ဆက်တိုက်ဖြစ်နေသော အခြားကိန်း 3 လုံးတို့ကို ယူ၍ တြိဂံများဆွဲကြည့်ပါ။



ပုံ (4.2)



ပုံ (4.3)

ထိုတြိဂံများသည် ထောင့်မှန်တြိဂံများ မဟုတ်ကြောင်း သင်တွေ့ရပေမည်။ သို့ဖြစ်လျှင် ကိန်းဆက်တိုက်ဖြစ်ခြင်းသည် ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုကို ဖြစ်စေသော အကြောင်းရင်း မဟုတ်ကြောင်း တွေ့ရမည်။ သို့ဖြစ်လျှင် မည်သည့်အချက်သည် ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုကို ဖြစ်စေသနည်း။

ဤပြဿနာ၏အဖြေကို စတင်တွေ့ရှိသူကို အတိအကျမပြောနိုင်ပေ။ သို့သော် BC-530 ခန့်က ဂရိသင်္ချာပညာရှင် ပိုက်သာဂိုရ(Pythagoras) သည် အရေးပါသော ဂဏ္ဍဝင် လုပ်ဆောင်ချက်တစ်ရပ်ကို လုပ်ဆောင်ခဲ့သည်။ ထိုလုပ်ဆောင်ချက်နှင့်အတူ ပိုက်သာဂိုရ (Pythagoras)ကို ဂုဏ်ပြုသောအားဖြင့် လွန်ခဲ့သော နှစ်အနည်းငယ်ခန့်က ဂရိနိုင်ငံတွင် အထက်ပါတံဆိပ်ခေါင်းတစ်ခုကို အမှတ်တရ ထုတ်ဝေခဲ့ပေသည်။

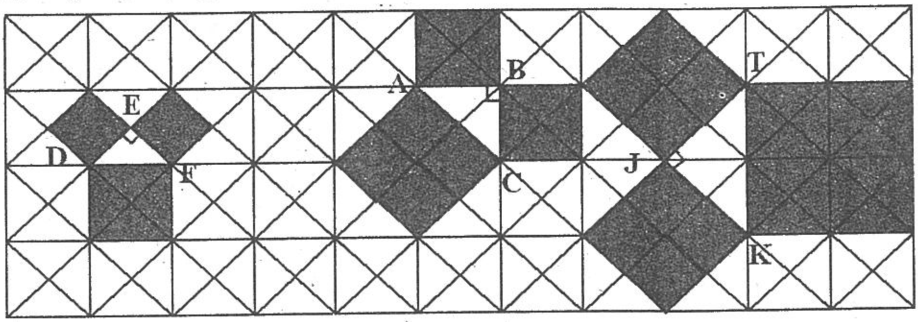
ဤတံဆိပ်ခေါင်းကိုလေ့လာလျှင် အောက်ပါထူးခြားချက်တစ်ခုကို သင် သတိပြုမိပေမည်။

အရှည်ဆုံးအနားပေါ်ရှိ စတုရန်းကွက်ငယ်များ၏ အရေအတွက် စုစုပေါင်းသည် ကျန် တိုသော အနား နှစ်နားပေါ်ရှိ စတုရန်းကွက်ငယ်များ၏ အရေအတွက် စုစုပေါင်းနှင့် တူညီနေသည်။

4.2 ပိုက်သာဂိုရ၏ သီအိုရမ်ကို လက်တွေ့ဖော်ထုတ်ခြင်း

အထက်တွင်ဖော်ပြခဲ့သည့် တံဆိပ်ခေါင်းတွင် ပါရှိသော ထူးခြားချက်တစ်ရပ်ကို လက်တွေ့ လေ့လာကြည့်ကြမည်။

4.2.1 ကြမ်းကွက်ပုံစံများဖြင့် လေ့လာခြင်း



ပုံ (4.4)

ပုံ(4.4) အရ ထောင့်မှန် $\triangle ABC$ တွင် တြိဂံပုံသဏ္ဌာန် ကြမ်းကွက်နှစ်ခုပါဝင်ပြီး ၎င်း၏ အရှည်ဆုံးအနားပေါ်ရှိ စတုရန်းတွင် ကြမ်းကွက် 8 ခုပါဝင်သည်။ ကျန်အနားနှစ်နားပေါ်ရှိ စတုရန်းများတွင် ကြမ်းကွက်အရေအတွက် စုစုပေါင်း 4+4=8 ခုပင် ဖြစ်နေကြောင်းတွေ့ရသည်။ ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုတွင် အရှည်ဆုံးအနားကို ထောင့်မှန်ခံအနား(hypotenuse) ဟုခေါ်သည်။ သို့ဖြစ်၍ အထက်ပါ စူးစမ်းချက်အရ **"ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုတွင် ထောင့်မှန်ခံအနားပေါ်ရှိ စတုရန်း၏ အကျယ်အဝန်းသည် ကျန်အနားနှစ်ဘက်ပေါ်ရှိ စတုရန်းများ၏ အကျယ် အဝန်းတို့၏ပေါင်းလဒ်နှင့် တူညီနေသည်။"** ဟူသော ဆက်သွယ်ချက်တစ်ရပ်ကို တွေ့ရှိရသည်။

ဤဆက်သွယ်ချက်သည် ထောင့်မှန်တြိဂံအားလုံးအတွက် မှန်မမှန် ဆက်လက်စူးစမ်းရန်အတွက် ထောင့်မှန်တြိဂံဖြစ်စေသည့် ကြမ်းကွက်ကလေးများကို ပုံ(4.4) မှာကဲ့သို့

∠ မှန် △ ကို ဖြစ်စေသည့် ကြမ်းကွက်အရေအတွက် (a)	ပထမတိုသော အနားပေါ်ရှိ စတုရန်းကို ဖြစ်စေသည့် ကြမ်းကွက်အရေအတွက် (b)	ဒုတိယ တိုသော အနားပေါ်ရှိ စတုရန်းကို ဖြစ်စေသော ကြမ်းကွက်အရေအတွက် (c)	အရှည်ဆုံးအနားပေါ်ရှိ စတုရန်းကိုဖြစ်စေသော ကြမ်းကွက်အရေအတွက် (d)
1 2 4 8	2 4	2 4	4 8

စုပေါင်းယူလျက် ထိုထောင့်မှန်တြိဂံ၏ အနားများပေါ်ရှိ ကြမ်းကွက်အရေအတွက်တို့ကို ရေတွက်ပြီး အထက်ပါဇယားတွင် ဖြည့်စွက်ပါ။

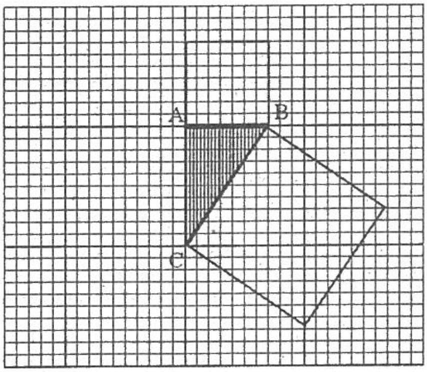
အထက်ပါဇယားတွင် လက်တွေ့ရေတွက်ဖြည့်သွင်းပြီးနောက် ကော်လံ(b)(c)နှင့် (d) တို့၏ ဆက်သွယ်ချက်ကိုလေ့လာပါ။

ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုတွင် အရှည်ဆုံးအနားကို ထောင့်မှန်ခံအနား(Hypotenuse) ဟုခေါ်သည်။

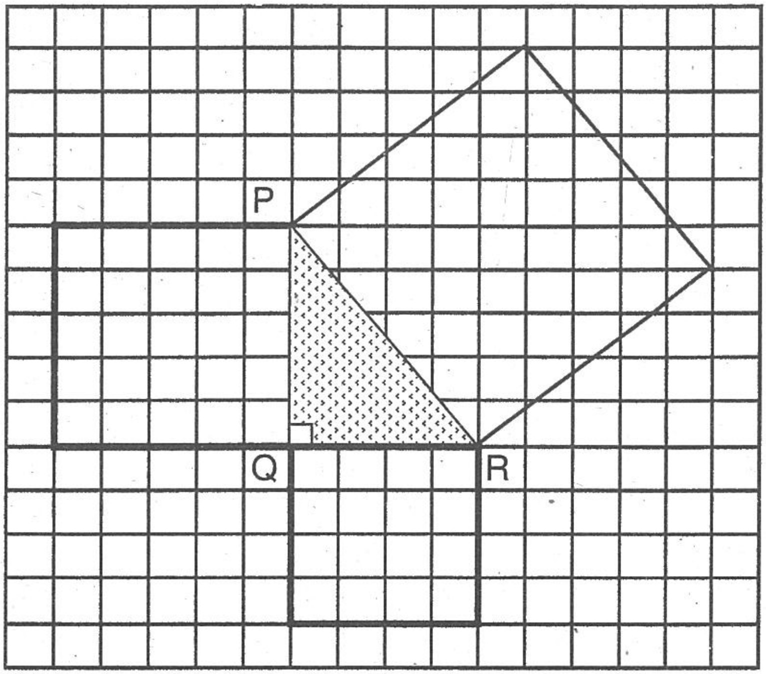
အထက်ပါဇယားတွင် ထောင့်မှန်ခံအနားပေါ်ရှိ စတုရန်းကိုဖြစ်စေသော ကြမ်းကွက်တို့၏ အရေအတွက် စုစုပေါင်းသည် ကျန်အနားနှစ်နားပေါ်ရှိ စတုရန်းနှစ်ခုကို ဖြစ်စေသည့် ကြမ်းကွက်တို့၏ အရေအတွက် စုစုပေါင်းနှင့် ညီ မညီလေ့လာပါ။

4.2.2 ဂရပ်စက္ကူဖြင့် ဧရိယာရှာခြင်း

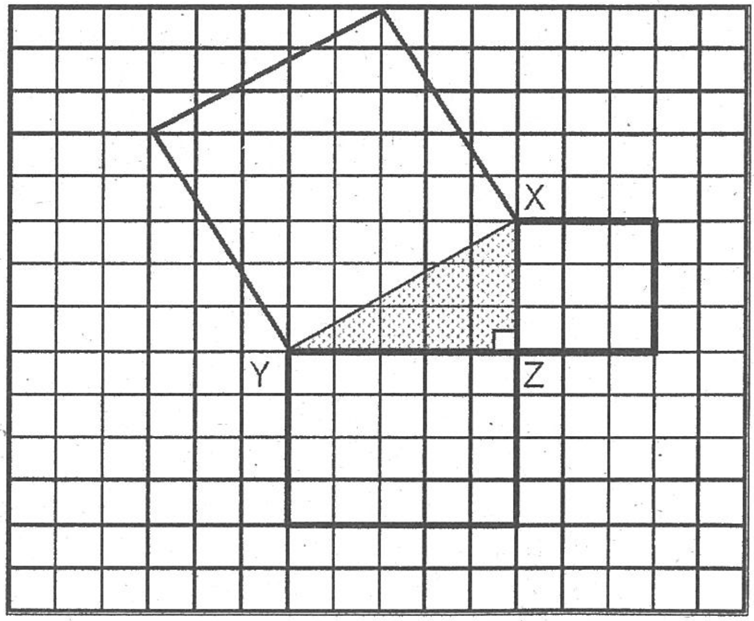
ပုံ(4.5)၊ (4.6) နှင့် (4.7) တို့တွင် ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်း △ABC, △ PQR နှင့် △XYZ တို့တွင် ထောင့်မှန်ခံအနားပေါ်ရှိ စတုရန်း၏ဧရိယာကို ရေတွက်ခန့်မှန်းပါ။ ထို့နောက် ကျန်အနားနှစ်နားပေါ်ရှိ စတုရန်းများ၏ဧရိယာတို့ကို ရေတွက်ခန့်မှန်းပါ။ ထိုအရေအတွက်နှစ်ခု၏ ဆက်သွယ်ချက်ကိုလေ့လာပါ။ ဤသို့လုပ်ဆောင်ရာတွင် ရရှိလာသည့်ဧရိယာ၏တန်ဖိုးတို့ကို ပူးတွဲပါဇယားတွင် ဖြည့်သွင်းပါ။



ပုံ (4.5)

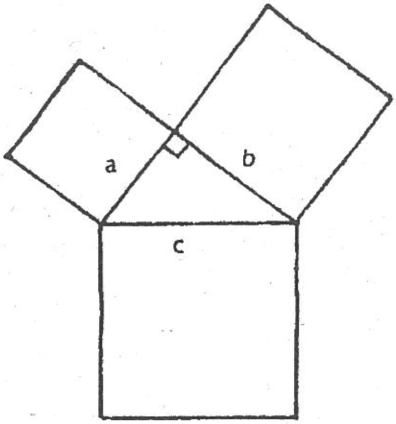


ပုံ (4.6)



ပုံ (4.7)

△	ပထမ တိုသော အနားပေါ်ရှိစတုရန်း၏ ဧရိယာ ခန့်မှန်းခြေ	ဒုတိယ တိုသော အနားပေါ်ရှိ စတုရန်း၏ ဧရိယာ ခန့်မှန်းခြေ	ထောင့်မှန်ခံ အနားပေါ်ရှိ စတုရန်း၏ ဧရိယာ ခန့်မှန်းခြေ
ABC PQR XYZ			



ပုံ (4.8)

ယခုအခါ သင်သည် အောက်ပါပိုက်သာဂိုရ၏ သီအိုရမ်ကို လေ့လာတွေ့ရှိနေပြီဖြစ်ပေသည်။

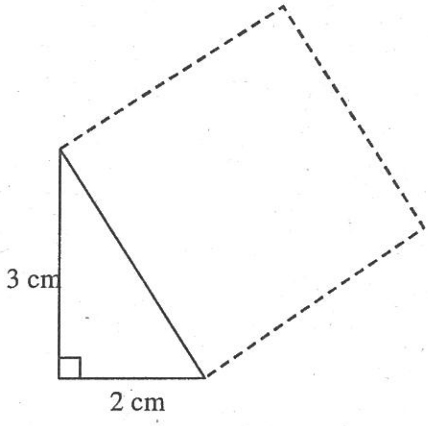
ပိုက်သာဂိုရသီအိုရမ်

ထောင့်မှန်တြိဂံ တစ်ခုတွင် ထောင့်မှန်ခံ အနားပေါ်ရှိ စတုရန်း၏ဧရိယာသည် ကျန်အနားနှစ်ဘက်ပေါ်ရှိ စတုရန်းများ၏ဧရိယာများ ပေါင်းလဒ်နှင့် တူညီသည်။

ပုံအရ $\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$

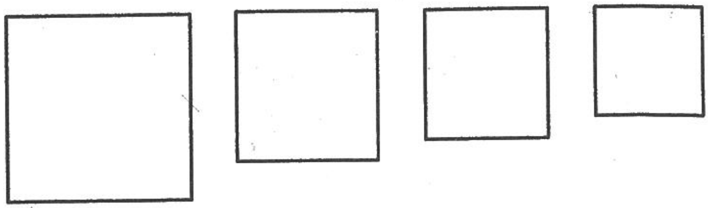
လေ့ကျင့်ခန်း(4.1)

1. အောက်တွင်ပြထားသောပုံကို စက္ကူတစ်ရွက်ပေါ်တွင် အတိအကျ ကူးဆွဲပါ။ ∠ မှန်ခံအနားပေါ်ရှိ စတုရန်းသည် $2^2+3^2 = 4 + 9 = 13\ cm^2$ ဧရိယာရှိရမည်။
   သင် ဆွဲသားသည့်ပုံတွင် ∠ မှန်ခံအနား၏ အလျားကိုတိုင်းပါ။ ထိုအလျား၏ နှစ်ထပ်ကိန်းကိုရှာပါ။ သင်ရရှိသည့်တန်ဖိုးသည် 13 နှင့် မည်မျှနီးစပ်သည်ကို လေ့လာပါ။



ပုံ (4.9)

2. အောက်တွင်ဖော်ပြထားသည့် စတုရန်းပုံ 4 ပုံအနက် 3 ပုံသည် ပုံ(4.11)တွင် ဖော်ပြထားသကဲ့သို့ ∠ မှန် △ တစ်ခုကို အတိအကျ ဖွဲ့သည်။



ပုံ (4.10)

(a) အထက်ပါစတုရန်းပုံများအတိုင်း အတိအကျ စက္ကူပေါ်တွင် ထပ်၍ဆွဲပြီး စတုရန်းပုံများဖြတ်ထုတ်ပါ။ ∠ မှန် △တစ်ခုဖြစ်စေသော စတုရန်း 3 ခုကိုရှာပါ။

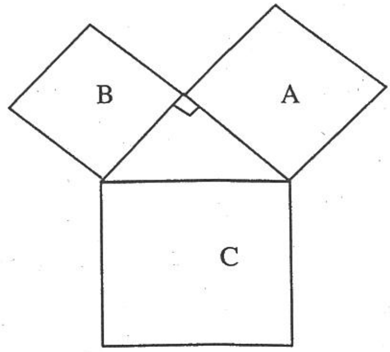
(b) အထက်ပါစတုရန်းတို့၏ အနားတစ်နားစီကို cm ဖြင့်တိုင်းတာ၍ စတုရန်းတစ်ခုစီ၏ ဧရိယာကိုတွက်ပါ။ မည်သည့်စတုရန်းသုံးခုသည် ∠မှန် △ တစ်ခုဖွဲ့မည်ကို တွက်ခြင်းဖြင့် ရှာယူပါ။

3. အောက်တွင် ဧရိယာဖော်ပြထားသော စတုရန်းတွဲများအနက် မည်သည့်အတွဲသည် ∠ မှန် △ တစ်ခု ကို ဖွဲ့နေသနည်း။

(a) $103\ cm^2$, $92\ cm^2$, $11\ cm^2$
(b) $53\ cm^2$, $31\ cm^2$, $17\ cm^2$
(c) $4.3\ cm^2$, $2.9\ cm^2$, $6.4\ cm^2$

4. ပုံ(4.11)တွင်ဖော်ပြထားသည့် A,B,C တို့ကို စတုရန်းများ၏ ဧရိယာများအဖြစ်ယူဆပြီး အောက်ပါအခြေအနေ တစ်ခုစီတွင် လိုနေသည့်တန်ဖိုးကို ရှာပေးပါ။

(a) $A = 16\ cm^2$, $B = 7\ cm^2$, C = ------ cm^2
(b) $A = 28\ cm^2$, $B = 17\ cm^2$, C = ----- cm^2
(c) $A = 30\ cm^2$, B = ----- cm^2 , $C= 50\ cm^2$
(d) A = ----- cm^2, $B = 167\ cm^2$, $C= 225\ cm^2$



ပုံ (4.11)

5. △ ABC တွင် AB= 6 cm, BC=10cm, ∠ ABC= 90° ဖြစ်လျှင် AC ၏အလျားကို (a) အတိအကျ ပုံဆွဲခြင်းဖြင့်လည်းကောင်း၊ (b)တွက်ယူခြင်း ဖြင့်လည်းကောင်း ရှာယူပြီး အဖြေနှစ်ခုကို စစ်ကြည့်ပါ။

6. △ LMN တွင် LM=4cm, LN=6cm နှင့် ∠ LMN=90° ဖြစ်လျှင် MN ၏ အလျားကို (a) အတိ အကျပုံဆွဲခြင်းဖြင့် (b)တွက်ယူခြင်းဖြင့်ရှာယူပြီး အဖြေနှစ်ခုကို စစ်ကြည့်ပါ။

7. အနားတစ်ဖက်တွင် 6cm ရှိသော စတုရန်းပုံတစ်ခုဆွဲပြီး ∠ ဖြတ်ကိုတိုင်းကြည့်ပါ။ ∠ ဖြတ်၏ အလျားကို တွက်ကြည့်ပြီး စစ်ဆေးပါ။

8. ∠ ဖြတ်များ 8cm, 6cm အသီးသီးရှိသည့် ရွမ်းဗတ်ပုံတစ်ခု၏ အနားတစ်ဖက်အလျားကို ပုံဆွဲပြီး တွက်ယူပါ။

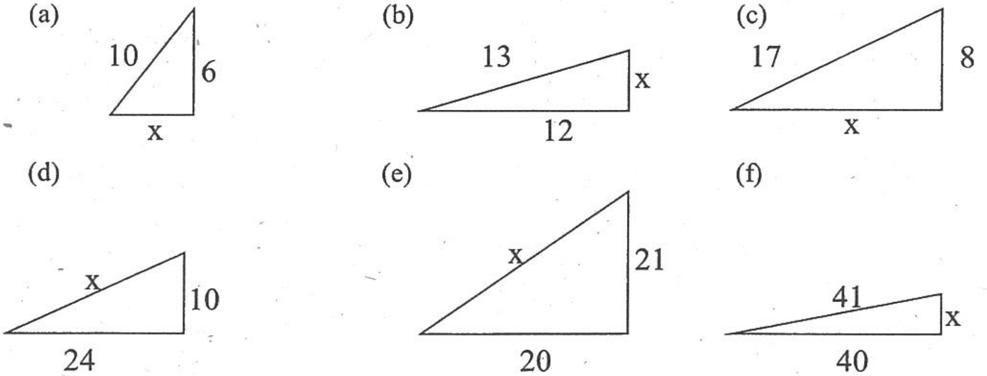
9. အောက်တွင် △ တစ်ခုစီ၏ အနားတစ်နားစီ၏အလျားတို့ကို cm ဖြင့်ပေးထားသည်။ မည်သည့် △ တို့သည် ∠ မှန် △ ဖြစ်မည်နည်း။

(a) 2, 3, 4,	(b) $1\frac{1}{2}, 2, 2\frac{1}{2}$	(c) 5, 6, 7
(d) 3, 4, 6	(e) $2\frac{1}{2}, 6, 6\frac{1}{2}$	(f) 8, 10, 12
(g) 10, 24, 26	(h) 20, 21, 22	(i) 40, 42, 58
(j) 30, 40, 50		

10. အောက်ဖော်ပြပါ △ တို့တွင် လိုအပ်နေသော အနား x တို့၏ အလျားကိုရှာပါ။

[သတိပြုရန်။ $3^2 + 4^2 = 5^2$

$$3^2 = 5^2 - 4^2 ,\ 4^2 = 5^2 - 3^2$$]

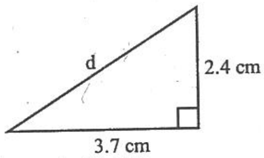


[**မှတ်ချက်။** ။ $a^2 + b^2 = c^2$ ဖြစ်စေသည့် a,b,c သဘာဝကိန်းပြည့်သုံးလုံးကို Pythagorean Triple ဟုခေါ်သည်။]

4.3 ပိုက်သာဂိုရ၏သီအိုရမ်ကို အသုံးပြုခြင်း

လေ့လာသိရှိခဲ့သည့်အတိုင်း ပိုက်သာဂိုရ၏သီအိုရမ်သည် ဧရိယာနှင့်သက်ဆိုင်နေသည်။ သို့သော် ထိုသီအိုရမ်ကို ∠ မှန် △ ၏ အနားတို့၏ အလျားများရှာရာတွင် အဓိကအသုံးပြုပေသည်။ အထူးသဖြင့် အင်ဂျင်နီယာပညာ၊ ဗိသုကာပညာနှင့် အခြားလက်တွေ့ ပြဿနာအချို့တွင် ∠ မှန် △ များကို ကြုံရလေ့ရှိသည့်အလျောက် အနားနှစ်နားပေးထားပြီး ကျန်တစ်နားကိုရှာလိုသည့်အခါ အဆိုပါ ပိုက်သာဂိုရ၏ သီအိုရမ်ကို အသုံးပြုရပေသည်။

ဥပမာ(1) ∠ မှန်ကိုဖွဲ့သည့် အနားနှစ်နားသည် 2 . 4cm နှင့် 3 . 7cm တို့ဖြစ်လျှင် ကျန်တတိယအနားကို ရှာပါ။



ပုံ (4.12)

ပုံ(4.12)အရ

$d^2 = 3.7^2 + 2.4^2$

$= 13.7 + 5.76$

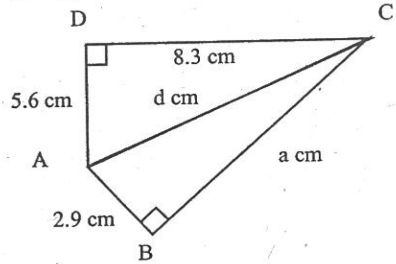
$d^2 = 19.5$ (အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံးအထိ)

$\therefore d = \sqrt{19.5} = 4.4cm$

ဥပမာ(2) စတုဂံ ABCD (ပုံ 4.13)တွင် AB = 2.9 cm, CD = 8.3cm, DA = 5.6cm $\angle ABC = \angle ADC = 90°$ ဖြစ်လျှင် BC ကိုရှာပါ။

ဖြတ်မျဉ်း AC ကိုဆွဲပါ။

AC=d cm, BC= a cm ထားပါ။



ပုံ (4.13)

∠ မှန် △ ACD မှ

$d^2 = 5.6^2 + 8.3^2$

$= 31.4 + 69.9$

$d^2 = 100.3$

∠ မှန် △ ACB မှ

$a^2 = d^2 - 2.9^2$

$= 100.3 - 8.41$

$= 91.9$

(အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံး)

$\therefore a = \sqrt{91.9} = 9.58$

∴ BC ၏အလျားမှာ 9.6 cm ဖြစ်သည်။ (အရာရောက်ဂဏန်း 2 လုံးအထိ)

လေ့ကျင့်ခန်း(4.2)

1. △ ABC **တွင်** AB=3cm, BC=5cm, $\angle ABC = 90°$ **ဖြစ်လျှင်** AC **ကို ရှာပါ။**
2. △ LMN **တွင်** LM=2cm, LN=3cm, နှင့် ∠LMN=90° ဖြစ်လျှင် MN ကိုရှာပါ။
3. အောက်ပါတို့တွင် ∠ ဖြတ်အလျားကိုရှာပါ။
   (a) AB=3cm ရှိသော စတုရန်း ABCD
   (b) ∠ မှန်စတုဂံ EFGH တွင် GH=20m, HE=24m
4. အောက်ပါပုံတွင် အနားတစ်နား အလျားကိုရှာပါ။
   (a) ∠ဖြတ် 16m ရှိသော စတုရန်း
   (b) ∠ဖြတ်များ 8m နှင့် 10m ရှိသော ရွမ်းဗတ်ပုံ

5. တြိဂံတစ်ခုတွင် အရှည်ဆုံးအနားပေါ်ရှိ စတုရန်း၏ဧရိယာသည် ကျန်အနားနှစ်နားပေါ်ရှိ စတုရန်း များ၏ဧရိယာများ ပေါင်းလဒ်နှင့်တူညီလျှင် ထိုတြိဂံသည် ∠ မှန် တြိဂံတစ်ခုဖြစ်သည်။

အကယ်၍ အရှည်ဆုံးအနားပေါ်ရှိ စတုရန်း၏ဧရိယာသည် ကျန်အနားနှစ်နားပေါ်ရှိ စတုရန်းများ၏ ဧရိယာများ ပေါင်းလဒ်အောက်ငယ်ပါက ထိုတြိဂံသည် ထောင့်ကျဉ်းတြိဂံ ဖြစ်သည်။

အကယ်၍ အရှည်ဆုံးအနားပေါ်ရှိ စတုရန်း၏ဧရိယာသည် ကျန်အနားနှစ်နားပေါ်ရှိ စတုရန်း များ၏ဧရိယာများပေါင်းလဒ်ထက်ကြီးပါက ထိုတြိဂံသည် ထောင့်ကျယ်တြိဂံဖြစ်သည်။

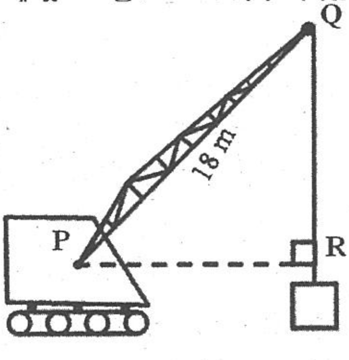
အောက်ပါတို့တွင် ∠ABC သည် ∠ ကျဉ်း(သို့) ∠ကျယ် (သို့) ∠ မှန်ဖြစ်ကြောင်းခွဲခြားပြပါ။

(a) AB = 6cm, BC = 5cm, CA = 7cm
(b) AB = 2.1cm, BC = 1.9cm, CA = 3.1cm
(c) AB = 15cm, BC = 21cm, CA = 13cm,

6. စူးစမ်းရှာဖွေသူတစ်ဦးသည် သူ၏စခန်း C မှ တောင်ဘက်စူးစူးရှိ နေရာ A သို့ 12km ခရီးထွက် ခဲ့၏။ တစ်ဖန် A မှ အနောက်ဘက်စူးစူး 16km အကွာရှိ B နေရာသို့ ထွက်ခဲ့ပြန်၏။ သူသည် စခန်း C မှ မည်မျှဝေးသောနေရာတွင် ရှိနေမည်နည်း။

7. သင်္ဘောတစ်စင်းသည် ဆိပ်ကမ်းမှအနောက်စူးစူး 9km အကွာသို့ထွက်ခဲ့ပြီးတစ်ဖန် မြောက်စူးစူး 40 km အကွာသို့ထွက်ခဲ့ပြန်၏။ သင်္ဘောသည် မူလဆိပ်ကမ်းမှမည်မျှ အကွာတွင် ရှိနေသနည်း။

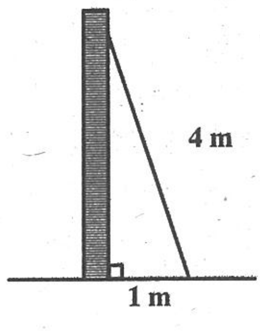
8. ပုံ(4.14)တွင်ဖော်ပြထားသော ကရိန်း PQ သည် 18m ရှည်၏။ PR သည် အောက်ပါအလျား များရှိလျှင် အမြင့် QR သည် မည်မျှစီရှိမည်နည်း။



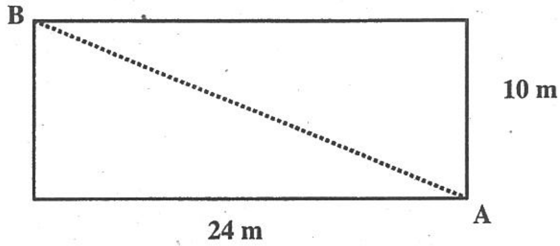
ပုံ (4.14)

(a) 3m
(b) 6m
(c) 9m
(d) 12m
(e) 15m

9. ပုံ(4.15)တွင် လှေကားသည် 4m ရှည်ပြီး နံရံတစ်ခုကို မှီလျက် ထောင်ထား၏။ လှေကား ၏အောက်ခြေသည် နံရံမှ 1m ကွာဝေးလျှင် လှေကားထိပ်နှင့်ထိနေသည် အထိ နံရံအမြင့်ကိုရှာပါ။



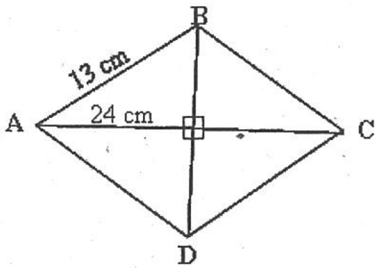
ပုံ (4.15)



ပုံ (4.16)

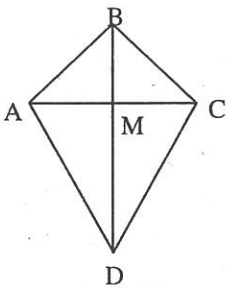
10. ∠ မှန်စတုဂံပုံ အခန်းကြီးတစ်ခုသည် 24 m ရှည်ပြီး 10 m ကျယ်၏။ တံခါး A မှ တံခါး B သို့ ∠ ဖြတ်အကွာအဝေးမည်မျှရှိသနည်း။

11. ရွမ်းဗတ်ပုံတစ်ခု၏ အနားတစ်နားသည် 13 cm ရှည်၏။ ပို၍ရှည်သော ∠ ဖြတ်သည် 24 cm ရှိလျှင် ကျန် ∠ ဖြတ်၏ အလျားကိုရှာပါ။



ပုံ (4.17)

12. စွန်ပုံ ABCD တွင်



ပုံ (4.18)

(a) AC = 10 cm ရှိလျှင် AM ကိုရှာပါ။

(b) MB = 6 cm, DB = 18 cm ရှိလျှင် MD ကို ရှာပါ။

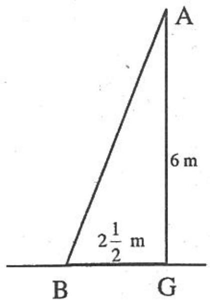
(c) AB နှင့် BC တို့ကို ရှာပါ။

(d) AD နှင့် DC ကိုရှာပါ။

(e) Δ ABM နှင့် Δ ADM တို့၏ ဧရိယာကိုရှာပါ။

(f) စွန်ပုံ ABCD ၏ ဧရိယာသည် မည်မျှနည်း။

13. ပုံ (4.19) တွင် တိုင် AG ကို ကြိုး AB ဖြင့် ဆွဲထားသည်။ AG သည် 6 m၊ BG သည် $2\frac{1}{2}$ m ရှိလျှင် ကြိုး၏ အရှည် AB ကို ရှာပါ။



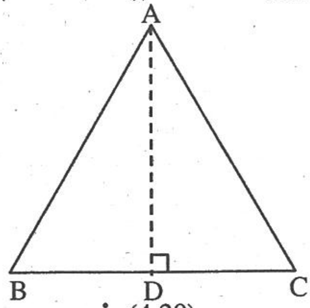
ပုံ (4.19)

14. △ ABC သည် သုံးနားညီ △ တစ်ခုဖြစ်သည်။ အနားတစ်နားလျှင် 10cm ရှည်ပြီး AD သည် BC ပေါ်သို့ မျဉ်းမတ်ကျနေသည်။

(a) BD ၏ အလျားကိုရှာပါ။

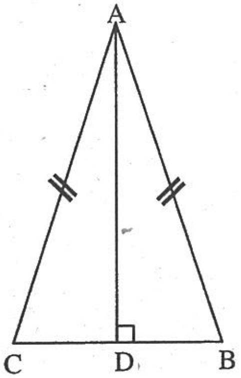
(b) AD ၏ အလျားကိုရှာပါ။

(c) △ ABC ၏ ဧရိယာကို ရှာပါ။



ပုံ (4.20)

15. △ ABC တွင် AB = AC ဖြစ်သည်။



ပုံ (4.21)

(a) AB = 6 cm, BC = 4 cm ရှိလျှင် △ ၏ အမြင့် AD ကိုရှာပါ။

(b) AB = c ယူနစ်၊ BC = a ယူနစ် ဖြစ်လျှင် △ ၏ အမြင့်ကို a , c တို့ဖြင့်ပြပါ။

အခန်း (5)

ပမာဏသချာ်

ဤအခန်းတွင် စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ စက်ဝန်းအလျား၊ အချင်းနှင့် စက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာ အကြောင်းကို **လေ့လာကြမည်။ ၎င်းတို့ အချင်းချင်း ဆက်သွယ်ချက်တွင် ပါဝင်သော ကိန်း π အကြောင်းကိုပါ လေ့လာကြမည်။**

5.1 စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ စက်ဝန်းအလျား (Circumference) ကိုရှာခြင်း

လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက်များမှ ရရှိသည့် အချက်အလက်များကို ရေးသွင်းရန်အတွက်အောက်ပါ ခေါင်းစဉ်များ ပါဝင်သည့် ဇယားတစ်ခုကို ရေးဆွဲပါ။

အချင်းဝက်	အချင်း	စက်ဝန်း	$\frac{\text{စက်ဝန်း}}{\text{အချင်း}}$

လက်တွေ့ ပြုလုပ်ချက်(1)

ကွန်ပါကို အသုံးပြု၍ ရှာနည်း

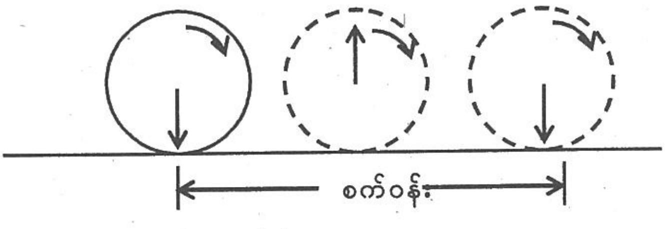
အချင်းဝက် 2 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို ရေးဆွဲပါ။ သင်၏ ကွန်ပါကို 1 cm ဖွင့်၍ စက်ဝန်းပေါ်တွင် 1 cm အလျားရှိသော အပိုင်းများကို ပိုင်းဖြတ်ပါ။ (နောက်ဆုံးအပိုင်းကို သီးခြား တိုင်းရန် လိုအပ်သည်ကို သတိပြုပါ။) ထို့နောက် စက်ဝိုင်း၏ အဝန်းသည် မည်မျှရှိသည်ကိုရှာပါ။ ရှာ၍ရသော စက်ဝန်းသည် တိကျမှုရှိပါသလား။

အချင်းဝက် 3 cm, 5 cm, 7 cm အသီးသီးရှိသော စက်ဝိုင်းများကို ရေးဆွဲ၍ အထက်ပါနည်း အတိုင်း စက်ဝန်းများကို ရှာပါ။

စက်ဝိုင်း၏ စက်ဝန်းကို တိကျနိုင်သမျှ တိကျစွာ ရရှိလိုပါက အချင်းဝက်ပမာဏကို ကြီးနိုင် သမျှ ကြီး၍ စက်ဝိုင်းကို ရေးဆွဲပြီး အထက်ပါနည်းအတိုင်း ရှာပါ။

လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက်(2)

စက်ဝိုင်းကို လှိမ့်ယူ၍ ရှာခြင်း

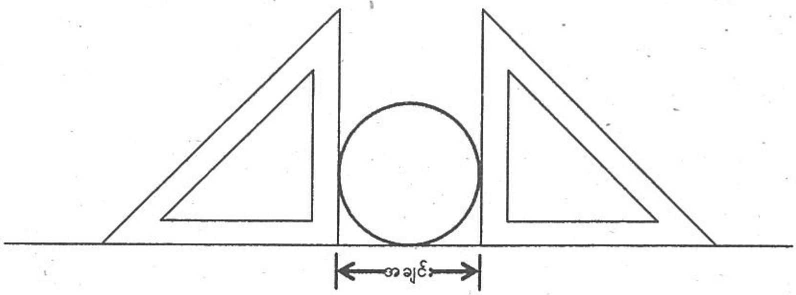


ပုံ (5.1)

ကတ်ပြားဝိုင်း၊ ကျပ်စေ့ဝိုင်း သို့မဟုတ် ဘီး၊ (ဥပမာ စက်ဘီး၏ ဘီး) ကို ညီသော မျက်နှာပြင်ရှိသည့် ကြမ်းပြင်ပေါ်တွင် ထောင်၍ လှိမ့်ယူပါ။ တစ်ပတ်ပြည့်အောင် လှိမ့်ပြီးသောအခါ တွင် ရပ်၍ မူလနေရာနှင့် နောက်ဆုံး ရောက်ရှိနေသော နေရာတို့အကြား အကွာအဝေးတိုင်းပါ။ တိုင်းထွာ၍ ရရှိသော အလျားသည် စက်ဝိုင်း၏ စက်ဝန်းဖြစ်သည်။

(ပုံ 5.1)ကို ကြည့်ပါ။

မှတ်ချက်။ အထက်ပါ စက်ဝိုင်းပုံ ဝတ္ထုပစ္စည်းများကို လှိမ့်ယူသောအခါတွင် ချော်၍ မသွားစေ ရန် သတိပြုပါ။



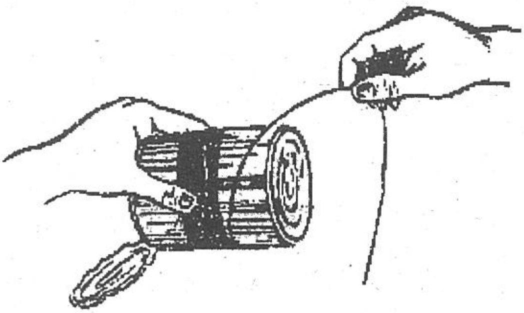
ပုံ (5.2)

ထို့နောက် စက်ဝိုင်း၏ အချင်းကို ပုံ (5.2) တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း ရှာပါ။ မိမိရေးဆွဲ ထားသော ဇယားကွက်တွင် ရရှိသော အချက်အလက်များကို ရေးသွင်းပါ။

စက်ဝိုင်းပုံရှိသော ဝတ္ထုပစ္စည်းနှစ်မျိုးဖြင့် အထက်ပါအတိုင်း ပြုလုပ်ပါ။

လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက် (3)

ကြိုးကို ရစ်ပတ်၍ ရှာခြင်း



ပုံ (5.3)

အခြေတို့တွင် စက်ဝိုင်းပုံရှိသော နို့ဆီဘူး၊ နို့မှုန့်ဘူး၊ ဝါးပိုးဝါး တစ်ခုခုကိုယူပါ။ ထို့နောက် ကြိုးစတစ်ဖက်ကို လက်မဖြင့် ဖိထား၍ ကျန်တစ်ဖက်ဖြင့် ကြိုးကိုရစ်ပါ။ ပုံ (5.3) ကိုကြည့်ပါ။ (ကြိုးကို တင်းတင်းဆွဲ၍ ရစ်ပါ။) ကြိုးအပတ်ရေ အတိအကျကို ယူပါ။ ထို့နောက် ပိုသော ကြိုးအစ ကို ဖြတ်ပစ်ပါ။ ရစ်ထားသော ကြိုးကို ပြန်လည်ဖြေယူ၍ ထိုကြိုး၏ အလျားကိုတိုင်းပါ။ စက်ဝိုင်း၏

စက်ဝန်းကို ရှာရန်အတွက် ကြိုး၏အလျားကို ဝတ္ထုပစ္စည်းတွင် ရစ်ပတ်ထားသော အပတ်အရေ အတွက်ဖြင့်စားပါ။ ထိုအခါစက်ဝိုင်း၏စက်ဝန်းကို ရမည်။ စက်ဝိုင်း၏ အချင်းကို ပုံ (5.2) တွင် ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်းရှာပါ။ ထိုနောက် ရရှိသော အချက်လက်များကို ဇယားကွက်တွင် ဖြည့်သွင်းပါ။

ဇယားမှ $\dfrac{\text{စက်ဝန်း}}{\text{အချင်း}}$ အချိုးတန်ဖိုးများကို ကြည့်ပါ။

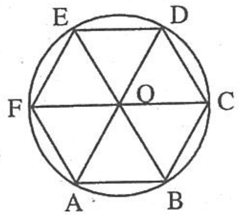
စက်ဝိုင်းအားလုံးအတွက်ရရှိသော ထိုအချိုးတန်ဖိုးများသည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခု အားလုံးနီးပါး တူညီကြပါသလား။

$\dfrac{\text{စက်ဝန်း}}{\text{အချင်း}}$ အချိုးသည် $3\frac{1}{7}$ ထက် အနည်းငယ် ကြီးနေကြောင်း တွေ့ရသည်။

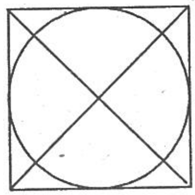
ထိုကိန်းသည် သင်္ချာပညာတွင် အလွန်အရေးကြီးသော ကိန်းတစ်ခုဖြစ်သည်။ ထိုကိန်းကို ဂရိအက္ခရာ π (Pi) ဖြင့်ဖော်ပြသည်။ ၎င်းကို ပိုင်ဟု ဖတ်သည်။

လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက် (4)

(a) အချင်းဝက် 1 ယူနစ်ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။ စက်ဝန်းပေါ်တွင် 1 ယူနစ်ရှိသော အပိုင်းများကို ကွန်ပါအသုံးပြု၍ ပိုင်းပါ။ ထို့နောက် ပုံ (5.4) တွင် ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်း စက်ဝိုင်းအတွင်းကျ ဉသုံညီ ဆဋ္ဌဂံတစ်ခုကို ဆွဲပါ။



ပုံ (5.4)



ပုံ (5.5)

$\triangle$ OAB သည် သုံးနားညီတြိဂံတစ်ခုဖြစ်၍ AB = OA = 1 ယူနစ်ဖြစ်သည်။ ထိုအခါ ဉသုံညီဆဋ္ဌဂံ၏ ပတ်လည်အနားပေါင်းသည် 6 ယူနစ်ဖြစ်သည်။ အချင်းအတိုင်းအတာသည် 2 ယူနစ် ဖြစ်သည်။ စက်ဝန်းသည် ဉသုံညီဆဋ္ဌဂံ၏ ပတ်လည်အနားထက် ကြီးကြောင်းတွေ့ရမည်။

$$\frac{\text{စက်ဝိုင်းတွင်းကျ ဉသုံညီဆဋ္ဌဂံ၏ ပတ်လည်အနား}}{\text{စက်ဝိုင်း၏အချင်း}} = \frac{6}{2} = 3$$

အထက်ပါအချက်များအရ စက်ဝန်းသည် အချင်း၏ 3 ဆထက်ကြီးကြောင်း တွေ့ရှိရမည်။

(b) အနားတစ်ဖက်လျှင် 2 ယူနစ်ရှိသော စတုရန်းတစ်ခုကို ဆွဲပါ။ စတုရန်း၏ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း ဖြတ်သည့် ဖြတ်မှတ်ကို ဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 1 ယူနစ်ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို ဆွဲပါ။ ပုံ (5.5) ကို ကြည့်ပါ။

စက်ဝိုင်း၏အချင်းသည် 2 ယူနစ်ဖြစ်သည်။ စတုရန်း၏ ပတ်လည်အနားသည် 8 ယူနစ်ဖြစ်သည်။ ပုံ (5.5) ကို ကြည့်ခြင်းအားဖြင့် စတုရန်း၏ ပတ်လည်အနားသည် စက်ဝန်းထက် ကြီးကြောင်း တွေ့ရမည်။

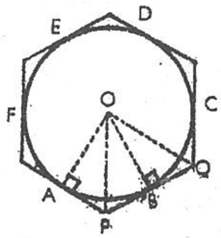
$$\frac{\text{စတုရန်း၏ ပတ်လည်အနား}}{\text{အချင်း}} = \frac{8}{2} = 4$$

အထက်ပါအချက်များအရ စက်ဝန်းသည် အချင်း၏ 4 ဆအောက် ငယ်ကြောင်း တွေ့ရမည်။

လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက် 4(a) နှင့် 4(b) အရ စက်ဝန်းသည် အချင်း၏ 3 ဆနှင့် 4 ဆကြား တွင် ရှိကြောင်း တွေ့ရှိရမည်။

(c) အချင်းဝက် 1 ယူနစ်ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။ လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက် 4(a) တွင် ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်း စက်ဝန်းပေါ်တွင် 1 ယူနစ်စီရှိသော အပိုင်းများကို ပိုင်းပါ။

ထို A,B,C,D,E,F အမှတ်တို့၌ အချင်းဝက်တို့ကို ထောင့်မှန်ကျသော မျဉ်းများကိုဆွဲခြင်းဖြင့် ဝန်းထိဉသုံ့ညီဆဋ္ဌဂံ (Circumscribed Regular Hexagon) ပုံတစ်ခုရရှိလာမည်။ ထိုအခါ O ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်းသည် ဉသုံ့ညီဆဋ္ဌဂံအတွင်း သွင်း၍ ရေးဆွဲထားသကဲ့သို့ဖြစ်သည်။ ပုံ (5.6) ကိုကြည့်ပါ။



ပုံ (5.6)

ပုံ (5.6) ကိုလေ့လာခြင်းအားဖြင့် စက်ဝန်းသည် ဉသုံ့ညီဆဋ္ဌဂံ၏ ပတ်လည်အနားအောက် ငယ်ကြောင်း တွေ့ရမည်။

$\angle AOB=60^\circ$, $\angle POQ=60^\circ$, $\angle POB= \angle BOQ=30^\circ$ ဖြစ်သည်။

$\triangle OPQ$ သည် သုံးနားညီ တြိဂံတစ်ခုဖြစ်သည်။

အကယ်၍ $PB = x$ ယူနစ်ဖြစ်လျှင် $PQ = 2x$ ယူနစ်ဖြစ်သည်။ ထိုအခါ $\triangle OPQ$ သည် သုံးနားညီ တြိဂံဖြစ်သဖြင့် $OP=PQ=2x$ ယူနစ်ဖြစ်သည်။

ပိုက်သာဂိုရ၏ သီအိုရမ်ကို အသုံးပြုပါက

$\angle$ မှန် $\triangle OPB$ တွင်

$$\begin{aligned}
OP^2 &= PB^2 + OB^2 \\
(2x)^2 &= x^2 + 1^2 \\
4x^2 &= x^2 + 1 \\
3x^2 &= 1 \\
x^2 &= \frac{1}{3} \\
\therefore\ x^2 &\approx 0.333 \\
\therefore\ x &= 0.58 \ (\text{x သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သည်။}) \\
PQ &= 2x \\
\therefore PQ &\approx 2 \times 0.58 \\
&\approx 1.16
\end{aligned}$$

$\therefore$ ဉသုံ့ညီ ဆဋ္ဌဂံ၏ ပတ်လည်အနား $= 6\,PQ$

$= 6 \times 1.16 = 6.96$

အထက်ပါ အချက်အလက်များအရ

$$\frac{\text{ဝန်းထိ ဥသျှံညီ ဆဋ္ဌဂံ၏ ပတ်လည်အနား}}{\text{အချင်း}} = \frac{6.96}{2} = 3.48$$

$\therefore$ စက်ဝန်းသည် အချင်း၏ 3.48 ဆအောက် ငယ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။

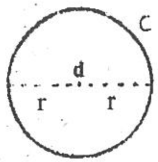
လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက် 4(a) နှင့် (c) အရ စက်ဝန်းသည် အချင်း၏ 3 ဆနှင့် 3.48 ဆကြား တွင် ရှိကြောင်း တွေ့ရှိနိုင်သည်။

5.1.1 စက်ဝန်း ပုံသေနည်း

အထက်ပါ လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက်များမှရရှိလာသောနီးပါး တန်ဖိုးများအရ $\frac{\text{စက်ဝန်း}}{\text{အချင်း}}$ အချိုးသည် စက်ဝန်းအားလုံး၌ အတူတူပင်ဖြစ်သည်။ ၎င်းအချိုးကို ဂရိလက္ခရာ π ဖြင့်ဖော်ပြသည်။

သို့ဖြစ်၍ $\frac{c}{d} = \pi$ ဤတွင် c သည် စက်ဝန်းဖြစ်၍ d သည် အချင်းဖြစ်ပြီး အလျားယူနစ်များ တူကြသည်။ ပုံ(5.7) ကိုကြည့်ပါ။ အကယ်၍ ယူနစ်တူများဖြင့် အလျား တိုင်းရာတွင် c သည် စက်ဝန်း d သည် အချင်းနှင့် r သည် အချင်းဝက်ဖြစ်လျှင်

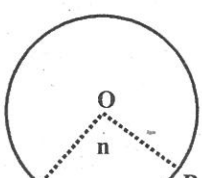
$c = \pi d$ နှင့် $c = 2\pi r$ ဖြစ်သည်။



ပုံ (5.7)

5.2 အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ အလျားကို ရှာခြင်း

ပုံ (5.8) တွင် O သည် စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဗဟိုဖြစ်၍ AOBD သည် စက်ဝိုင်းစိတ်တစ်ခုဖြစ် သည်။ ADB သည် အဝန်းပိုင်းငယ်တစ်ခုဖြစ်၍ ဗဟို၌ n ထောင့်တစ်ထောင့်ကို ခံထားသည်။ အချင်းဝက်သည် r ဖြစ်သည်။



ပုံ (5.8)

$\therefore$ $\frac{\text{အဝန်းပိုင်းငယ် ADB ၏ အလျား}}{\text{စက်ဝန်း}} = \frac{n}{360}$ ဖြစ်သည်။

$\therefore$ အဝန်းပိုင်းငယ် ADB ၏ အလျား $= \frac{n}{360}$ စက်ဝန်း

$= \frac{n}{360} \times 2\pi r$

$\therefore$ အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ အလျား $= \frac{n}{360} \times 2\pi r$

5.3 π ၏တန်ဖိုး

π ၏တန်ဖိုးကို ရရှိရန်အတွက် သင်္ချာပညာရှင်တို့သည် အမျိုးမျိုးသောနည်းဖြင့် ကြိုးစားကြ သည်။ ဂရိသင်္ချာပညာရှင် အာခေမိဒီ (270-212 BC) သည် 48 နားရှိသော ဥသျှံညီဗဟုဂံကို စက်ဝိုင်းတစ်ခုအတွင်းသွင်းဆွဲ၍ လည်းကောင်း၊ ထိုစက်ဝိုင်းကို ဥသျှံညီဗဟုဂံအတွင်း သွင်းဆွဲ၍ လည်းကောင်း တွက်ချက်ခဲ့သည်။ ထိုတွက်ချက်မှုများကို အသုံးပြု၍ π ၏တန်ဖိုးသည် $3\frac{11}{70}$ အောက်ငယ်၍ $3\frac{10}{71}$ ထက်ကြီးကြောင်း ဆုံးဖြတ်ခဲ့သည်။

16 ရာစုတွင် သင်္ချာပညာရှင် ဗီရက်တာ (Vieta) သည် အာခေမီဒီနည်းအတိုင်း အနားပေါင်း 393216 နားပါရှိသော ဥသုံ့ညီဗဟုဂံကို အသုံးပြု၍ π ၏တန်ဖိုးကို ရှာဖွေရာ π=3.1415926537 နီးပါးရှိကြောင်း တွေ့ရှိခဲ့သည်။ ၁၉ ရာစုနှောင်းပိုင်းကာလတွင် ရှန့် (W.Shanks) ဆိုသူမှာ π ၏တန်ဖိုးကို ဒသမ 707 နေရာထိ ရရန် နှစ်ပေါင်း ၂၀ ကြာအချိန်ဖြုန်းခဲ့ရကြောင်း တွေ့ရသည်။ သို့သော်ငြားလည်း ဒသမ 528 နေရာ၌ မမှန်ကန်ကြောင်း နောက်ပိုင်းတွင် တွေ့ရှိခဲ့ရသည်။ 1961 ခုနှစ်တွင် ကွန်ပျူတာဖြင့် π ၏တန်ဖိုးကို တွက်ချက်ခဲ့ရာ ဒသမနေရာ တစ်သိန်းနှစ်ရာ ခြောက်ဆယ့်ငါး (100265) အထိ ရရှိခဲ့သည်။

5.3.1 π အတွက် နီးပါးတန်ဖိုးများ

π ၏ တန်ဖိုးကို အပိုင်းကိန်းဖြင့် လည်းကောင်း၊ ဒသမကိန်းဖြင့်လည်းကောင်း၊ တိကျစွာ ဖော်ပြနိုင်ခြင်းမရှိပေ။ π ၏ တန်ဖိုးသည် အီရာရှင်နယ်ကိန်း (Irrational number) တစ်ခုဖြစ်သည်။ ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် 3.141 နှင့် 3.142 တို့ကြားတွင် ဖော်ပြထားသည်။

π အတွက် နီးပါးတန်ဖိုးများမှာ

3.14 (အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံးအတွင်း)

3.142 (အရာရောက်ဂဏန်း 4 လုံးအတွင်း)

3.1416 (အရာရောက်ဂဏန်း 5 လုံးအတွင်း) စသည်တို့ဖြစ်ကြသည်။

အပိုင်းကိန်း $\frac{22}{7}$ ကို ဒသမကိန်းဖြင့် ဖော်ပြပါက 3.142857.... ဖြစ်၍ အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံး အဖြစ် ဖော်ပြပါက 3.14 ဖြစ်ပြီး အရာရောက်ဂဏန်း 4 လုံးအဖြစ် ဖော်ပြပါက 3.143 ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံးအဖြစ် တွက်ချက်လိုပါက π ၏ တန်ဖိုးကို $\frac{22}{7}$ အဖြစ် ယူ၍ တွက်ချက်ရသည်။ သို့ရာတွင် အထူးသတိပြုရန်အချက်မှာ π ၏တန်ဖိုးကို $\frac{22}{7}$ အဖြစ် ယူပါက ရရှိသော အဖြေကို အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံးထက်ပို၍ မယူမိစေရန်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ(1) အချင်း 23cm ရှိသော ဘီးတစ်ခု၏ စက်ဝန်းကိုရှာပါ။

$$d = 23 \text{ cm}$$
$$c = \pi d$$
$$= 3.14 \times 23 \text{ cm}$$
$$\therefore c = 72.2 \text{ cm}$$

∴ စက်ဝန်းသည် 72.2 cm ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (2) မော်တော်ကားတစ်စီး၏ဘီးတစ်ခု အချင်းဝက်သည် 28cm ဖြစ်သည်။ ထိုမော်တော်ကားသည် 440 m ခရီးကို သွားပါက မော်တော်ကားဘီးသည် အပတ်ပေါင်းမည်မျှ လည်ရမည်နည်း။

$r = 28cm$ ကို $c = 2\pi r$ တွင် အစားသွင်းသော်

$c = 2 \times \frac{22}{7} \times 28$ cm

$c = 176$ cm

ဘီးတစ်ပတ်အပြည့်လည်ရာတွင် ရောက်ရှိသောခရီး $= 176$ cm

ဘီးစုစုပေါင်း သွားရသောခရီး $= 440$ m

$= 440 \times 100$ cm

$= 44,000$ cm

ဘီးလည်ရသော အပတ်အရေအတွက် $= \frac{44000}{176}$

$= 250$

ဥပမာ (3) စက်ဝိုင်းပုံ ရေကန်တစ်ခု၏ စက်ဝန်းသည် 60 m ဖြစ်လျှင် ထိုရေကန်၏ အချင်းဝက်ကို ရှာပါ။

$c = 60$ ကို $c = 2\pi r$ တွင် အစားသွင်းသော်

$60 = 2 \times 3.14 \times r$

$60 = 6.28\, r$

$\therefore r = \frac{60}{6.28}$ m

$\therefore r = 9.55$ m

$\therefore$ အချင်းဝက်သည် 9.55 metres နီးပါးဖြစ်သည်။

ဥပမာ (4) စက်ဝိုင်းတစ်ခုတွင် စက်ဝန်းပိုင်းတစ်ခုက ဗဟို၌ခံသောထောင့် 90° ဖြစ်၍ စက်ဝိုင်းအချင်းဝက်သည် $3\frac{1}{2}$ cm ဖြစ်လျှင် ထိုစက်ဝန်းပိုင်း၏ အလျားကို ရှာပါ။

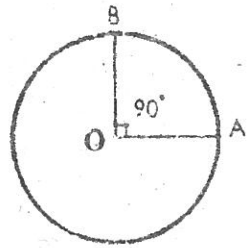
$n = 90^\circ$, $r = 3\frac{1}{2}$ cm ကို

စက်ဝန်းပိုင်း AB ၏ အလျား $= \frac{n}{360} \times 2\pi r$ တွင် အစားသွင်းသော်

$$AB = \frac{90}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} cm = \frac{22}{4} cm$$

$= 5.5$ cm

$\therefore$ စက်ဝန်းပိုင်း AB ၏ အလျား $= 5.5$ cm

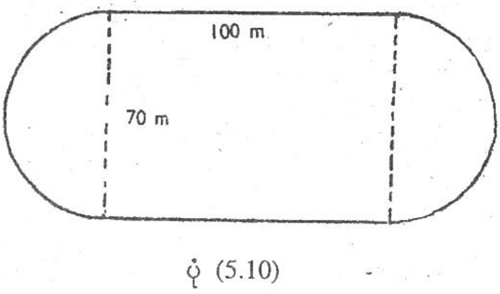


ပုံ (5.9)

လေ့ကျင့်ခန်း (5.1)

(π အတွက် နီးပါးတန်ဖိုးကို 3.14 (သို့) $\frac{22}{7}$ ယူပါ။)

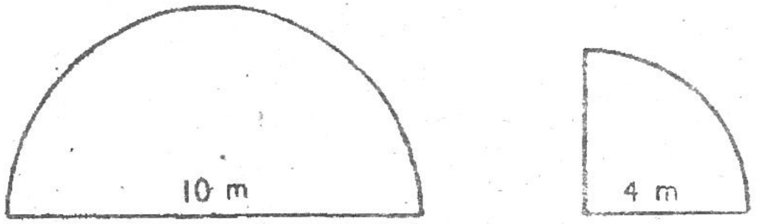
1. ပေးထားသော အချင်းများပါသည့် စက်ဝိုင်းတို့၏ စက်ဝန်းများကို ရှာပါ။
   (a) 7 cm (b) 21 cm (c) 35 cm (d) 49 cm
   (e) 10 m (f) 4 cm (g) 8 mm (h) 2.4 m
2. ပေးထားသော အချင်းဝက်များရှိသည့် စက်ဝိုင်းတို့၏ စက်ဝန်းများကို ရှာပါ။
   (a) 14 cm (b) 21 cm (c) 28 cm (d) 56 cm
   (e) 2 m (f) 10 m (g) 5 m (h) 8.1 m
3. လက်ပတ်နာရီတစ်လုံး၏ မိနစ်လက်တံသည် 1 cm ရှည်သည်။ ထိုမိနစ်လက်တံသည် (a) 1 နာရီ (b) 12 နာရီ အပြည့် လည်ပတ်သောအခါ ထိုမိနစ်လက်တံထိပ်ဖျားသည် ခရီးမည်မျှ သွားရသနည်း။
4. ဘောလုံးကွင်းတစ်ခု၏အလယ်တွင်ရှိ စက်ဝိုင်းကို အချင်းဝက် 3 metres ထား၍ ပြုလုပ်လိုပါက စက်ဝိုင်းကိုပြုလုပ်ရာတွင် ထုံးဖြူအလျားသည် မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။
5. လေယာဉ်ပုံစံငယ်တစ်ခုသည် 20 m အချင်းဝက်ရှိ စက်ဝိုင်းပုံလမ်းကြောင်းတစ်ခုအတိုင်းပျံဝဲနေ၏။ ထိုလေယာဉ်ငယ် တစ်ပတ်ပျံဝဲလျှင် ခရီးမည်မျှ ရောက်မည်နည်း။
6. မော်တော်ကားဘီး အချင်းသည် 42 cm ဖြစ်သည်။
   (a) ထိုဘီး၏စက်ဝန်းကို ရှာပါ။
   (b) ထိုဘီးသည် အပတ်ပေါင်း 50 လည်ပတ်လျှင် မော်တော်ကားသည် ခရီး metres မည်မျှ ရောက်ရှိမည်နည်း။
7. ပေးထားသော ဗဟိုခံထောင့်များ၏ ပမာဏနှင့်အချင်းဝက်(သို့မဟုတ်) အချင်းများအရ အဝန်းပိုင်းတို့၏ အလျားများကို ရှာပါ။
   (a) အချင်းဝက် 7 cm ၊ ဗဟိုခံထောင့် 120 °
   (b) အချင်း 10 cm ၊ ဗဟိုခံထောင့် 60 °
   (c) အချင်း 35 cm ၊ ဗဟိုခံထောင့် 36 °
   (d) အချင်းဝက် 10.5 m ၊ ဗဟိုခံထောင့် 45 °
   (e) အချင်း 2.8 cm ၊ ဗဟိုခံထောင့် 30 °
8.



ပုံ (5.10)

ပုံ (5.10) သည် ဘောလုံးကွင်းတစ်ကွင်း၏ပုံ ဖြစ်သည်။ ဂိုးနောက်ပိုင်းသည် စက်ဝန်းခြမ်းပုံ ဖြစ်သည်။ အကယ်၍ ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ ဘောလုံးကွင်းသည် အလျား 100 m ၊ အနံ 70 m ဖြစ်လျှင် စက်ဝိုင်းခြမ်းများ အပါအဝင် ကွင်း၏ ပတ်လည်အနားသည် မည်မျှ ဖြစ်မည်နည်း။

9.



(i) (ii)

ပုံ (5.11)

ဖော်ပြထားသော ပုံတို့၏ ပတ်လည်အနားများကို ရှာပါ။

ပုံ (5.11) (i) တွင် စက်ဝိုင်းခြမ်းနှင့်အချင်းတို့ကို ဖော်ပြထားသည်။ ပုံ (5.11) (ii) သည် စက်ဝိုင်း တစ်ခု၏ လေးပုံတစ်ပုံနှင့် အချင်းဝက်တို့ကို ဖော်ပြထားသည်။

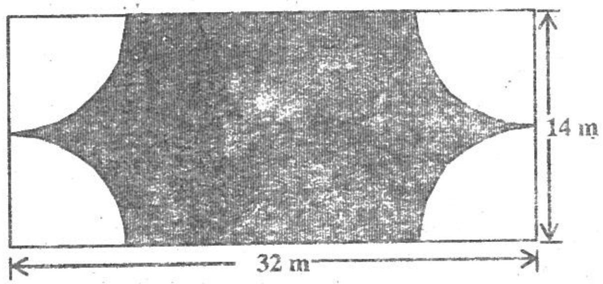
10. စက်ဝိုင်းတို့၏ စက်ဝန်းများမှာ
(a) 44 cm (b) 55 cm (c) 110 m (d) 15 cm ဖြစ်လျှင် ထိုစက်ဝိုင်းတို့၏ အချင်းများကို ရှာပါ။

11. ကျောင်းကွင်းပြေးပွဲအတွက် စက်ဝိုင်းပုံ 400 metres ပြေးကွင်းတစ်ခုကို ပြုလုပ်လိုပါက အချင်းဝက် မည်မျှထား၍ ပြုလုပ်ရမည်နည်း။

12. သင်္ဘောတစ်စင်းသည် အချင်းဝက် 1750 metres ဖြင့် စက်ဝိုင်းပုံအတိုင်း ခုတ်မောင်းခဲ့လျှင် ထိုစက်ဝိုင်း၏ စက်ဝန်းသည် Kilometres မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။

13. ဗဟိုတူ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့၏ အချင်းများသည် 30 m နှင့် 51 m အသီးသီးဖြစ်ကြလျှင် ထိုစက်ဝိုင်း နှစ်ခုတို့၏ စက်ဝန်းများ ခြားနားခြင်းသည် မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။

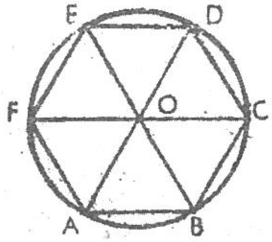
14.



ပုံ (5.12)

ပုံ (5.12) တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ သတ္တုပြားတစ်ချပ်၏ ထောင့်စွန်းများမှ စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ လေးပုံတစ်ပုံအပိုင်းများကို ဖြတ်လိုက်လျှင် ကျန်ရှိသော အပိုင်း၏ ပတ်လည် အနားကို ရှာပါ။

15.



ပုံ (5.13)

ပုံ (5.13) တွင် ဉသုံညီဆဌဂံ ABCDEF ကို စက်ဝိုင်းတစ်ခုအတွင်း သွင်း၍ ဆွဲထားသည်။

(a) $\angle AOB$ သည် ဒီဂရီမည်မျှရှိမည်နည်း။ ထိုထောင့်သည် တစ်ပတ်လည်ထောင့်၏ မည်သည့် အပိုင်းဖြစ်သနည်း။

(b) အဝန်းပိုင်းငယ် AB သည် စက်ဝန်း၏ မည်သည့်အပိုင်း ဖြစ်သနည်း။

(c) အကယ်၍ စက်ဝိုင်းအချင်းဝက်သည် 1 cm ဖြစ်လျှင် အဝန်းပိုင်းငယ် AB ၏ အလျား ကိုရှာပါ။

16. (a) အချင်းဝက် 14 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ စက်ဝန်းကိုရှာပါ။

(b) ထိုစက်ဝိုင်း၏ ဗဟိုတွင် (i) 90° (ii) 45° (iii) 120° (iv) 270° အသီးသီးခံသောအဝန်း ပိုင်းတို့၏ အလျားများကို ရှာပါ။

17. မော်တော်ကားတစ်စီးသည် 400 metres ခရီးကို သွားသောအခါ ထိုကား၏ ဘီးသည် အပတ် ပေါင်း 80 လည်ရ၏

(a) ထိုဘီး၏ စက်ဝန်းကို ရှာပါ။

(b) ထိုဘီး၏ အချင်းဝက်ကို centimetres ဖြင့်ရှာပါ။

18. ဂြိုဟ်ထုတစ်လုံးသည် ကမ္ဘာ့မြေမျက်နှာပြင်အထက် 1300 km အမြင့်မှ ကမ္ဘာကို စက်ဝန်းပုံ လမ်းကြောင်းအတိုင်း လှည့်ပတ်နေသည်။ အကယ်၍ တစ်ပတ်ပတ်လျှင် 2 နာရီကြာ၍ ကမ္ဘာ၏ အချင်းဝက်သည် 6400 km ဖြစ်လျှင် ဂြိုဟ်ထု၏ တစ်နာရီ လည်ပတ်နှုန်းကို km ဖြင့်ရှာပါ။

19. အီကွေတာ၏ အချင်းဝက်သည် 6400 km ရှိလျှင် အီကွေတာ၏အလျားကို ရှာပါ။

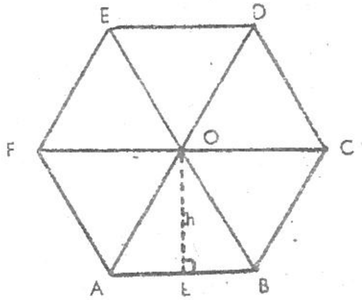
20. လွန်ခဲ့သော နှစ်ပေါင်း 2000 က ဂရိနက္ခတ်ပညာရှင်တစ်ဦးသည် 800 km ရှိသော ကမ္ဘာမျက် နှာပြင်အကွာအဝေးကို တိုင်းတာရာတွင် ထိုအကွာအဝေးသည် ကမ္ဘာ့စက်ဝန်း၏ $\frac{1}{48}$ ရှိသည် ဟု ခန့်မှန်းခဲ့သည်။ ထိုသို့ဆိုလျှင် ကမ္ဘာ၏ အချင်းဝက်သည် မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။ (အဖြေကို အရာ ရောက်ဂဏန်းနှစ်လုံးဖြင့် ပေးပါ။)

5.4 စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဧရိယာရှာခြင်း

စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဧရိယာကို မရှာမီ ဉသုံညီဗဟုဂံတစ်ခု၏ ဧရိယာကို မည်ကဲ့သို့ရှာနိုင် ကြောင်းကို ဦးစွာလေ့လာမည်။

5.4.1 ဉသုံညီဗဟုဂံတစ်ခု၏ ဧရိယာရှာခြင်း

ဗဟုဂံတစ်ခုတွင်ရှိသော အနားများသည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခုတူညီကြ၍ ထောင့်များသည်လည်း တူညီကြလျှင် ထိုဗဟုဂံကို ဉသုံညီဗဟုဂံဟုခေါ်ကြောင်း သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ဉသုံညီဗဟုဂံအတွင်းရှိ အမှတ်တစ်ခုသည် ထောင့်စွန်းတိုင်းမှ တူညီစွာကွာဝေးလျှင် ထိုအမှတ်ကို ဗဟုဂံ၏ အလယ်မှတ်ဟုခေါ်သည်။ အကယ်၍ အလယ်မှတ်မှ ဉသုံညီဗဟုဂံ၏ အနားများပေါ်သို့ ထောင့်မတ်မျဉ်းများ ရေးဆွဲလျှင် ထောင့်မတ်မျဉ်းတို့၏ အလျားများသည် တူညီကြသည်။ ထိုထောင့်မတ်မျဉ်းကို ဉသုံညီဗဟုဂံ၏ ထောင့်မတ်မျဉ်း (apothem) ဟုခေါ်သည်။



ပုံ (5.14)

ပုံ (5.14) တွင် ABCDEF သည် အနား 6 နားပါသော ဉသုံညီဗဟုဂံဖြစ်၍ O သည် ဗဟုဂံ၏ အလယ်မှတ်ဖြစ်သည်။ O နှင့် A,B,C,D,E,F တို့ကို ဆက်ပါ။ ထိုအခါ ဉသုံညီဗဟုဂံကို ထပ်တူညီတြိဂံ 6 ခုဖြစ်သော OAB,OBC,OCD,ODE,OEF နှင့် OFA တို့အဖြစ် ပိုင်းဖြတ်ပြီးဖြစ်သည်။ ဗဟုဂံ၏ ဧရိယာသည် ထိုထပ်တူညီတြိဂံ 6 ခု၏ ဧရိယာများ ပေါင်းလဒ်ဖြစ်သည်။ သို့ရာတွင် တြိဂံ 6 ခုသည် ထပ်တူညီတြိဂံများ ဖြစ်ကြောင်း သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သဖြင့် ဗဟုဂံ၏ ဧရိယာသည် ထပ်တူညီတြိဂံတစ်ခု၏ 6 ဆနှင့်ညီကြောင်း တွေ့ရသည်။ $OL \perp AB$ ကို ဆွဲပါ။

ဗဟုဂံ၏ ထောင့်မတ်မျဉ်း (apothem) = $OL = h$ ဖြစ်ပါစေ။

ဗဟုဂံ၏ ပတ်လည်အနား $= 6AB = P$ ဖြစ်ပါစေ။

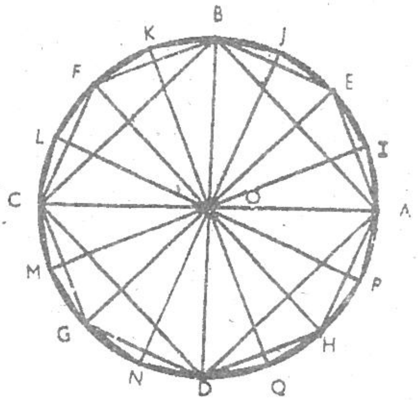
ဗဟုဂံ၏ ဧရိယာ = $\triangle OAB$ ၏ ဧရိယာ 6 ဆ

$$= \triangle OAB \times 6$$
$$= 6 \times \triangle OAB$$
$$= 6 \times \frac{1}{2} AB \times h$$
$$= \frac{1}{2} h \times 6AB$$
$$= \frac{1}{2} h \times p$$
$$= \frac{1}{2} hp$$

အထက်ပါနည်းသည် ဉသုံညီဗဟုဂံ၏ အနား အရေအတွက် မည်မျှပင်ရှိစေကာမူ ဗဟုဂံ၏ ဧရိယာကို ရှာဖွေနိုင်သည်။

$\therefore$ ဉသုံညီဗဟုဂံ၏ ဧရိယာ = $\frac{1}{2}$ ထောင့်မတ်မျဉ်း × ပတ်လည်အနား
(apothem)

5.4.2 စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဧရိယာရှာခြင်း
(ပထမနည်း)



ပုံ (5.15)

O သည် စက်ဝိုင်း၏ ဗဟိုဖြစ်၍ r သည် အချင်းဝက် ဖြစ်ပါစေ။ တစ်ခုကို တစ်ခု ထောင့်မတ်ကျသော အချင်းမျဉ်းနှစ်ကြောင်း AOC နှင့် BOD တို့ကို ရေးဆွဲပါ။ ပုံ (5.15) ကိုကြည့်ပါ။ A နှင့် B,B နှင့် C,C နှင့် D,D နှင့် A တို့ကို ဆက်ပါ။ ထိုအခါ ဖြစ်ပေါ်လာသော စတုရန်း ABCD သည် စက်ဝိုင်းတွင်းကျ စတုရန်းတစ်ခုဖြစ်သည်။

ထို့နောက် ∠ AOB, ∠BOC, ∠COD နှင့် ∠ DOA တို့ကို ထက်ဝက်ပိုင်းသော မျဉ်းများကို ဆွဲပါ။ ထိုမျဉ်းများသည် စက်ဝိုင်းကို E,F,G,H တို့၌ အသီးသီး တွေ့ပါစေ။A နှင့် E,E နှင့် B,---, H နှင့် A စသည်ဖြင့် အစီအစဉ်အတိုင်း ဆက်သွယ်ပါ။ ထိုအခါ ဉသုံညီ အဋ္ဌဂံ AEBFCGDH ကို ရမည်။ ဆက်လက်၍ ထောင့် 8 ထောင့်ဖြစ်သော AOE,EOB,---, HOA တို့ကို ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းများကို ဆွဲရာ စက်ဝိုင်းကို I,J,K,L,M,N,Q နှင့် P တို့၌ အသီးသီး တွေ့ဆုံမည်။ ထို့နောက် A နှင့် I, I နှင့် E,---, P နှင့် A တို့ကို အစီအစဉ်အတိုင်း ဆက်သွယ်ပါ။ ထိုအခါ အနား 16 နားပါရှိသော ဉသုံညီဗဟုဂံတစ်ခုကို ရရှိသည်၊ ထိုရရှိသော အနား 16 နားပါ ဗဟုဂံသည် စက်ဝိုင်းနှင့်များစွာ နီးကပ်ကြောင်း တွေ့ရှိနိုင်သည်။

ဆက်လက်၍ O အမှတ်ရှိသော ထောင့် 16 ထောင့်ကို ထက်ဝက်ပိုင်းသော မျဉ်းများဆွဲ၍ ရရှိလာသော အမှတ် 32 မှတ်ကို အစီအစဉ်အတိုင်း ဆက်လိုက်ပါက အနား 32 နားပါသော ဉသုံညီ ဗဟုဂံတစ်ခုကို ရရှိလာမည်။ ထိုဗဟုဂံကို ပုံတွင် ဖော်ပြထားခြင်းမရှိပေ။ အဘယ့်ကြောင့်ဆိုသော် ထို 32 နားပါသော ဉသုံညီဗဟုဂံကို ပုံတွင် ထင်ရှားစွာ ဖော်ပြနိုင်ခြင်း မရှိသောကြောင့် ဖြစ်သည်။ ထိုဗဟုဂံသည် ရှေ့ပိုင်းတွင် ဖော်ပြထားသော ဗဟုဂံများထက် စက်ဝိုင်းနှင့် ပိုမိုနီးကပ်စွာ ရှိလေသည်။

အထက်ပါနည်းအတိုင်း 4, 8, 16, 32, 64, 128--- အနားများပါသော ဉသုံညီဗဟုဂံများကို စက်ဝိုင်းတစ်ခုအတွင်းသွင်း၍ ဆွဲသားခဲ့လျှင် အနားအရေအတွက် နည်းသော ဗဟုဂံများထက် အနားအရေအတွက်များသော ဗဟုဂံများက စက်ဝိုင်းနှင့် ပိုမို နီးကပ်စွာရှိကြောင်း သိရှိနိုင်သည်။

အထက်ပါ တွေ့ရှိချက်များအရ ဗဟုဂံတို့၏ အနားအရေအတွက် များလာသည်နှင့်အမျှ ထိုဗဟုဂံတို့၏ ဧရိယာနှင့်ပတ်လည်အနားတို့သည် စက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာနှင့်လည်းကောင်း၊ ပတ်လည်အနားတို့သည် စက်ဝန်းနှင့်လည်းကောင်း ပို၍ ပို၍ နီးကပ်လာကြောင်း တွေ့ရှိရသည်။

ဥဿုံညီဗဟုဂံတို့၏ အနားများသည် တစ်ခုထက်တစ်ခု ပို၍ များလာပါက ဗဟုဂံကို ပိုင်းထား သော တြိဂံများသည် သေး၍သေးမှ် လာသည်ကိုတွေ့ရမည်။ ထိုအခါတွင် apothem မျဉ်းများသည် တစ်ဆင့်ထက်တစ်ဆင့် အချင်းဝက်နှင့် ပိုမို နီးကပ်လာကြောင်း တွေ့ရသည်။

အထက်ပါ တွေ့ရှိချက်များအရ စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဧရိယာကို ဥဿုံညီဗဟုဂံ၏ ဧရိယာမှ apothem မျဉ်းကို စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်သို့လည်းကောင်း၊ ဗဟုဂံ၏ ပတ်လည်အနားကို စက်ဝန်း အဖြစ် လည်းကောင်း ပြောင်းလဲ၍ ရှာဖွေနိုင်သည်။

ဥဿုံညီဗဟုဂံ၏ ဧရိယာ = $\frac{1}{2}$ apothem × ပတ်လည်အနားနှင့်

စက်ဝန်း = 2 π r ဖြစ်ကြောင်း သိရှိခဲ့ပြီး ဖြစ်သည်။

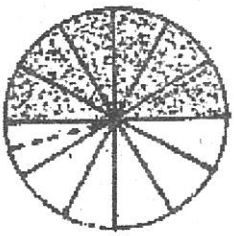
ထို့ကြောင့်

စက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာ $= \frac{1}{2} \times r \times 2\pi r$

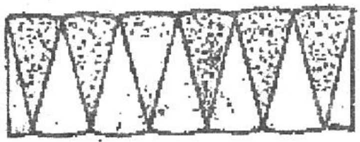
$= \pi r^2$

$\therefore$ စက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာ $= \pi r^2$

5.4.3 စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဧရိယာကို ရှာခြင်း (ဒုတိယနည်း)



(i)



(ii)

ပုံ (5.16)

စက်ဝိုင်းကြီးတစ်ခုကို ရေးဆွဲပါ။ ဗဟိုတွင် 30° စီရှိသော စက်ဝိုင်းစိတ်များဖြင့် ပုံ (5.16) (i) တွင် ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်း ပိုင်းဖြတ်ပါ။ စက်ဝိုင်းစိတ်တစ်ခုကို ထက်ဝက်ပိုင်းပါ။ ထို့နောက် ထိုစက်ဝိုင်းစိတ်များကို ကတ်ကြေးဖြင့် ဖြတ်ယူ၍ ပုံ (5.16) (ii) တွင် ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်း တစ်ခုနှင့်တစ်ခု ဆက်၍ ကပ်ပါ။ ထိုအခါ ဖြစ်ပေါ်လာသောပုံသည် ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ နီးပါး ဖြစ် လာသည်။

အကယ်၍ စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်သည် r ဖြစ်လျှင် ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ အနံသည် r ဖြစ်မည်။ ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ အလျားသည် စက်ဝိုင်း၏ အဝန်းတစ်ဝက်နှင့် တူညီမည်ဖြစ်သဖြင့် π r ဖြစ်မည်။ ထိုအခါ

ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ဧရိယာ = အလျား × အနံ

$= \pi r \times r$

$= \pi r^2$

အကယ်၍ စက်ဝိုင်းစိတ်များကို မူလ ယူထားသည်ထက်ပို၍ စိတ်ပိုင်းယူပါက ဖြစ်ပေါ် လာသော ပုံသည် ထောင့်မှန်စတုဂံအတိုင်း ဖြစ်ပေမည်။ ထိုအခါ ၎င်း၏ အနံသည် r ဖြစ်၍ အလျားသည် $\frac{1}{2}C = \frac{1}{2} \times 2\pi r = \pi r$ ဖြစ်မည်။

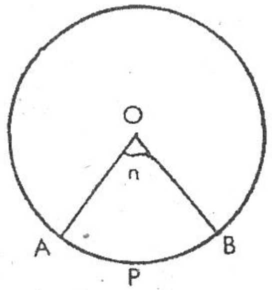
ထို့ကြောင့် စက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာ $A = r \times \pi r$

$$\boxed{A = \pi r^2}$$

$$r = \frac{1}{2}d,\ r^2 = \frac{1}{2}d \times \frac{1}{2}d = \frac{1}{4}d^2$$

$$\therefore \boxed{A = \frac{1}{4}\pi d^2}$$

5.5 စက်ဝိုင်းစိတ်၏ ဧရိယာရှာခြင်း



ပုံ (5.17)

O ဗဟိုရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုတွင် AOBP သည် စက်ဝိုင်းစိတ်တစ်ခုဖြစ်သည်။ $\angle AOB$ သည် အဝန်းပိုင်း APB က ဗဟိုခံထောင့်ဖြစ်၍ $\angle AOB = n^\circ$ ဖြစ်ပါစေ။ ပုံ (5.17) ကို ကြည့်ပါ။

$$\frac{\text{စက်ဝိုင်းစိတ် AOBP ၏ ဧရိယာ}}{\text{စက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာ}} = \frac{n}{360^\circ}$$

$\therefore$ စက်ဝိုင်းစိတ် AOBP ၏ ဧရိယာ = $\frac{n}{360^\circ}$ × စက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာ

စက်ဝိုင်း အချင်းဝက်သည် r ဖြစ်၍ အဝန်းပိုင်းတစ်ခုက ဗဟို၌ ခံသောထောင့်သည် n° ဖြစ်လျှင်

$$\boxed{\text{စက်ဝိုင်းစိတ်၏ ဧရိယာ} = \frac{n}{360} \times \pi r^2 \text{ ဖြစ်သည်။}}$$

ဥပမာ (1) အချင်း 7 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဧရိယာကိုရှာပါ။

$d = 7$ cm

$r = \frac{7}{2} = 3.5$

$A = \pi r^2$

$$A = \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}\ cm^2 \quad \text{(သို့မဟုတ်)} \quad A = 3.14 \times 3.5^2\ cm^2$$

$$= \frac{77}{2}\ cm^2 \qquad\qquad = 38.46\ cm^2$$

$$= 38.5\ cm^3$$

$\therefore$ စက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာသည် $38.5\ cm^3$ နီးပါးဖြစ်သည်။

ဥပမာ (2) စက်ဝိုင်းပုံ ရေကန်တစ်ကန်၏ ဧရိယာသည် $67\ m^2$ ဖြစ်လျှင် ထိုရေကန်၏ အချင်းကိုရှာပါ။

ပထမနည်း

$A = 67m^2$ ကို $A = \pi r^2$ တွင် အစားသွင်းသော်

$67 = 3.14\ r^2$

$\therefore r^2 = \frac{67}{3.14} = 21.3\ m^2$

$r = \sqrt{21.3}\ m$ (r သည် အပေါင်းကိန်း)

$r = 4.62\ m$

ဒုတိယနည်း

$A = \pi r^2$

$\therefore r^2 = \frac{A}{\pi}$

$\therefore r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$ (r သည် အပေါင်းကိန်း)

$A = 67\ m^2$ အစားသွင်းသော်

$r = \sqrt{\frac{67}{3.14}}\ m$

$r = \sqrt{21.3}\ m$

$r = 4.62\ m$

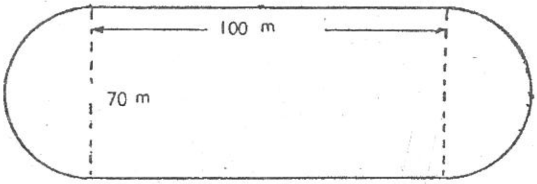
အချင်းဝက်သည် 4.62m နီးပါးရှိသဖြင့် အချင်းသည် 9.2 m ခန့်ရှိသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း 5.2

(π တန်ဖိုးအတွက် 3.14 သို့မဟုတ် $\frac{22}{7}$ ကို နီးပါးတန်ဖိုးအဖြစ် ယူ၍တွက်ပါ။)

1. ပေးထားသော အချင်းဝက်များရှိသော စက်ဝိုင်းတို့၏ ဧရိယာများကိုရှာပါ။
   (a) 7 cm (b) 14 cm (c) 10 cm (d) 2 cm
2. ပေးထားသည့် အချင်းများရှိသော စက်ဝိုင်းတို့၏ ဧရိယာကိုရှာပါ။
   (a) 7 mm (b) 2cm (c) 10 m (d) 1 km
3. အချင်းဝက် 21 cm ရှိသော မှန်ပြားဝိုင်းတစ်ခု၏ ဧရိယာကိုရှာပါ။
4. လက်ပတ်နာရီတစ်လုံး၏ မိနစ်လက်တံသည် 1 cm ရှည်သည်။ ထိုမိနစ်လက်တံ၏ 1 နာရီ အတွက် ဖြတ်သန်းသွားသော ဧရိယာသည် မည်မျှရှိမည်နည်း။

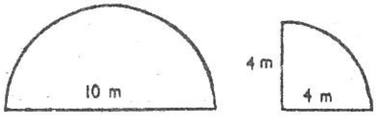
5. ခတ်ပြားတစ်ချပ်၏ အချင်းသည် 30 cm ဖြစ်လျှင် ထိုခတ်ပြားတစ်ဖက်၏ ဧရိယာကို ရှာပါ။



ပုံ (5.18)

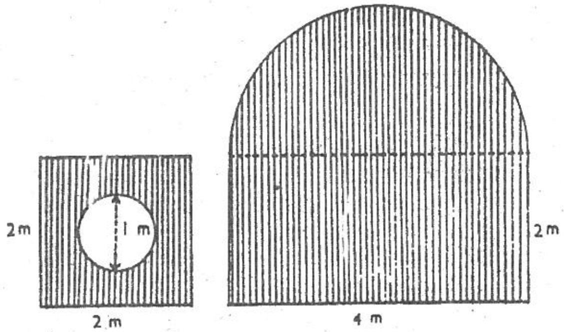
6. ပုံ (5.18) သည် အပြေးပြိုင်ကွင်းတစ်ခုဖြစ်၍ အလယ်တွင် ထောင့်မှန်စတုဂံပုံဖြစ်ပြီး ထိပ်နှစ်ဖက် တွင် စက်ဝိုင်းခြမ်းပုံဖြစ်လျှင် ထိုအပြေးပြိုင်ကွင်း၏ ဧရိယာကိုရှာပါ။

7. ပုံ(5.19) (i) သည် စက်ဝိုင်းခြမ်းတစ်ခုဖြစ်၍ ပုံ (ii) သည် စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ လေးပုံတစ်ပုံ ဖြစ်လျှင် ထိုပုံတို့၏ ဧရိယာများကို ရှာပါ။



(i) (ii)

ပုံ (5.19)



(i) (ii)

ပုံ (5.20)

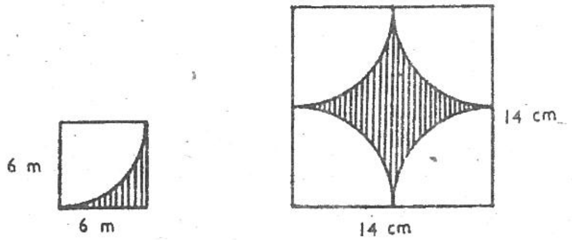
8. ပုံ (5.20)(i) တွင် အတွင်းစည်းသည် စက်ဝိုင်းပုံဖြစ်၍ အပြင်စည်းသည် စတုရန်းပုံဖြစ်သည်။ ပုံ (5.20)(ii) တွင် ထောင့်မှန်စတုဂံနှင့် စက်ဝိုင်းခြမ်းပုံများဖြစ်သည်။ ထိုပုံတို့မှ မှုန်းခြယ်ထားသော အပိုင်းတို့၏ ဧရိယာများကိုရှာပါ။

9. စက်ဝိုင်းတို့၏ ဧရိယာများသည် (a) 314 cm^2 (b) 154 cm^2 (c) 22 cm^2 (d) 123 cm^2 အသီးသီးဖြစ်ကြလျှင် ထိုစက်ဝိုင်းတို့၏ အချင်းဝက်များကိုရှာပါ။

10. စက်ဝိုင်းပုံ သတ္တုပြားတစ်ခု၏ ဧရိယာသည် 1250 cm^2 ဖြစ်လျှင်
   (a) သတ္တုပြား၏ အချင်းဝက်ကို ရှာပါ။
   (b) သတ္တုပြား၏ စက်ဝန်းကို ရှာပါ။

11. စတုရန်းပုံ မြက်ခင်းတစ်ခု အနားတစ်ဖက်သည် 6 m ရှိသည်။ ထိုမြက်ခင်း၏ အလယ်တွင် အချင်း 4 m ရှိသော ပန်းခင်းတစ်ခုရှိလျှင် ထိုမြက်ခင်း၏ ဧရိယာကို ပုံကြမ်းဆွဲ၍ တွက်ပါ။

12. အလျား 360 cm အနံ cm ရှိသော အလူမီနီယမ်ပြား တစ်ပြားမှ အချင်း 6cm ရှိသော နို့ပုလင်းအဖုံးဝိုင်းများ ရနိုင်သလောက် ဖြတ်ယူသော် အဖုံးဝိုင်းမည်မျှ ရရှိ၍ အလူမီနီယမ်ပြား မည်မျှ ပြန်းတီးသွားသနည်း။



(i) (ii)

ပုံ (5.21)

13. ပုံ (5.21)(i) နှင့် (ii) တို့ရှိ မှုန်းခြယ်ထားသော အပိုင်းတို့၏ ဧရိယာများကို ရှာပါ။

14. ဧရိယာ 15.7 m^2 ရှိသော စက်ဝိုင်းပုံ သတ္တုပြားတစ်ခု၏ စက်ဝန်းကို ရှာပါ။

15. စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ အချင်းဝက်များအချိုးသည် 2:1 ဖြစ်လျှင်
   (a) ထိုစက်ဝိုင်းတို့၏ စက်ဝန်းများအချိုး
   (b) ထိုစက်ဝိုင်းတို့၏ ဧရိယာများ အချိုးတို့ကို ရှာပါ။

5.6 သင်ခန်းစာ အကျဉ်းချုပ်

1. $\frac{\text{စက်ဝန်း}}{\text{အချင်း}}$ အချိုးတန်ဖိုးသည် စက်ဝိုင်းအားလုံးတွင် အတူတူပင်ဖြစ်၍ ထိုအချိုးတန်ဖိုးကို π ဖြင့် သတ်မှတ်သည်။ $\frac{c}{d} = \pi$

2. π အတွက် နီးပါးတန်ဖိုးများမှာ 3.14 (အရာရောက်ဂဏန်းသုံးလုံး) (သို့မဟုတ်) $\frac{22}{7}$ ဖြစ်သည်။

3. စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ စက်ဝန်း $c = 2\pi r$ (သို့မဟုတ်) πd

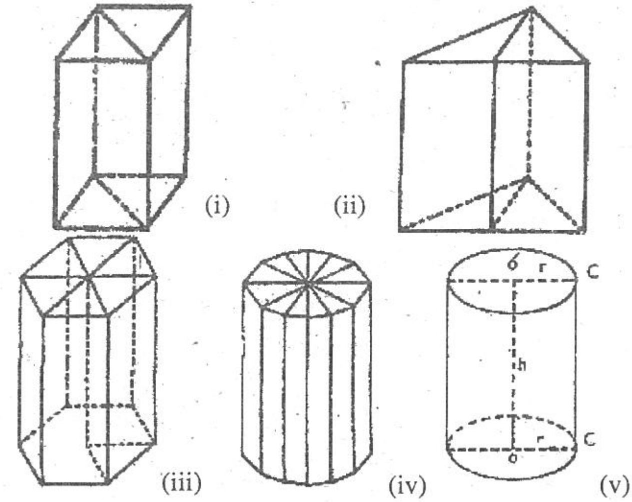
4. စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဧရိယာ $A = \pi r^2$

5. π အတွက် နီးပါးတန်ဖိုးကို 3.14 (သို့မဟုတ်) $\frac{22}{7}$ ယူသည့်အခါ အဖြေကို အရာရောက် ဂဏန်း 3 လုံးထက် ပို၍ မပေးရ။

5.7 ဆလင်ဒါ (Cylinder)

ကျွန်ုပ်တို့၏ ပတ်ဝန်းကျင်၌ တိုင်လုံး၊ ရေပိုက်လုံး၊ လေထိုးတံ၊ နို့ဆီဘူး အစရှိသည့် အောက်ခြေ စက်ဝိုင်းပုံရှိသော ဒုရှည်မှန်များကို နေ့စဉ် တွေ့မြင်နိုင်ပါသည်။ ၎င်းတို့ကို စက်ဝိုင်း ဒုရှည်မှန် (Right Circular Prism) သို့မဟုတ် ဆလင်ဒါ (Cylinder) ဟု ခေါ်သည်။

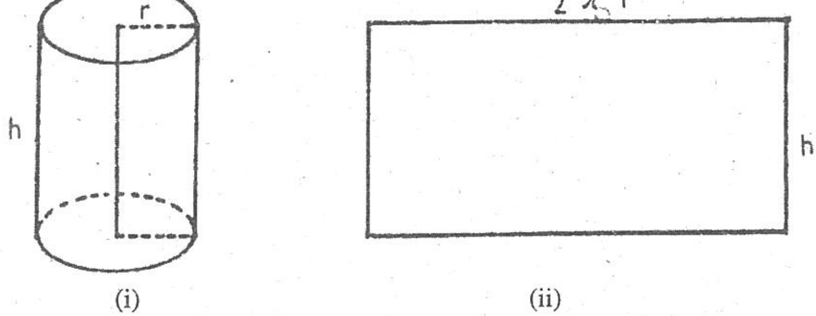
ဒုရှည်မှန်တစ်ခု၏ အောက်ခြေအနားများကို အလျားညီညီ အရေအတွက်တိုး၍ ပိုင်းဖြတ်ပြီး ဆက်စပ်ကြည့်ပါက နောက်ဆုံးတွင် ဒုရှည်မှန်၏ အောက်ခြေသည် တဖြည်းဖြည်း စက်ဝိုင်းပုံသဏ္ဍာန် နှင့်ခွဲခြားမရအောင် တူညီလာသည်ကို တွေ့ရပါသည်။ ပုံ (5.22) ကို ကြည့်ပါ။



ပုံ (5.22)

ထိုအခါ ဒုရှည်မှန်သည် ဆလင်ဒါ ဖြစ်လာ၏။ ဆလင်ဒါ၏ ထိပ်ဝနှစ်ဖက် (သို့မဟုတ်) အောက်ခြေနှင့်ထိပ်ဝတို့သည် တူညီသော စက်ဝိုင်းနှစ်ခုပုံသဏ္ဍာန်ဖြစ်၍ ဘေးပတ်လည် မျက်နှာပြင် မှာ အခုံးဖြစ်သည်။ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့၏ ဗဟို O နှင့် O' တို့ကို ဆက်သွယ်သော မျဉ်းသည် အောက်ခံအခြေပေါ်သို့ ထောင့်မတ်ကျလျက်ရှိသည်ကို တွေ့ရ၏။ O O' ၏ အလျားကို ဆလင်ဒါ ၏အမြင့်ဟု ခေါ်ကာ ထိပ်ဝနှစ်ဖက်ရှိ အရွယ်တူ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့၏ အချင်းဝက် O C နှင့် O' C' တို့ကို ဆလင်ဒါ၏ အချင်းဝက်ဟုခေါ်သည်။

5.7.1 ဆလင်ဒါ၏ မျက်နှာပြင်ခုံး ဧရိယာရှာခြင်း



ပုံ (5.23)

ဆလင်ဒါ(Cylinder) တစ်ခု၏ အပြင်ဘက်မျက်နှာပြင်ခုံးကို စက္ကူဖြင့်တစ်ပတ်တိကျစွာ ပတ်ပါ။ ပိုသော စက္ကူအပိုင်းကို တိကျစွာဖြတ်၍ စက္ကူကိုယူပြီး ဖြန့်လိုက်ပါ။ ထိုစက္ကူသည် ထောင့်မှန်စတုဂံပုံဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရှိရမည်။ ပုံ (5.23) ကိုကြည့်ပါ။

ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ အလျားသည် ဆလင်ဒါ (Cylinder) ၏ ထိပ်ဝ စက်ဝိုင်း၏ စက်ဝန်းဖြစ်၍ အနံသည် ဆလင်ဒါ၏ အမြင့်ဖြစ်သည်။

ဆလင်ဒါ (Cylinder) ၏ မျက်နှာပြင်ခုံး ဧရိယာ = ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ဧရိယာ
= စက်ဝန်း × အမြင့်

အကယ်၍ စက်ဝိုင်းအချင်းဝက်သည် r ၊ ဆလင်ဒါ အမြင့်သည် h ၊ ဆလင်ဒါ၏ မျက်နှာပြင်ခုံး ဧရိယာသည် A ဖြစ်လျှင် အောက်ပါပုံသေနည်းကို ရရှိသည်။

$$\boxed{A = 2\pi rh}$$

မှတ်ချက်။ ။ ဆလင်ဒါတစ်ခုလုံး၏ ဧရိယာကိုရှာရာတွင် ဘေးမျက်နှာပြင်ခုံး၏ ဧရိယာအပါအဝင် ထိပ်ဝနှစ်ဖက်တွင်ရှိ စက်ဝိုင်းတို့၏ ဧရိယာများကိုလည်း ထည့်သွင်းစဉ်းစားရမည်ကို သတိပြုပါ။

ဥပမာ (1) ဆလင်ဒါ (Cylinder) ၏ အမြင့်သည် 6 cm ဖြစ်၍ ထိပ်ဝစက်ဝိုင်း၏ အချင်းသည် 12 cm ဖြစ်လျှင် မျက်နှာပြင်ခုံး၏ ဧရိယာကို ရှာပါ။

$h = 6$ cm

$d = 12$ cm

$r = \dfrac{12}{2} = 6$ cm

$\therefore A = 2\pi r h$

$A = 2 \times \dfrac{22}{7} \times 6 \times 6\ \text{cm}^2$

$A = 226\ \text{cm}^2$

∴ မျက်နှာပြင်ခုံး၏ ဧရိယာသည် 226 cm^2 နီးပါးဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (5.3)

1. ပေးထားသော အတိုင်းအတာများအရ ဆလင်ဒါ၏ မျက်နှာပြင်ခုံး ဧရိယာကို ရှာပါ။
   - (a) အချင်း 20 cm အမြင့် 14 cm
   - (b) အချင်း 7 cm အမြင့် 20 cm
   - (c) အချင်းဝက် 2 cm အမြင့် 10.5 cm
   - (d) အချင်း 20 m အမြင့် 21 m
   - (e) အချင်း 1.7 m အမြင့် 3.2 m
2. ဆလင်ဒါပုံတိုင်ကီတစ်လုံး၏ အချင်းသည် 2 m ဖြစ်၍ အမြင့်သည် 7 m ဖြစ်လျှင် မျက်နှာပြင်ခုံး၏ ဧရိယာကို ရှာပါ။
3. ခတ်ဆီထည့်သော ဂန်တစ်ကန်သည် ဆလင်ဒါပုံဖြစ်၍ အချင်း 14 m နှင့် အမြင့် 5 m ဖြစ်လျှင် မျက်နှာပြင်ခုံး၏ ဧရိယာနှင့် ထိပ်ဝဧရိယာတို့ကို ရှာပါ။

4. လမ်းကြိတ်စက်တစ်ခု၏ တလိမ့်တုံးသည် 2.1 m ကျယ်၍ အချင်းသည် 1.5 m ဖြစ်သည်။
   (a) တလိမ့်တုံးတစ်ပတ်လျှင် ဧရိယာမည်မျှ ကြိတ်သနည်း။
   (b) အပတ်ပေါင်း 50 လည်လျှင် ဧရိယာမည်မျှ ကြိတ်သနည်း။
5. နှစ်ဖက်ပိတ် ဆလင်ဒါတစ်ခု၏ အချင်းသည် 14 cm ဖြစ်၍ အမြင့်သည် 30 cm ဖြစ်၏။ ထိုဆလင်ဒါတစ်ခု၏ ဧရိယာကို ရှာပါ။ (စက်ဝိုင်းပုံ မျက်နှာပြင် နှစ်ခု၏ ဧရိယာကို ထည့်တွက်ရန် လိုသည်။)
6. ဓာတ်ဆီထည့်ရန် အချင်း 3m ၊ အမြင့် 2.8 m ရှိသော တစ်ဖက်ပွင့် ဆလင်ဒါပုံ တိုင်ကီတစ်လုံး ပြုလုပ်ရန်အတွက် သံပြားဧရိယာ မည်မျှလိုသနည်း။

5.7.2 ဆလင်ဒါ၏ ထုထည်ရှာခြင်း

ထောင်မှန်ဒု၏ ထုထည်ရှာနည်းကို လေ့လာသိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်၍

ထောင့်မှန်ဒု၏ ထုထည် = အလျား × အနံ × အမြင့်

= အောက်ခြေ ဧရိယာ × အမြင့်

ဤပုံသေနည်းသည် မည်သည့်ထုရှည်မှန်အတွက်မဆို မှန်ကန်သဖြင့်

ဆလင်ဒါ၏ ထုထည် = အောက်ခြေဧရိယာ × အမြင့်

ဆလင်ဒါ၏ ထုထည်သည် v ၊ အောက်ခြေ ဧရိယာသည် A နှင့် အမြင့်သည် h ဖြစ်လျှင်

$v = Ah$ ဖြစ်သည်။

ဆလင်ဒါ၏ အောက်ခြေမှာ စက်ဝိုင်းပုံသဏ္ဌာန်ဖြစ်၍ အချင်းဝက်မှာ r ဖြစ်သော စက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာမှာ πr^2 ဖြစ်၏

ဆလင်ဒါ၏ ထုထည် = အောက်ခြေ ဧရိယာ × အမြင့်
$V = \pi r^2 h$

ဥပမာ (1)

ဆလင်ဒါတစ်ခု၏ အချင်းဝက်သည် 4 cm ရှိ၍ အမြင့်သည် 14 cm ရှိသော ၎င်း၏ ထုထည်ကို ရှာပါ။ ($\pi = \frac{22}{7} = 3.14$ ထားပါ။)

ဆလင်ဒါ၏ ထုထည် = အောက်ခြေ ဧရိယာ × အမြင့်

$$= \pi r^2 h$$

$$= \frac{22}{7} \times 4 \times 4 \times 14 \text{ cm}^3$$

$$= 702 \text{ cm}^3$$

∴ ဆလင်ဒါ၏ထုထည် = 702 cm^3

ဥပမာ (2)

1 km ရှည်လျားသော ဝိုင်ယာကြိုးခွေတစ်ချောင်း၏ ထိပ်ဝဖြတ်ပိုင်းပုံမှာ 3 mm အချင်းရှိသော် ထိုဝိုင်ယာကြိုးခွေ၏ အလေးချိန်ကို ရှာပါ။ (ထိုဝိုင်ယာကြိုးမျိုး 1 ကုဗ စင်တီမီတာ (cm^3) ထုထည် သည် 7.5 ဂရမ် (g) အလေးချိန်ရှိသည်။)

ဝိုင်ယာကြိုး၏ အရှည် $= 1$ km

$= 1000$ m

$= 100000$ cm

ဝိုင်ယာကြိုး၏အချင်း $= 3$ mm

ဝိုင်ယာကြိုး၏အချင်းဝက် $= 1.5$ mm

$= 0.15$ cm

ဝိုင်ယာကြိုးခွေ၏အလေးချိန် = အောက်ခြေဧရိယာ × အမြင့်

$= \pi r^2 h$

$\therefore V = 3.14 \times (0.15)^2 \times 100000\ cm^3$

$\therefore$ ဝိုင်ယာကြိုးခွေ၏အလေးချိန် $= 3.14 \times (0.15)^2 \times 100000 \times 7.5g$

$= 529875$ g

$\therefore$ ဝိုင်ယာကြိုးခွေ၏အလေးချိန် $= 529875$ g

လေ့ကျင့်ခန်း (5.4)

1. အောက်ဖော်ပြပါ ဇယားမှ ဆလင်ဒါအသီးသီး၏ လိုအပ်သော ထုထည်နှင့် အမြင့်တို့ကိုရှာပါ။

	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)
အချင်းဝက်	7 cm	6 mm	4.5 cm	77 mm	14 m
အမြင့်	5 cm	?	17.9 cm	120mm	?
ထုထည်	?	339.12 mm^3	?	?	308 m^3

2. ရေလှောင်ကန်တစ်ကန်သည် ဆလင်ဒါပုံရှိ၍ အချင်း 2 m ကျယ်ပြီး 3.5 m နက်သော် သိုလှောင်နိုင်သည့် ရေထုထည်ကို လီတာ (litre) ဖြင့် ဖော်ပြပါ။
3. စက်ရုံတစ်ရုံသည် အောက်ဖော်ပြပါ အတိုင်းအတာများရှိသော စည်သွတ်ဘူးများကို ထုတ်လုပ်သော် စည်သွတ်ဘူးတစ်မျိုးစီ၏ ထုထည်ကို ရှာပါ။

	အချင်း	အမြင့်
(i)	8.5 cm	10 cm
(ii)	15 cm	18.6 cm

4. အချင်း 1.2 m နှင့် အနက် 10 m ရှိသော ရေတွင်းတစ်တွင်းကို တူးဖော်ရာ မြေကြီးထုထည် မည်မျှ တူးထုတ်ရမည်နည်း။
5. ဆလင်ဒါပုံ မျှော်စင်ကြီးတစ်ခုသည် 200 m မြင့်၍ အချင်း 20 m ရှိ၏။ ထို မျှော်စင်ကြီး၏ ထုထည်ကိုရှာပါ။

6. အရည် 1 လီတာ (litre)ဝင် ဖျော်ရည်ဘူးများကို ထုတ်လုပ်သော စက်ရုံတစ်ရုံသည်
(i) အချင်း 10 cm ရှိသော ဖျော်ရည်ဘူး ထုတ်လုပ်လျှင် အမြင့် မည်မျှရှိရမည်နည်း။
(ii) အမြင့် 10 cm ရှိသော ဖျော်ရည်ဘူး ထုတ်လုပ်လျှင် အချင်း မည်မျှရှိရမည်နည်း။

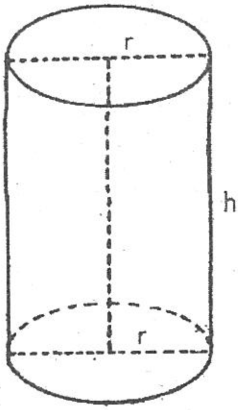
7. စက်ဝိုင်းပုံ ရေကူးကန်တစ်ကန်သည် 1.4 m နက်၍ 8 m ကျယ်၏။ တစ်နာရီလျှင် 2000 လီတာ နှုန်းဖြင့် ရေဖြည့်သွင်းသော် ရေကန် ရေပြည့်ရန် အချိန်မည်မျှ ကြာမည်နည်း။

8. 200 m ရှည်သော ဝိုင်ယာကြိုးခွေ၏ ထိပ်ဝ ဖြတ်ပိုင်းပုံမှာ 5 mm အချင်းရှိသော် ထိုဝိုင်ယာကြိုးခွေ၏ အလေးချိန်ကို ရှာပါ။ (ထိုဝိုင်ယာကြိုးမျိုး 1 ကုဗစင်တီမီတာ(cm^3) ထုထည်သည် 8.90 ဂရမ်(g)လေးသည်။)

9. ဆလင်ဒါပုံသဏ္ဌာန်ရှိ ပေါင်ဒါဘူးငယ်တစ်ဘူးသည် 4 cm မြင့်၍ 7 cm အချင်းရှိ၏။ (2.2 m × 0.7 m × 0.1 m) အတိုင်းအတာ ရှိသည့် ထောင့်မှန် ဒုပုံသေတ္တာမှ ပေါင်ဒါမှုန့်များကို အထက်ပါ ပေါင်ဒါဘူးငယ်ကလေးများထဲသို့ ထည့်လျှင် ဘူးငယ်ပေါင်း မည်မျှရမည်နည်း။

10. ဆလင်ဒါပုံသဏ္ဌာန် ခွက်တစ်ခွက်၏ အတွင်းဘက် အတိုင်းအတာများမှာ အချင်းဝက် 8.4 cm ရှိ၍ 20 cm မြင့်၏။ ထိုခွက်ကို 2 mm ထူသော သတ္တုဖြင့် ပြုလုပ်လျှင် အသုံးပြုထားသော သတ္တု၏ ထုထည်ကိုရှာပါ။

5.8 မှတ်သားရန်ပုံသေနည်းများ



ဆလင်ဒါ၏ မျက်နှာပြင်ခုံး ဧရိယာ = စက်ဝန်း × အမြင့်

$A = 2\pi r h$

ဆလင်ဒါ၏ ထုထည် = အောက်ခြေဧရိယာ × အမြင့်

$V = A h$

(သို့မဟုတ်)

$V = \pi r^2 h$

အခန်း (6)

အခြေခံဆောက်လုပ်ချက်များ

လေ့လာခဲ့ပြီးသော ဂျီဩမေတြီ အခြေခံများကို သုံးလျက် ဆောက်လုပ်ချက်များအကြောင်းကို ဆက်လက် လေ့လာကြမည်။

6.1 ဆောက်လုပ်ချက်(6)

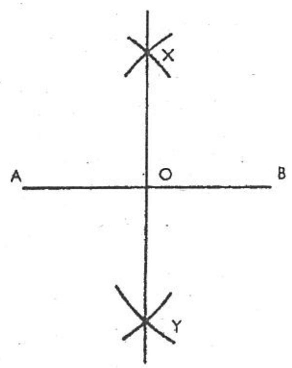
ပေးရင်း မျဉ်းပိုင်းတစ်ခု၏ ထက်ဝက်ပိုင်းထောင့်မတ်မျဉ်းတစ်ခုဆောက်လုပ်ရန်။

ပေးထားချက်။ ။ မျဉ်းပိုင်း AB

ပုံ(6.1)

ဆောက်လုပ်ရန်။ ။ AB ၏ ထက်ဝက်ပိုင်းထောင့်မတ်မျဉ်း

ဆောက်လုပ်ချက်။ ။



ပုံ(6.2)

1. $\frac{1}{2}$AB ထက်ကြီးသော အချင်းဝက်တစ်ခုဖြင့် A ကို ဗဟိုပြု၍ စက်ဝန်းပိုင်းနှစ်ခုကို AB ၏ တစ်ဖက်တစ်ချက်စီတွင်ဆွဲပါ။ တစ်ဖန် B ကို ဗဟိုပြု၍ ထိုအချင်းဝက်ဖြင့်ပင် စက်ဝန်းပိုင်းများကို ဆွဲရာ ယခင် စက်ဝန်းပိုင်းများကို အမှတ် X နှင့် Y တို့၌ ဖြတ်ပါစေ။
2. XY ကို ဆက်ရာ AB ကို O ၌ ဖြတ်ပါစေ။ XY သည် AB ၏ ထက်ဝက်ပိုင်း ထောင့်မှတ်မျဉ်း ဖြစ်သည်။

သက်သေပြချက်။ ။AX,AY, BX နှင့် BY တို့ကို ဆက်ပါ။

Δ AXY နှင့် Δ BXY တို့တွင်

AX = BX (တူညီသော အချင်းဝက်များ)

AY = BY (တူညီသော အချင်းဝက်များ)

$XY = XY$ (ဘုံအနား)

$\therefore \triangle AXY \cong \triangle BXY$ (န န န)

$\therefore \angle AXY = \angle BXY$

$\triangle AXO$ နှင့် $\triangle BXO$ တို့တွင်

$AX = BX$

$\angle AXO = \angle BXO$

$XO = XO$ (ဘုံအနား)

$\triangle AXO \cong \triangle BXO$ (န ထ န)

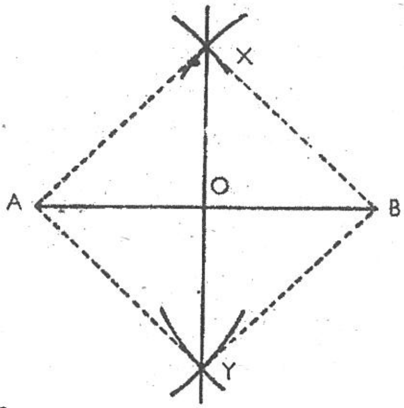
$AO = BO$ နှင့်

$\angle AOX = \angle BOX$

$\therefore$ XY သည် AB ပေါ်၌ ထပ်တူညီသော နီးစပ်သည့် ထောင့်များကို ဖြစ်စေသဖြင့်

XY နှင့် AB တို့သည် ထောင့်မတ်ကျကြသည်။

$\therefore$ XY သည် AB ၏ ထက်ဝက်ပိုင်း ထောင့်မတ်မျဉ်းဖြစ်သည်။



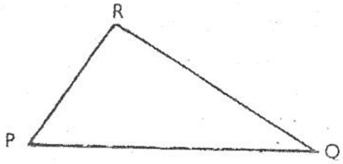
ပုံ (6.3)

လေ့ကျင့်ခန်း(6.1)

1. ပေးထားသော မျဉ်းပိုင်း DE ၏ ထက်ဝက်ပိုင်း ထောင့်မတ်မျဉ်းကို ဆွဲပါ။

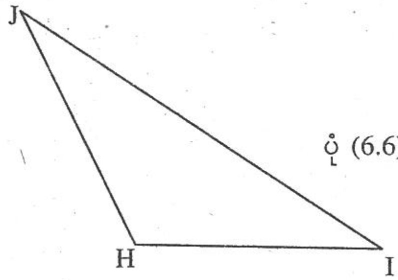
ပုံ(6.4)

2. ပုံ(6.5)ရှိ PQ ၏ ထက်ဝက်ပိုင်း ထောင့်မတ်မျဉ်းကို ဆွဲပါ။



ပုံ(6.5)

3. $\triangle$ HIJ တွင် အနားတစ်ခုစီ၏ ထက်ဝက်ပိုင်း ထောင့်မတ်မျဉ်းများကို ဆွဲပါ။

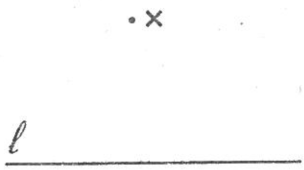


ပုံ (6.6)

6.2 **ဆောက်လုပ်ချက်(7)**

ပေးရင်းမျဉ်းဖြောင့်ပေါ်တွင် ကျရောက်မနေသော ပေးရင်းအမှတ်တစ်ခုကိုဖြတ်လျက် ပေးရင်းမျဉ်းနှင့် အပြိုင်မျဉ်း တစ်ကြောင်း ဆောက်လုပ်ရန်။

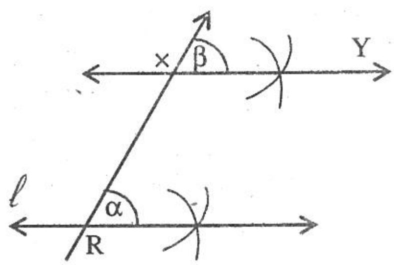
ပေးထားချက်။ ။ပေးရင်း မျဉ်းတစ်ကြောင်း ℓ နှင့် ၎င်းပေါ်တွင် ကျရောက်မနေသော အမှတ်တစ်ခု X ။ ပုံ(6.7)ကိုကြည့်ပါ။



ပုံ (6.7)

ဆောက်လုပ်ရန်။ ။အမှတ် X ကို ဖြတ်လျက် ℓ နှင့် ပြိုင်နေသောမျဉ်းတစ်ကြောင်း

ဆောက်လုပ်ချက်။ ။



ပုံ (6.8)

(1) X ကို ဖြတ်၍ မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲရာ မျဉ်း ℓ ကို R ၌ ဖြတ်ပါစေ။

(2) (ဆောက်လုပ်ချက် 2 ကို အသုံးပြု၍) X ၌ ထိပ်စွန်းရှိ၍ α နှင့် လိုက်ဖက်သော β ကို α နှင့် ညီအောင်ဆွဲပါ။

Y သည် β ၏ လက်တံအသစ်ပေါ်တွင်ရှိ ကြိုက်ရာအမှတ်တစ်ခု ဖြစ်ပါစေ။

(3) XY ကို နှစ်ဖက်လုံးသို့ ဆက်ဆွဲပါ။

XY သည် ဆွဲလိုသော မျဉ်းပြိုင်တစ်ကြောင်းဖြစ်သည်။

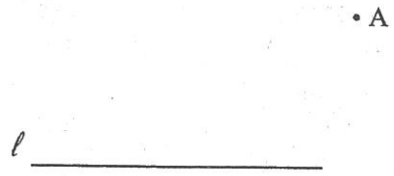
သက်သေပြချက်။ ။

α နှင့် β သည် လိုက်ဖက်ထောင့်များဖြစ်ပြီး

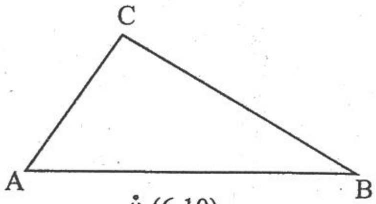
$\alpha = \beta$

$\therefore$ XY // ℓ ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (6.2)



ပုံ (6.9)

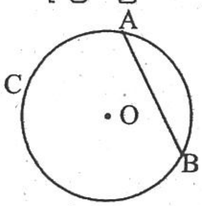


ပုံ (6.10)

1. ပုံ(6.9)တွင် အမှတ် A ကို ဖြတ်၍ ℓ နှင့် ပြိုင်သော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းကို ဆွဲပါ။
2. ပုံ(6.10)တွင်

   (a) C ကို ဖြတ်၍ AB နှင့် ပြိုင်သော မျဉ်းတစ်ကြောင်းကို ဆွဲပါ။

   (b) B ကို ဖြတ်၍ AC နှင့် ပြိုင်သော မျဉ်းတစ်ကြောင်းကို ဆွဲပါ။



ပုံ (6.11)

ပုံ(6.11) တွင် O သည် စက်ဝိုင်း၏ ဗဟိုဖြစ်သည်။

(a) AB နှင့် ပြိုင်သော အချင်းမျဉ်းကို ဆွဲပါ။

(b) C ကို ဖြတ်၍ AB နှင့် ပြိုင်သော လေးကြိုးကို ဆွဲပါ။

6.3 ဆောက်လုပ်ချက် (8)

ပေးထားသော စက်ဝန်းပိုင်း တစ်ခုကို ထက်ဝက်ပိုင်းသော မျဉ်းတစ်ကြောင်း ဆောက်လုပ်ရန်။

ပေးထားချက်။ ။ စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ အဝန်းပိုင်း AB

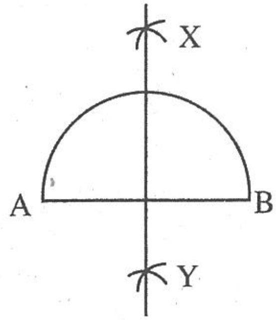
ပုံ (6.12)

ဆောက်လုပ်ရန်။ ။ အဝန်းပိုင်း AB ကို ထက်ဝက်ပိုင်းသော မျဉ်းတစ်ကြောင်း

ဆောက်လုပ်ချက်။

(1) A နှင့် B ကို ဆက်ပါ။

(2) ဆောက်လုပ်ချက် 6 ကို အသုံးပြု၍ မျဉ်းပိုင်း AB ၏ ထက်ဝက်ပိုင်း ထောင့်မတ်မျဉ်း XY ကို ဆွဲပါ။ XY သည် အဝန်းပိုင်း ABကို ထက်ဝက်ပိုင်းသည်။



ပုံ (6.13)

သက်သေပြချက်။ ။ XY သည် အဝန်းပိုင်း AB ကို အမှတ် M ၌လည်းကောင်း၊ မျဉ်းပိုင်း AB ကို အမှတ် R ၌ လည်းကောင်း ဖြတ်ပါစေ။ AM နှင့် BM တို့ကို ဆက်ပါ။

$\triangle$ ARM နှင့် $\triangle$BRM တို့တွင်

AR = RB (ဆောက်လုပ်ချက်အရ)

$\angle$ ARM = $\angle$BRM (ထောင့်မှန်များ)

RM = RM (ဘုံအနား)

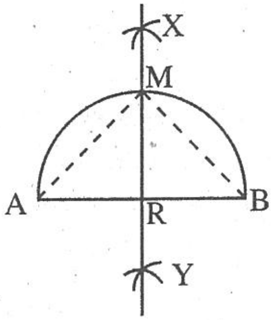
$\triangle$ ARM $\cong$ $\triangle$BRM (န ထ န)

$\therefore$ AM = BM

$\therefore$ အဝန်းပိုင်း AM = အဝန်းပိုင်း BM

$\therefore$ M သည် အဝန်းပိုင်း AB ၏ အလယ်မှတ် ဖြစ်သည်။

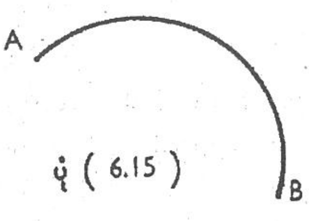
$\therefore$ XY သည် အဝန်းပိုင်း AB ကို ထက်ဝက်ပိုင်းသည်။



ပုံ (6.14)

လေ့ကျင့်ခန်း(6.3)

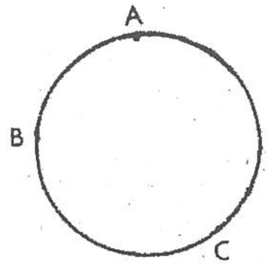
1. ပုံ(6.15)ရှိ အဝန်းပိုင်းတစ်ခု AB ကို ဆွဲပြီး၊ ထိုအဝန်းပိုင်းကို ထက်ဝက်ပိုင်းသော မျဉ်းဆွဲပါ။



ပုံ (6.15)

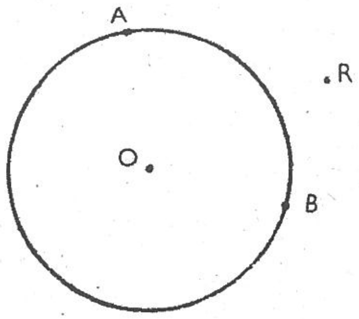
2.

ပုံ(6.16) ရှိ AB, BC, နှင့် CA အဝန်းပိုင်းများ၏ အလယ်မှတ်များ၌ ထောင့်စွန်းများရှိသည့် တြိဂံကို ဆွဲပါ။



ပုံ (6.16)

3.



ပုံ (6.17)

ပုံ(6.17) ရှိ အဝန်းပိုင်း AB ကို ထက်ဝက်ပိုင်းသည့် အချင်းမျဉ်းကို ဆွဲပါ။ R ကို ဖြတ်၍ ထိုအချင်းနှင့် အပြိုင် မျဉ်းတစ်ကြောင်းကို ဆွဲပါ။

အခန်း(7)

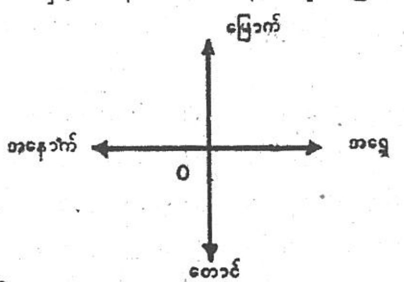
တည်ရပ်ညွှန်းထောင့်များနှင့် မြေတိုင်းခြင်း

အရာဝတ္ထုများ၏ တည်ရှိရာ နေရာကို သတ်မှတ်ရာ၌ အသုံးပြုရသော တည်ရပ်ညွှန်းထောင့်များနှင့် ဂျီသြမေတြီပညာကို အခြေခံသော မြေတိုင်းပညာအကြောင်းကို ဤအခန်းတွင် လေ့လာကြမည်။

7.1 တည်ရပ်ညွှန်းထောင့်များ

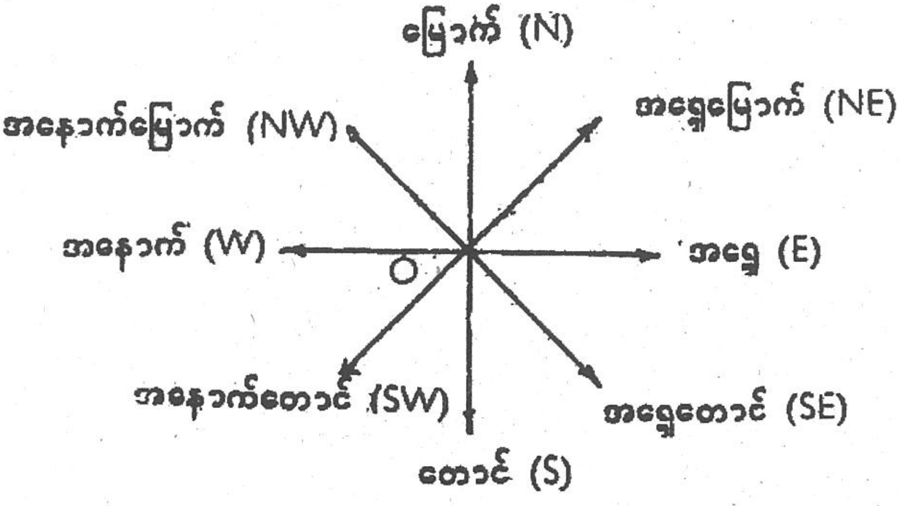
အရာဝတ္ထုတစ်ခုခု၏ တည်ရှိရာ နေရာကို ညွှန်ပြပြောဆိုရာတွင် နေရာတစ်ခုကို အသေထားပြီး ထိုအမှတ်မှနေ၍ ညွှန်ပြပြောဆိုလျှင် လက်တွေ့တွင် များစွာအဆင်ပြေကြောင်း တွေ့ရသည်။ အရှေ့ East (E)၊ အနောက် West (W)၊ တောင် South (S)၊ မြောက် North (N)၊ ဟူသော အရပ်ကြီးလေးမျက်နှာကို သိပ္ပံနည်းကျကျ သတ်မှတ်နိုင်ရန် သံလိုက်အိမ်မြှောင်ခေါ်သည့် သံလိုက်အပ်ကလေး တပ်ဆင်ထားသော ကိရိယာကို အသုံးပြုရသည်။ အိမ်မြှောင်ဒိုင်ခွက်ကို မည်သည့်ဘက်သို့မဆို လှည့်သော်လည်း သံလိုက်အပ်သည် လိုက်၍ မလှည့်ဘဲ မြောက်အရပ် မျက်နှာသို့သာ အမြဲ ညွှန်ပြလျက်ရှိသည်။ မြောက်အရပ်မျက်နှာ၏ ဆန့်ကျင်ဘက်သည် တောင်အရပ် ဖြစ်သည်။

မြောက်နှင့်တောင် အရပ်မျက်နှာ နှစ်ခုကို ပြသော မျဉ်းနှင့် ထောင့်မတ်ကျသော မျဉ်းသည် အရှေ့နှင့်အနောက် အရပ်မျက်နှာ တို့ကို ပြသည်။ အရှေ့အရပ်သို့ မျက်နှာမူရန် မြောက်အရပ်မှ လက်ယာဘက်သို့ 90° လှည့်ရသည်။ အရှေ့နှင့်တောင်၊ တောင်နှင့်အနောက်၊ အနောက်နှင့်မြောက် အရပ်တို့သည်လည်း 90° စီကွာခြားကြသည်။ ပုံ(7.1)သည် အရပ်လေးမျက်နှာကို ပြသော ပုံဖြစ်သည်။ ပုံတွင် O သည် အသေထားသော နေရာ တစ်ခုကို ဖော်ပြသည်။



အရပ်လေးမျက်နှာပုံ
ပုံ (7.1)

ပုံ(7.1) မှ O ကို ဖြတ်၍ မြောက်နှင့်အရှေ့အရပ်ကြားတွင် အလယ်တည့်တည့်ကျသော အရပ်မျက်နှာကို ညွှန်ပြသည့် မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲပါ။ ထို့အတူ မြောက် နှင့်အနောက် အရပ်ကြားတွင် အလယ်တည့်တည့်ကျသော အရပ်မျက်နှာကို ညွှန်ပြသည့် မျဉ်းတစ်ကြောင်းကိုဆွဲပါ။ ထိုအခါ အရှေ့မြောက် North East (NE)၊ အရှေ့တောင် South East (SE)၊ အနောက်မြောက် North West (NW)၊ အနောက်တောင် South West (SW)ဟူသော အရပ်မျက်နှာများကို အသီးသီးရရှိသည်။ ယခု ဖြစ်ပေါ်လာသော အရပ်မျက်နှာများနှင့် မူလ အရပ်လေးမျက်နှာတို့သည် တစ်ခုနှင့် တစ်ခု 45° စီ ကွာခြားနေသည်မှာ ထင်ရှားပါသည်။ ၎င်း အရပ်မျက်နှာများကို အရပ်ရှစ်မျက်နှာဟု ခေါ်သည်။



အရပ်ရှစ်မျက်နှာပုံ

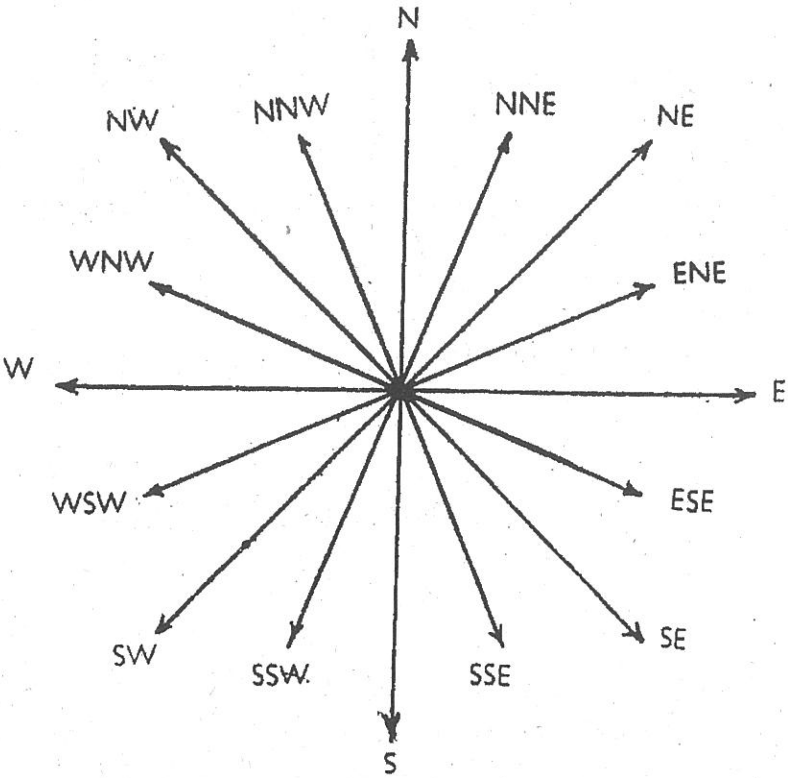
ပုံ (7.2)

မြောက်နှင့်အရှေ့ အရပ်မျက်နှာတို့၏ အလယ်တည့်တည့်ကျသော အရပ်မျက်နှာကို အရှေ့မြောက်ဟု ခေါ်သည်။ အရှေ့မြောက်သည် မြောက်မှ အရှေ့ဘက်သို့ 45° ယွန်းသော (တိမ်းစောင်းသော) သို့မဟုတ် အရှေ့မှ မြောက်သို့ 45° တိမ်းစောင်းသော အရပ်မျက်နှာဖြစ်သည်။ တစ်ဖန် အရှေ့မှ တောင်သို့ 45° တိမ်းစောင်းသော အရပ် မျက်နှာကို အရှေ့တောင် ဟူ၍ လည်းကောင်း၊ တောင်မှ အနောက်သို့ 45°တိမ်းစောင်းသော အရပ်မျက်နှာကို အနောက်တောင်ဟူ၍ လည်းကောင်း၊ အနောက်မှ မြောက်သို့ 45° တိမ်းစောင်းသော အရပ်မျက်နှာကို အနောက်မြောက် ဟူ၍လည်းကောင်း ခေါ်ဝေါ်ကြ၏။ ယခု ဖော်ပြသော အရပ်မျက်နှာများနှင့် အရပ်ကြီးလေးမျက်နှာ တို့သည် အရပ်ရှစ်မျက်နှာ ဖြစ်ကြသည်။

တစ်ဖန် အရပ်ရှစ်မျက်နှာကို ထပ်၍ အနုစိတ်ပြန်ရာ အရပ် 16 မျက်နှာ ဖြစ်ပေါ်လာ၏။ မြောက်နှင့် အရှေ့မြောက်တို့၏ အလယ်တည့်တည့်သို့ မြောက်အရပ်မှအရှေ့မြောက်အရပ်သို့ $22\frac{1}{2}$ ဒီဂရီ တိမ်းစောင်းသော အရပ်မျက်နှာကို မြောက်အရှေ့မြောက်အရပ်(NNE)ဟု ခေါ်သည်။

အရှေ့နှင့် အရှေ့မြောက် အရပ်တို့၏ အလယ်တည့်တည့် အရှေ့မှ အရှေ့မြောက်သို့ $22\frac{1}{2}$ ဒီဂရီ တိမ်းစောင်းသော အရပ်မျက်နှာကို အရှေ့-အရှေ့မြောက်အရပ်(ENE)ဟုခေါ်သည်။

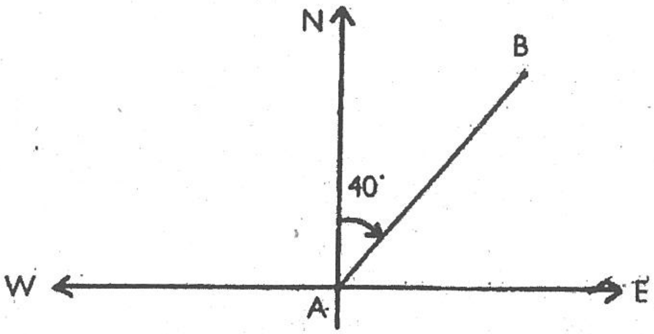
အရှေ့နှင့်အရှေ့တောင်တို့၏ အလယ်တည့်တည့် အရပ်မျက်နှာကို အရှေ့ အရှေ့တောင် အရပ် (ESE) ဟုခေါ်၍ အခြားသော အရပ်မျက်နှာများကိုလည်း ပုံတွင် ပြထားသည့်အတိုင်း ခေါ်ဝေါ် ကြ၏။



ပုံ (7.3)

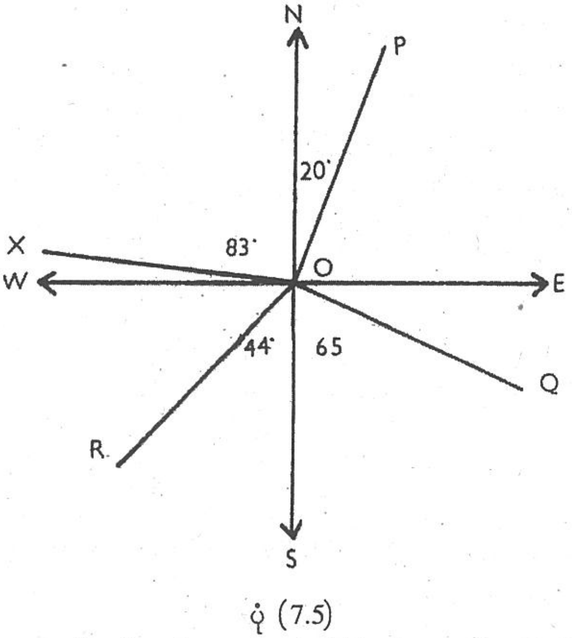
အရပ်ကြီး လေးမျက်နှာတို့သည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခု 90˚စီလည်းကောင်း၊ အရပ်ရှစ်မျက်နှာတို့သည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခု 45˚စီလည်းကောင်း၊ အရပ်တစ်ဆယ့်ခြောက်မျက်နှာတို့သည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခု $22\frac{1}{2}°$ တိတိစီ လည်းကောင်း အသီးသီး ကွာခြားကြ၏။ ၎င်းတို့နှင့် ကွဲပြားသော အရပ်မျက်နှာတို့ကို အောက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြသည်။

ဥပမာ(1)။ ။ ပုံ(7.4)တွင် A နှင့် B သည် သင်္ဘောနှစ်စင်းဖြစ်သည်။
$\angle BAN = 40°$ ဖြစ်၏။ သင်္ဘော B သည် သင်္ဘော A ၏ မြောက် 40°အရှေ့ (N 40° E) အရပ်တွင် ရှိသည်ဟု ဆိုလေ့ရှိသည်။



ပုံ (7.4)

ဥပမာ(2-a)။ ။ပုံ(7.5)တွင် O ၌ ရပ်နေသူတစ်ယောက်သည် P ကို ကြည့်ရန် မြောက်ဘက်မှ အရှေ့သို့ 20°လှည့်ရလျှင် P သည် O ၏ N 20° E အရပ်မျက်နှာတွင် ရှိသည်ဟု ပြောဆိုလေ့ရှိသည်။ တစ်ဖန် OP မျဉ်းသည် အရှေ့ဘက်ညွှန်မျဉ်း OE မှ မြောက်ဘက်သို့ 70° တိမ်းစောင်းသော



ပုံ (7.5)

ကြောင့် OP ညွှန်သော အရပ်မျက်နှာကို အရှေ့ 70° မြောက်ဟုလည်း ပြောနိုင်၏။ ထို့ကြောင့် O မှ P တည်ရှိရာ အရပ်မျက်နှာကို မြောက်ဘက်မှလည်းကောင်း၊ အရှေ့ဘက်မှလည်းကောင်း နှစ်မျိုး ဖော်ပြ နိုင်၏။ သို့သော် အရပ်မျက်နှာတစ်ခုကို ဖော်ပြရာ၌ မြောက်နှင့်တောင်မှ တိမ်းစောင်းခြင်းကိုသာ အသုံးများ၏။

ဥပမာ(2-b) O မှ Q တည်ရှိရာ အရပ်မျက်နှာကို ဖော်ပြလိုသော် Q သည် O ၏ တောင်နှင့် အရှေ့ အရပ်မျက်နှာ နှစ်ခုအကြားတွင် ရှိသဖြင့် OQ မျဉ်းသည် တောင်ဘက်ညွှန်မျဉ်း OS မှ အရှေ့သို့ ဒီဂရီ မည်မျှ တိမ်းစောင်းသည်ကို ရှာရမည်။ OS နှင့် OQ မျဉ်းနှစ်ကြောင်း အကြားရှိ ထောင့်သည် 65° ဖြစ်လျှင် Q သည် O ၏ တောင် 65° အရှေ့ S 65° E တွင် ရှိသည်ဟု ဖော်ပြရ၏။

[(2-c) ထိုနည်းတူ R သည် O ၏ တောင် 44° အနောက် S 44° W တွင် ရှိသည်ဟု ဖော်ပြရသည်။]

[(2-d) ထိုနည်းတူ X သည် O ၏ မြောက် 83° အနောက် N 83° W တွင် ရှိသည်ဟု ဖော်ပြရသည်။]

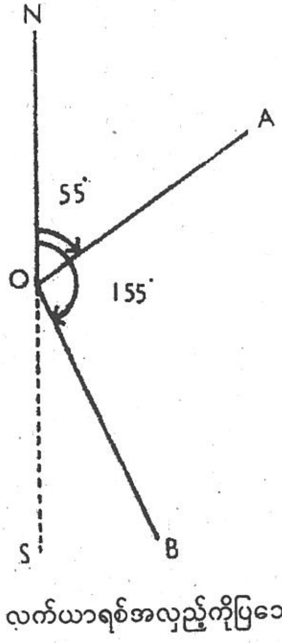
7.2 ပတ်လည် ညွှန်ထောင့်ဖြင့် ပြနည်း

တည်ရပ်ညွှန်းထောင့်များကို ဖော်ပြရာတွင် အထက်၌ ပြဆိုခဲ့ပြီးသော နည်း(မြောက် နှင့်တောင်တို့မှ အရှေ့သို့သော်လည်းကောင်း၊ အနောက်သို့သော်လည်းကောင်း တိမ်းစောင်းသော ဒီဂရီဖြင့် ပြဆိုနည်း) အပြင် အခြားပြနည်းတစ်မျိုး ရှိသေး၏။

ထိုနည်းမှာ မြောက်အရပ်မျက်နှာတစ်ခုတည်းမှ လက်ယာရစ် လှည့်ပတ်၍ တိုင်း၍ရသော ဒီဂရီဖြင့် ဖော်ပြနည်းဖြစ်သည်။ ထိုနည်းကို ပတ်လည်ညွှန်ထောင့်ဖြင့် ပြနည်းဟု ခေါ်သည်။

ဥပမာ(1)

O မှကြည့်၍ A နှင့် B တို့၏ ပတ်လည် ညွှန်ထောင့်ကို ရှာလိုသော် OA, OB မျဉ်းနှင့် O ၏ တောင်မြောက်ညွှန်မျဉ်း SON ကို ဆွဲရမည်။ (ပုံ 7.6 ကိုကြည့်ပါ။)



ပုံ (7.6)

ထို့နောက် မြောက်ဘက်ညွှန်းမျဉ်း ON မှ OA အထိ လက်ယာရစ်အလှည့်ကိုပြသော ∠NOA ကို တိုင်းရမည်။ ∠NOA=55° ဖြစ်လျှင်

O မှ A ၏ ပတ်လည်ညွှန်ထောင့်သည် 55° ဟု ပြောဆိုရသည်။ သို့မဟုတ် O မှ A ၏ ညွှန်ထောင့်သည် 55° ဟုပင် ပြောနိုင်သည်။

ထိုနည်းတူ B ၏ ပတ်လည်ညွှန်ထောင့်ကို ရရန် ON မှ OB အထိ လက်ယာရစ်အလှည့်ကို ပြသော ထောင့်ကျယ် ∠NOB ကို တိုင်းရမည်။ ∠NOB= 155° ရှိလျှင် B ၏ ပတ်လည် ညွှန်ထောင့်သည် 155° ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (2)

O မှ C တို့၏ ပတ်လည်ထောင့်ကို ရှာလိုလျှင် ပုံ(7.7) O ၏ တောင်မြောက်ညွှန်မျဉ်း SON ကို ဆွဲပါ။ OC, OD တို့ကို ဆက်ပါ။

ထို့နောက် ON မှ OC သို့ အရောက် လက်ယာရစ် အလှည့်ကို ပြသော ထောင့်ကို မှတ်ပါ။ ထောင့်ပြန် $\angle NOC$ ဖြစ်၏

ထောင့်ပြန် $\angle NOC =$ ထောင့်ဖြောင့် $\angle NOS + \angle SOC$

$= 180° + \angle SOC$

အကယ်၍ $\angle SOC$ ကို တိုင်းရာ $40°$ ဖြစ်လျှင်

ထောင့်ပြန် $\angle NOC = 180° + 40° = 220°$

ထို့ကြောင့် O မှ C ၏ ပတ်လည်ညွှန်တောင့်သည် $220°$ ဖြစ်သည်။

ထိုနည်းတူ D ၏ ညွှန်ထောင့်ကို ထောင့်ပြန် $\angle NOD$ က ပြသဖြင့် ထောင့်ပြန် $\angle NOD$ ၏ ဒီဂရီကို ရှာရမည်။

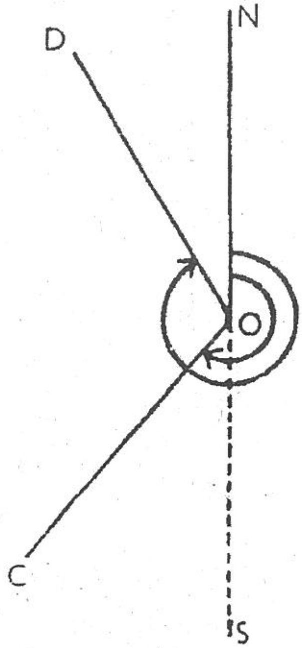
ထောင့်ပြန် $\angle NOD = 180° + \angle SOD$

$\angle SOD$ ကို တိုင်းရာ $150°$ ရှိလျှင်

ထောင့်ပြန် $\angle NOD = 180° + 150°$

$= 330°$

ထို့ကြောင့် O မှ D ၏ ပတ်လည်ညွှန်ထောင့်သည် $330°$ ဖြစ်သည်။



ပုံ (7.7)

လေ့ကျင့်ခန်း(7.1)

1. အောက်ပါ တည်ရပ်ညွှန်းထောင့်များကို ပြသည့် ပုံကြမ်းများကို ဆွဲ၍ ပြပါ။

(1) N 70° E	(5) N 33° W
(2) N 80° W	(6) S 33° W
(3) S 15° E	(7) N 25° E
(4) S 77° W	(8) S 25° E

2. မြောက်ဘက်ညွှန်မျဉ်းမှ ယူသော အောက်ပါ ပတ်လည်ညွှန်ထောင့်များကို ပုံကြမ်းများဆွဲပါ။

(1) 15°	(2) 19°	(3) 75°	(4) 140°	(5) 175°
(6) 200°	(7) 260°	(8) 280°	(9) 295°	(10) 355°

3. A အမှတ်မှ ကြည့်သောအခါ B နှင့် C တို့ကို အောက်ပါထောင့်များအတိုင်း မြင်ရသော် B နှင့် C တို့၏ တည်ရပ်ညွှန်ထောင့်များကို ပုံကြမ်းများဆွဲပြပါ။ AB နှင့် AC ကြားရှိ ထောင့်အသီး သီးကိုလည်း ဖော်ပြပါ။

(a) B သည် A ၏ N 50° E
C သည် A ၏ N 70° W

(b) B သည် A ၏ S 60° E
C သည် A ၏ S 75° W

(c) B သည် A ၏ N 60° W
C သည် A ၏ N 75° E

(d) B သည် A ၏ N 50° W
C သည် A ၏ S 40° W

(e) B သည် A ၏ S 46° E
C သည် A ၏ N 37° E

(f) B သည် A ၏ N 24° W
C သည် A ၏ S 82° W

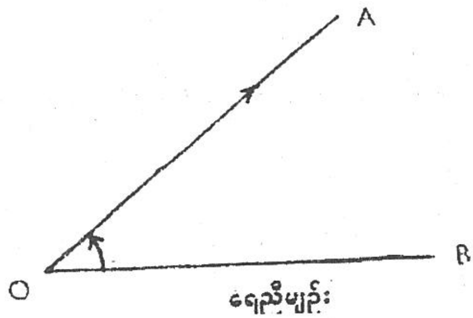
7.3 မြင့်ထောင့်နှင့် နိမ့်ထောင့်

အရာဝတ္ထုများ၏ တည်ရပ်ကို ညွှန်ပြရာတွင် ရေပြင်ညီ(horizontal plane)မှ ဒီဂရီ မည်မျှ စောင်း၍ တည်ရှိနေသည်ဟုလည်းဖော်ပြလေ့ရှိသည်။ ဆိုလိုသည်မှာအရာဝတ္ထုတစ်ခုသည် ရေပြင်ညီ၏အထက် ဒီဂရီ မည်မျှတွင် တည်ရှိသည် (သို့) ရေပြင်ညီ၏အောက် ဒီဂရီ မည်မျှတွင် တည်ရှိသည်ဟု ဖော်ပြသည်။

7.3.1 မြင့်ထောင့်(Angle of Elevation)

ကမ္ဘာ့မြေမျက်နှာပြင်ပေါ်မှ ပျံသန်းနေသော လေယာဉ်ပျံတစ်စင်း၏ တည်ရှိရာ အရပ်ကို ရှာလိုသည်ဆိုပါစို့။ ရှေးဦးစွာ မျက်စိနှင့် တစ်ပြေးတည်းဖြစ်သော ရေညီမျဉ်းကိုစ၍ ချိန်ကြည့်ရမည်။ ၎င်းနောက် မျက်စိကို လေယာဉ်ပျံသို့ မြင်ရသည်အထိမော်၍ ကြည့်ရမည်။ ထိုကဲ့သို့ ရေညီမျဉ်းမှ အပေါ်ဘက်သို့ မော်ကြည့်ရသော ထောင့်ကို မြင့်ထောင့်ဟုခေါ်သည်။

ပုံ(7.8)တွင် ∠AOB သည် လေယာဉ်ပျံ A ကို O မှ ကြည့်သော မြင့်ထောင့် ဖြစ်သည်။

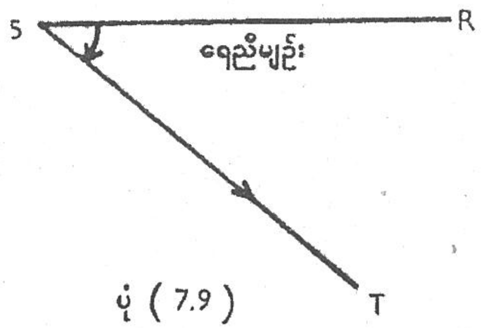


ပုံ (7.8)

7.3.2 နိမ့်ထောင့်(Angle of Depression)

တောင်ထိပ်မှ တောင်ခြေရှိ သစ်ပင် တစ်ပင်၏ တည်ရှိရာအရပ်ကို ရှာလိုသည် ဆိုပါစို့။

ရှေးဦးစွာ မျက်စိနှင့်တစ်ပြေးတည်းဖြစ်သော ရေညီမျဉ်းကိုစ၍ ချိန်ကြည့်ရမည်။ ၎င်းနောက် မျက်စိကို ကြည့်လိုသော သစ်ပင်ကိုမြင်ရသည်အထိ အောက်သို့ငုံ့၍ ကြည့်ရမည်။ ထိုသို့ ရေညီမျဉ်းမှ အောက်ဘက်သို့ ငုံ့၍ ကြည့်ရသောထောင့်ကို နိမ့်ထောင့်ဟုခေါ်သည်။



ပုံ (7.9)

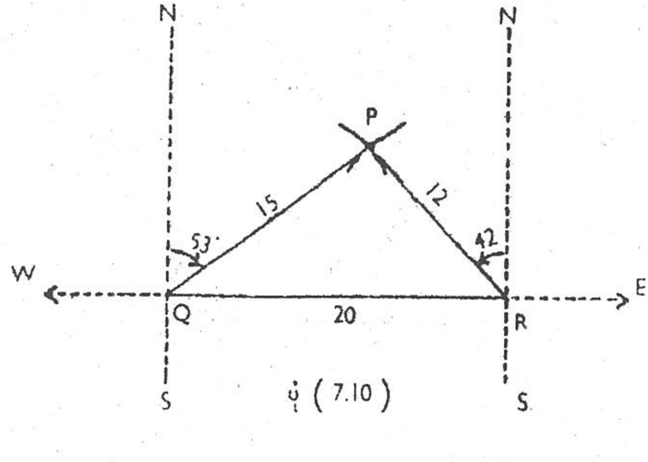
ပုံ(7.9)တွင် ∠RST သည် သစ်ပင် T ကို S မှ ကြည့်သော နိမ့်ထောင့်ဖြစ်သည်။
နိမ့်ထောင့် မြင့်ထောင့်များ တိုင်းသည့် ထောင့်တိုင်းကိရိယာကို(sectant)ဟုခေါ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း(7.2)

1. လေယာဉ်ပျံတစ်စင်းသည် ရေညီမျဉ်းနှင့်ထောင့် 57° 20' စောင်းသော အရပ်တွင် ပျံသန်းနေသည်။ ထောင့်မတ်မျဉ်းနှင့်စောင်းနေသောထောင့်ကို ရှာပါ။
2. သင်္ဘောတစ်စင်းသည် ပင်လယ်ပြင်တွင် N.N.E အရပ်သို့ ခုတ်မောင်းနေရာမှ တောင် $67\frac{1}{2}°$ လှည့်လိုက်သည်။ သင်္ဘောခုတ်မောင်းနေသည့်ညွှန်းရပ်ကို ရှာပါ။
3. E.N.E အရပ်နှင့် ဆန့်ကျင်ဘက်ဖြစ်သော အရပ်ကို ရှာပါ။

7.4 အချိုးကျပုံဆွဲ၍ တည်ရပ်ညွှန်းထောင့်နှင့် အကွာအဝေးကို ရှာခြင်း

ဥပမာ(1)။ ။ P,Q,R စိုက်ပျိုးရေး စမ်းသပ်ဌာန သုံးခုရှိရာ R သည် Q ၏ အရှေ့စူးစူး 20 miles အကွာတွင်ရှိ၏။ P သည် Q မှ 15 miles ၊ R မှ 12 miles ကွာတွင်ရှိ၍ QR မျဉ်း၏ မြောက်ဘက်တွင် တည်ရှိနေသော် P သည် Q နှင့် R တို့၏ မည်သည့် အရပ်မျက်နှာ၌ ရှိသည်ကိုရှာပါ။



ပုံ (7.10)

စကေး။ 10 miles = 1 inch

20 miles = 2 inches

15 miles = 1.5 inches

12 miles = 1.2 inches

R သည် Q ၏ အရှေ့စူးစူးတွင် ရှိသောကြောင့် QR မျဉ်းကို အရှေ့အနောက် တန်းနေအောင် ဆွဲပါ။ QR = 2" ပိုင်းဖြတ်ပါ။ Q ကို ဗဟိုပြုလျက် အချင်းဝက် 1.5" ဖြင့် အဝန်းပိုင်းတစ်ခုကို QR ၏ မြောက်ဘက်မှာ ဆွဲပါ။ ထိုနည်းတူ R ကို ဗဟိုပြုလျက် အချင်းဝက် 1.2" ဖြင့် စက်ဝန်းပိုင်းတစ် ခုကို ဆွဲ၍ ပထမအဝန်းပိုင်းကို P ၌ ဖြတ်ပါစေ။ P နှင့် Q ၊ P နှင့် R တို့ကို ဆက်ပါ။ $\triangle$PQR သည် စိုက်ပျိုးရေးဌာနသုံးခု တည်နေပုံကို ပြသည်။

Q နှင့် R တို့ကို ဖြတ်လျက် တောင်မြောက်ညွှန်မျဉ်းတစ်ကြောင်းစီဆွဲပါ။ R သည် Q ၏ အရှေ့စူးစူးတွင် ရှိသဖြင့် QR မျဉ်းကို နှစ်ဖက်သို့ ဆက်ဆွဲလျှင် RE သည် အရှေ့ဘက်သို့ပြ၍ QW သည် အနောက်ဘက်သို့ပြမည်။ Q နှင့် R နေရာနှစ်ခုတွင် အရှေ့၊ အနောက်၊ တောင်၊ မြောက် ဟူ၍ လိုအပ်သော မျဉ်း ၄ ကြောင်း ဆွဲထားပြီး ဖြစ်သည်။

ထောင့်တိုင်း စက်ဝိုင်းခြမ်းသုံး၍ တိုင်းတာခြင်းဖြင့်

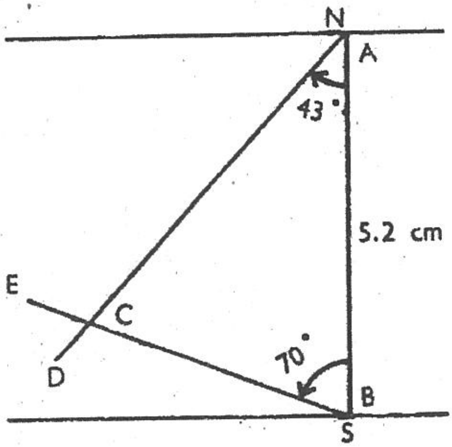
$\angle$ PQN = 53˚

$\angle$ PRN = 42˚ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့မည်။

$\therefore$ P သည် Q ၏ N 53˚ E အရပ်တွင် ရှိသည်။

P သည် R ၏ N 42˚ W အရပ်တွင် ရှိသည်။

ဥပမာ(2)။ ။ စမ်းသပ်ဥယျာဉ် A သည် မြို့ B ၏ မြောက်စူးစူး 52 miles ကွာတွင် ရှိ၍ မြို့ C သည် စမ်းသပ်ဥယျာဉ်၏ S 43° W မှာ ရှိလျက် B ၏ N 70° W မှာရှိသော် C သည် A နှင့် B မှ မိုင် မည်မျှစီ ဝေးသနည်း။



ပုံ(7.11)

စကေး။ 10 miles = 1 cm

52 miles = 5.2 cm

A သည် B ၏ မြောက်စူးစူးတွင် ရှိသောကြောင့် ပုံ(7.11)တွင် တွေ့ရှိသည့်အတိုင်း စာရွက်ပေါ်တွင် AB=5.2 cm မျဉ်းတစ်ကြောင်းကို ဆွဲပါ။ A နှင့် B တို့၌ AB ကို ထောင့်မှန်ကျသော မျဉ်းတစ်ကြောင်းစီ ဆွဲပါ။ ထိုမျဉ်းများသည် A နှင့် B တို့၌ အရှေ့ အနောက်ကို ပြ၍ AB မျဉ်းက မြောက်နှင့်တောင်ကို ပြထားပြီး ဖြစ်သည်။

C သည် A ၏ S 42° W အရပ်တွင် ရှိသောကြောင့် A ၌

$\angle BAD = 43^\circ$ ဆွဲလိုက်လျှင် C ၏ နေရာသည် AD ပေါ်တွင်ရှိမည်။

တစ်ဖန် C သည် B ၏ N 70° W အရပ်တွင် ရှိသောကြောင့် B ၌

$\angle ABE = 70^\circ$ ဆွဲလိုက်လျှင် C ၏ နေရာသည် BE ပေါ်တွင် ရှိမည်။

အထက်ပါ ဆောက်လုပ်ချက်နှစ်ခုမှ AD နှင့် BE တွေ့ဆုံရာ နေရာသည် C ၏ နေရာပင် ဖြစ်သည်။

တိုင်းကြည့်သောအခါ AC = 5.4 cm

BC = 3.9 cm ရသည်။

C ၏ A မှ အကွာအဝေး = (5.4 x 10) = 54 miles

C ၏ B မှ အကွာအဝေး = (3.9 x 10) = 39 miles

လေ့ကျင့်ခန်း(7.3)

1. A သည် B ၏ တောင်စူးစူး 9.5 miles C ၏ အနောက်စူးစူး 12 miles အကွာတွင် ရှိ၏။ C သည် B ၏ မည်သည့်အရပ်တွင်ရှိ၍ မိုင်မည်မျှ ဝေးသနည်း။
2. ကျေးရွာ A သည် ကျေးရွာ B ၏ အနောက်ဘက်တည့်တည့် 4 miles ကွာတွင်ရှိ၍ ကျေးရွာ C သည် B ၏ အရှေ့တောင်တည့်တည့် 7 miles ကွာတွင်ရှိသော် A သည် C ၏ မည်သည့် အရပ် မိုင်မည်မျှ အကွာတွင် ရှိသနည်း။
3. ရွာတန်းရှည်ရွာသည် သာယာကုန်းရွာ၏ အရှေ့စူးစူး 6 miles အကွာတွင် ရှိ၍ ထန်းပင်ကုန်းရွာသည် ပထမနှစ်ရွာကို ဆက်ထားသောလမ်း၏ တောင်ဘက်တွင်ရှိပြီး ရွာတန်းရှည်မှ 4 miles သာယာကုန်းမှ 5 miles အကွာတွင်ရှိသော် ထိုရွာသည် ပထမနှစ်ရွာ အသီးသီးတို့၏ မည်သည့် အရပ်တွင် ရှိသနည်း။
4. B သည် A ၏ တောင်ဘက်တည့်တည့် 33 miles အကွာတွင်ရှိ၍ C သည် B ၏ အရှေ့စူးစူး 25 miles အကွာတွင်ရှိသော် (a)C သည် A မှ မိုင်မည်မျှ ဝေးသနည်း။(b)C သည် A ၏ မည်သည့်အရပ်တွင် ရှိသနည်း။
5. သက်ကယ်ချင်းကုန်းရွာသည် ဆုတောင်းပြည့်စေတီ၏ အရှေ့တောင်စူးစူး 5 miles အကွာတွင် ရှိ၍ လက်ပံတောရွာသည် စေတီတော်၏ တောင်စူးစူးနှင့် သက်ကယ်ချင်းကုန်းရွာ၏ အနောက်တောင်စူးစူးတွင် ရှိသော် လက်ပံတောရွာသည် စေတီတော်နှင့် သက်ကယ်ချင်းကုန်းရွာမှ မိုင်မည်မျှ စီဝေးသနည်း။

6. သင်္ဘောတစ်စင်းသည် နေရာတစ်ခုမှ အရှေ့စူးစူးသို့ 45 miles သွားပြီးလျှင် မြောက်စူးစူးသို့ လှည့်၍ 30 miles သွားသည်။ ၎င်းနောက်အရှေ့စူးစူးသို့လှည့်၍ 20 miles သွားပြီး ကျောက်ချနေသည်။ သင်္ဘောသည် စထွက်သောနေရာမှ မိုင်မည်မျှဝေး၍ မည်သည့်အရပ်တွင် ရောက် နေသနည်း။

7. လူတစ်ယောက်သည် A နေရာမှထွက်၍ တောင်စူးစူးသို့ 2 miles လျှောက်ရာ B သို့ ရောက်၏။ B မှ အနောက်တောင်ထောင့်တည့်တည့် 3 miles လျှောက်ရာ C သို့ ရောက်၏။ ထို့နောက် အနောက်စူးစူးသို့ 1 mile လျှောက်ရာ D သို့ရောက်၏။ D သည် A မှ မည်မျှဝေး၍ မည်သည့်အရပ်တွင် ရှိသနည်း။

8. Q သည် P ၏ တောင်စူးစူး 56 miles ကွာတွင်ရှိ၏။ R သည် P ၏ S 60° E အရပ်တွင် လည်းကောင်း၊ Q ၏ N 54° E အရပ်တွင်လည်းကောင်းရှိနေလျှင် R သည် P နှင့် Q မှ မိုင်မည်မျှစီဝေးသနည်း။

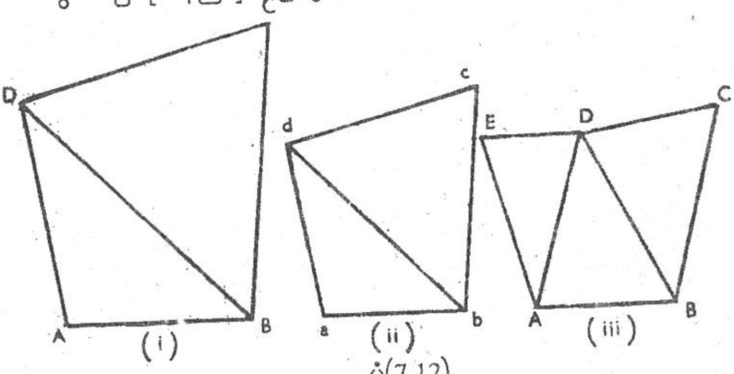
9. X သည် Y ၏ အနောက်စူးစူး 26 miles ကွာတွင်ရှိ၏။ Z သည် X ၏ N 35° E အရပ်တွင်လည်းကောင်း၊ Y ၏ N 24° W အရပ်တွင်လည်းကောင်း ရှိနေသော် (i) Z သည် X နှင့် Y မှ မိုင်မည်မျှစီဝေးသနည်း။ (ii) X နှင့် Y သည် Z ၏ မည်သည့်အရပ်များတွင် ရှိနေကြသနည်း။

10. A,B,C,D အိမ်လေးလုံးရှိရာ B သည် A ၏ အရှေ့စူးစူး 650 m အကွာတွင်ရှိ၍ C သည် B ၏ S 30° E အရပ် 460 m အကွာတွင်ရှိ၏။ D သည် C ၏ S 60° W အရပ်တွင်ရှိ၍ C မှ 350 m ကွာဝေးသော် (i) D သည် A မှ မီတာမည်မျှဝေးသနည်း။ (ii) D သည် A ၏ မည်သည့်အရပ်တွင် ရှိသနည်း။

7.5 မြေတိုင်းခြင်းနှင့် မြေကွက်များ၏ ပုံစံရေးဆွဲခြင်း

တြိဂံများဆွဲသားနည်းနှင့် စကေးဖြင့် အချိုးကျတြိဂံများဆွဲသားနည်းသည် လူမှုကိစ္စ၌ လွန်စွာ အသုံးဝင်သော ပညာရပ်ဖြစ်ပေသည်။ မိမိတို့ ပိုင်ဆိုင်နေထိုင်လုပ်ကိုင်သော အိမ်မြေ၊ လယ်ယာ ကိုင်းကျွန်းတို့၏ ပုံစံကို မိမိတို့ကိုယ်တိုင်ရေးဆွဲ၍ အကျယ်အဝန်းပမာဏ မည်မျှရှိသည်ကိုလည်း မိမိကိုယ်တိုင်တွက်ချက်မှတ်သားထားနိုင်သည်။

အောက်တွင် မြေတိုင်းနည်းနှင့်မြေကွက်များ၏ ပုံစံရေးဆွဲနည်းတို့ကို ဖော်ပြထားလေသည်။



ပုံ(7.12)

7.5.1 ပထမနည်း။ ။ တြိဂံများဖွဲ့ကာ သံကြိုးဆွဲ၍တိုင်းသော မြေတိုင်းနည်း။

တိုင်းလိုသော မြေကွက်သည် ပြထားသောပုံ(7.12)(i)မှာကဲ့သို့ စတုဂံပုံဖြစ်အံ့။ ရှေးဦးစွာ စာရွက်တစ်ရွက်ပေါ်တွင် မြေကွက်၏ အနေအထားကို အကြမ်းရေးဆွဲ၍ တြိဂံနှစ်ခုရအောင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းကို ဆွဲလိုက်ရသည်။ ထို့နောက် ပုံကြမ်းမှတြိဂံများ၏ အနားများသည် မြေပေါ်တွင် အမှန်မည်ရွေ့မည်မျှရှိသည်ကိုသိရှိရန် မြေတိုင်းသံကြိုးဖြင့် ထောင့်စွန်းတစ်ခုမှတစ်ခုသို့ တြိဂံပုံ မြေကွက်များကိုပတ်၍တိုင်းရသည်။ ရရှိသောအတိုင်းအတာများကို ပုံကြမ်းတွင်ထည့်သွင်းရေး ဆွဲပြီးလျှင် သင့်တော်သောစကေးကိုရွေးချယ်၍ ပုံ(7.12)(ii)မှာကဲ့သို့ အချိုးကျပုံကိုရေးဆွဲရသည်။

မြေကွက်ပေါ်တွင်ရှိသော သစ်ပင်၊ ရေတွင်းစသည်တို့ကို ထည့်သွင်းလိုသောအခါ ၎င်းတို့နှင့် မြေကွက်၏ ထောင့်စွန်းနှစ်ခု၏ အကွာအဝေးကိုတိုင်းတာ၍ ကွန်ပါအသုံးပြုပြီး အချိုးကျပုံစံတွင် ထည့်သွင်းပြနိုင်သည်။

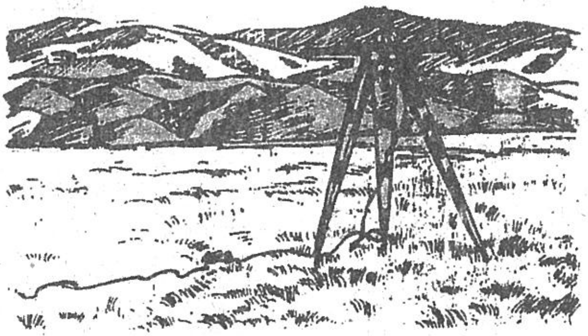
အကယ်၍ မြေကွက်သည် 5 ထောင့်ပုံဖြစ်အံ့။ ပုံ(7.12)(iii)မှာကဲ့သို့ တြိဂံများဖွဲ့၍ တိုင်းတာ နိုင်သည်။

လယ်ယာမြေကွက်များကို မြေတိုင်းဌာနမှတိုင်းတာရာတွင် သံကြိုးဖြင့်ဆွဲ၍ တိုင်းတာသော ကြောင့် ထိုနည်းကို သံကြိုးဆွဲ၍တိုင်းတာနည်းဟုခေါ်သည်။ သို့သော် တိုင်းတာရာတွင် သံကြိုးရှိမှ သာတိုင်းတာ၍ရသည်မဟုတ်။ ပေကြိုး သို့မဟုတ် ရိုးရိုးကြိုးတို့ကိုသုံးလျှင်လည်းဖြစ်နိုင်သည်။ ရိုးရိုးကြိုးကိုအသုံးပြုလျှင် အတိုင်းအတာကို လွယ်ကူစွာသိရှိရန် 1 ပေစီအကွာတွင် အထုံးလေးများ ထုံး၍ သော်လည်းကောင်း၊ အခြားအမှတ်အသားတစ်မျိုးမျိုးကိုသော်လည်းကောင်း ပြုလုပ်ထား သင့်သည်။

7.5.2 ဒုတိယနည်း။ ။ မြေတိုင်းခုံ(Plane Table)ဖြင့်တိုင်းသော မြေတိုင်းနည်း။

ဤနည်းတွင် လိုအပ်သောပစ္စည်းများမှာ (i) မြေတိုင်းခုံ၊ (2) မျဉ်းချိန်တံ(Sight Rule)၊ (3) အရက်ပြန်ရေချိန်(Spirit level)ဖြစ်လေသည်။

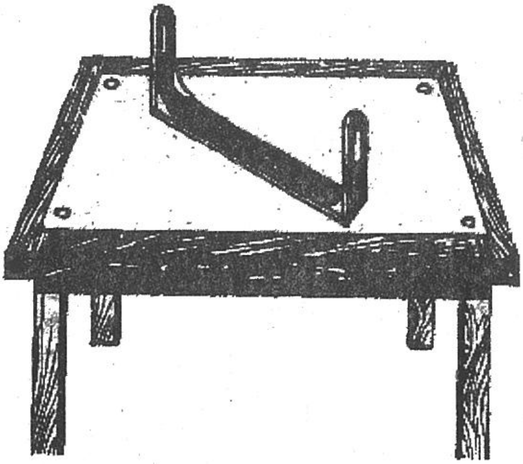
မြေတိုင်းဌာနမှအသုံးပြုသော မြေတိုင်းခုံမှာ ဓာတ်ပုံဆရာများ၊ ဓာတ်ပုံတင်၍ ရိုက်သောခုံမျိုး ကဲ့သို့ ခြေထောက်သုံးချောင်းပေါ်တွင် မျက်နှာပြင်ညီညာသောပျဉ်ပြားတစ်ချပ်ကို ပတ္တာဖြင့်တွယ်၍ တင်ထားလေသည်။ တစ်နေရာမှတစ်နေရာသို့ ရွှေ့ပြောင်းရာတွင် ပျဉ်ပြားကိုလှန်ချနိုင်သဖြင့် သယ်ယူရန်လွယ်ကူလေသည်။ ခြေထောက်များ၏အတိုအရှည်ကို လိုသလိုပြုပြင်နိုင်အောင် ပြုလုပ် ထားလေသည်။ ဤသို့ပြုလုပ်ထားခြင်းဖြင့် မညီညာသော မြေပြင်ပေါ်တွင် စားပွဲခုံကိုထားရာ၌ အနိမ့် အမြင့်တို့ကို လိုအပ်သလိုရရှိနိုင်သည်။ အောက်တွင် ပြထားသောပုံသည် မြေတိုင်းခုံပုံဖြစ်သည်။



ပုံ (7.13)

မျဉ်းချိန်တံ။ ။၎င်းမှာ ပေတံကဲ့သို့ ညီညာဖြောင့်တန်းသော သစ်သားချောင်း တစ်ခု၏ ထိပ်စွန်းတစ်ဖက်စီတွင် အပေါက်ငယ်တစ်ခုဖောက်ထားသော သံပြား(သို့မဟုတ်) ကြေးပြားငယ် တစ်ခုကိုထောင်၍ ပုံတွင်ပြထားသည့်အတိုင်းတပ်ဆင်ထားသည်။

တစ်ဖက်တွင်ဖော်ပြထားသော မြေတိုင်း၌ာနသုံး ခြေသုံးချောင်းထောက်စားပွဲမျိုးကျောင်းတွင် မရှိပါက ၎င်းအစား သာမန်စားပွဲတစ်ခုကို အသုံးပြုနိုင်သည်။

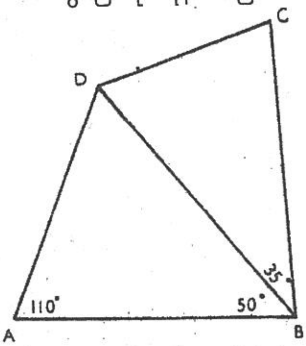


ပုံ (7.14)

7.5.3 တိုင်းတာနည်း

ပုံ(7.15)တွင် ပါရှိသော ပုံကဲ့သို့ မြေကွက်ကိုတိုင်းလိုသည်ဖြစ်အံ့။

မြေကွက်၏ထောင့်စွန်းတစ်ခုမှ ၎င်း၏ပုံသဏ္ဍာန်ကို ကောင်းစွာမြင်နိုင်ရန် အခြားထောင့်စွန်းများတွင် တိုင်များကို တည့်မတ်စွာ စိုက်ထူထားပါ။



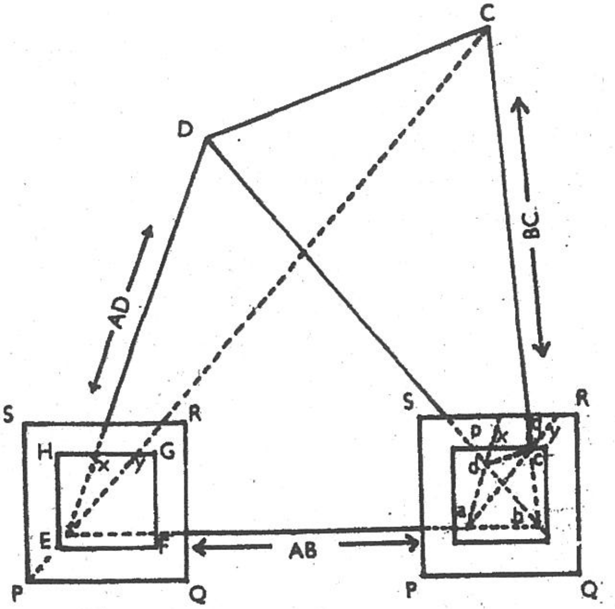
ပုံ (7.15)

ထို့နောက် စားပွဲခုံကို မြေကွက်၏ ထောင့်တစ်ထောင့်ပေါ်တွင်ထား၍ မြေကွက်၏ ထောင့်စွန်း (ဥပမာ A)ပေါ် တည့်တည့်ကျသော စားပွဲမျက်နှာပြင်ပေါ်ရှိ အမှတ်(a ဟုခေါ်ပါစို့) ကိုမှတ်ထားပါ။

ထို့နောက် စားပွဲ၏မျက်နှာပြင်သည် ရေညီပြင် ဖြစ်သည်မဖြစ်သည်ကို အရက်ပြန်ရေချိန်ရှိက တိုင်းကြည့်ပါ။ ထိုကိရိယာမရှိက အရစ်ရှိသော ဖန်ခွက်တစ်ခုတွင် အရစ်ထိရေထည့်၍ စားပွဲပေါ် တွင်တင်ကြည့်ပါ။ ရေမျက်နှာပြင်သည် အရစ်နှင့်တစ်လျောက်လုံးတစ်ညီတည်းရှိနေလျှင် ရေညီပြင် ဖြစ်သည်။ အကယ်၍ ရေမျက်နှာပြင်သည် ဖန်ခွက်ပေါ်ရှိအရစ်နှင့်မကျလျှင် စားပွဲမျက်နှာ ပြင်သည် ရေညီပြင်မဟုတ်ချေ။ ရေညီပြင်မဟုတ်ပါက ရေညီပြင်ဖြစ်စေရန် ပြုပြင်ပြီးလျှင် စားပွဲပေါ်တွင် ပုံဆွဲ

စာရွက်ကိုတင်၍ မြေကွက်၏ ထောင့်စွန်းအပေါ်တည့်တည့်ကျသော a အမှတ်၌ စာရွက်ကို ပုံဆွဲကြေးမှိုဖြင့်စွဲထားပါ။ ထို့နောက် မြေကွက်၏ AB အနားကိုပြရန် စာရွက်ပေါ်တွင် ab မျဉ်းကို သင့်တော်သော စကေးဖြင့်ဆွဲပါ။ ab မျဉ်းနှင့် AB အနား တစ်ထပ်တည်းကျအောင်ပြုပြင် ရမည်။ ပြုပြင်နည်းမှာ a အမှတ်၌ မျဉ်းချိန်တံကို ထား၍ကြည့်လျှင် a,b,B တို့ မျဉ်းတစ်ပြေးတည်း ဖြစ်စေရန် လိုအပ်ပါက a ကို နေရာမရွေ့စေဘဲ စာရွက်ကိုဖြည်းဖြည်းရွေ့ပေးပါ။ ထို့နောက် b ၌ ကြေးမှိုတစ်ခုကိုဆွဲထားပါ။ ab မျဉ်း၏ အစွန်းနှစ်ခုဖြစ်သော a နှင့် b တို့သည် မြေကွက်၏ A နှင့် B ထောင့်စွန်းများကိုပြလေသည်။

မြေတိုင်းခုံဖြင့် တိုင်းတာနည်းကိုပြသောပုံ



ပုံ (7.16)

မြေကွက်သည် ပုံ(7.15)တွင် ပြထားသော မြေကွက် ABCD ဖြစ်သည်။

PQRS သည် မြေတိုင်းခုံဖြစ်သည်။

EFGH သည် ပုံဆွဲစာရွက်ဖြစ်သည်။

7.5.4 မြေတိုင်းခြင်း

လက်ဝဲဘက်ပုံသည် မြေကွက်၏ ထောင့်စွန်း A မှ တိုင်းနေပုံကိုပြသည်။

လက်ယာဘက်ပုံသည် မြေကွက်၏ ထောင့်စွန်း B မှ တိုင်းနေပုံကို ပြသည်။

ထို့နောက် စာရွက်ပေါ်တွင် C နှင့် D ထောင့်စွန်းများကို မှတ်ပြရန် a မှနေ၍ C သို့ချိန်ကြည့်ပါ။ a နှင့် C တစ်ပြေးတည်းကျသော မျဉ်းပေါ်တွင် စာရွက်၏ထိပ်ဘက်တွင် အပ် တစ်ချောင်း (y)ကိုစိုက်၍ ay မျဉ်းကိုဆွဲပါ။ ထိုနည်းအတိုင်း a မှ မြေကွက်၏ ထောင့်စွန်း D သို့ချိန်ပါ။ a နှင့် D

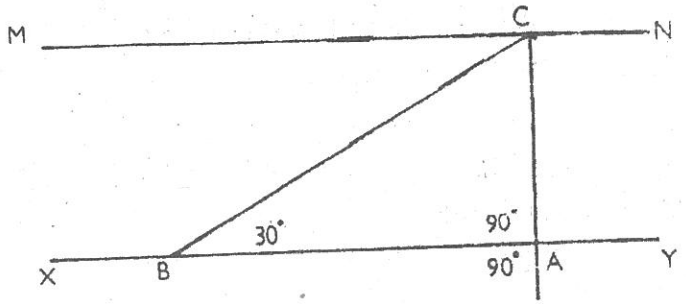
တစ်ပြေးတည်းကျသော မျဉ်းပေါ်တွင် စာရွက်၏ ထိပ်ဘက်တွင် အပ်တစ်ချောင်း (x)ကို စိုက်ပါ။ ax မျဉ်းကို ဆွဲပါ။

ထို့နောက် စားပွဲခုံကို မြေကွက်၏ထောင့်စွန်း B ရှိရာသို့ရွှေ့သွားပါ။ စာရွက်ပေါ်ရှိ b အမှတ်သည် မြေကွက်၏ ထောင့်စွန်း B ပေါ်တည့်တည့်ကျရောက်စေရမည်။ ab မျဉ်းသည်လည်း မြေကွက်၏ အနား AB နှင့်တစ်ပြေးတည်းဖြစ်ရမည်။ ထို့နောက် b မှ C သို့ မျဉ်းချိန်တံဖြင့်ကြည့်ပြီးလျှင် b နှင့် C တို့ တစ်ပြေးတည်းကျသော မျဉ်းပေါ်တွင် စာရွက်ထိပ်၌ အပ်တစ်ချောင်း q ကိုစိုက်ပါ။ b နှင့် q ကို ဆက်သွယ်သော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းဆွဲပါ။ အထက်ပါ နည်းအတိုင်း bp ကိုဆွဲပါ။ ay နှင့် bq မျဉ်းနှစ်ကြောင်း ဖြတ်ရာအမှတ်ကို c ဟုခေါ်ပါ။ ax နှင့် bq မျဉ်းနှစ်ကြောင်းဖြတ်ရာ အမှတ်ကို d ဟုခေါ်ပါ။

စတုဂံ abcd သည် မြေကွက် ABCD ၏ စကေးအရ ဆွဲထားသော သဏ္ဌာန်တူပုံဖြစ်သည်။ ဤပုံမှ ad, bc, cd တို့ကို တိုင်း၍ အချိုးအရ တွက်ချက်ခြင်းဖြင့် မြေကွက်၏ AD,BC,CD အနားများ မည်မျှစီ ရှည်သည်ကို သိရှိနိုင်သည်။

မြေကွက်ပေါ်ရှိ သစ်ပင်၊ ရေကန်၊ အိမ် စသည်တို့ကို မြေပုံပေါ်တွင် မှတ်သားပြလိုက အထက်တွင် ပြထားသော နည်းအတိုင်း a နှင့် b တို့မှ ၎င်းအရာဝတ္ထုတို့ကို မျဉ်းချိန်တံဖြင့် ကြည့်၍ မျဉ်းများဆွဲသားခြင်းဖြင့် ၎င်းတို့၏ တည်နေရာများကို မှတ်သားပြနိုင်သည်။

အထက်တွင် ဖော်ပြသော မြေကွက်ပုံစံရေးဆွဲ၍ မြေတိုင်းတာနည်းကို မြေတိုင်းခုံတိုင်းတာနည်း (Plane Table Survey)ဟုခေါ်သည်။ ဤမြေတိုင်းနည်းတွင် မြေကွက်တစ်ခုလုံးကို လှည့်ပတ်၍ တိုင်းရန်မလိုချေ။ ထောင့်များကိုလည်း တိုင်းရန် မလိုချေ။ ထောင့်စွန်းနှစ်ခုမှသာ မှတ်သားတိုင်းတာလိုသော အရာများကို မျဉ်းချိန်တံဖြင့် ကြည့်၍ အချိုးကျပုံဆွဲသားခြင်းဖြင့် လိုသောပုံကိုရရှိနိုင်သည်။ မြေကွက်၏ အနားများအကြားရှိ ထောင့်များကို သိလိုကလည်း မြေကွက်ပုံစံပေါ်ရှိ သက်ဆိုင်ရာ ထောင့်များကို တိုင်းတာခြင်းဖြင့် သိနိုင်သည်။



မြစ်တစ်ခု၏ အကျယ်ကို ရှာနည်း

ပုံ (7.17)

ပုံ(7.17)တွင် MN နှင့် XY တို့မှာ မြစ်တစ်ခု၏ ကမ်းနှစ်ဖက်ဖြစ်သည်။ (ဤပုစ္ဆာအလို့ငှာ ထိုကမ်းနှစ်ဖက် ပြိုင်နေသည်ဟု ယူဆထားပါ။) ကမ်း XY ဖက်တွင် တိုင်းတာမည့်သူရှိသည်ဖြစ်အံ့။ C သည် M, N ကမ်းစပ်တွင် ရှိသော သစ်ပင်တစ်ပင်ဖြစ်သည်။ XY ကမ်းပေါ်တွင် CA ⊥ XY ဖြစ်စေ မည့် အမှတ် A ကို မှတ်ပါ။ မြေတိုင်းခုံဖြင့် ဆွဲပါ။

ထို့နောက် XY ကမ်းစပ်ပေါ်တွင် A မှ ပေ 340 အကွာတွင် B အမှတ်ကိုယူပါ။ မြေတိုင်းခုံဖြင့် BC ကို ဆွဲပြီး ∠ABC ကို တိုင်းပါ။ 30° ရှိသည်ဟု ဆိုပါစို့။ စကေး 1 cm = 100 ft ထား၍ အချိုးကျပုံတစ်ခုကို ဆွဲပြီးလျှင် CA ကို တိုင်းယူပါ။ ထို့နောက် စကေးဖြင့် ပြန်တွက်ယူလျှင် လိုအပ်သော မြစ်၏ အကျယ်ကို ရလိမ့်မည်။

AC သည် 2 cm ရှိလျှင် မြစ်၏အကျယ်မှာ 2 x 100 = 200 ft ရှိမည်။

7.6 အချိုးကျပုံများ ဆွဲရာ၌ လိုက်နာရန်အချက်များ

(1) ပုံကြမ်းတစ်ခုကို အလွတ်ဆွဲ၍ ပေးထားသော အလျားများနှင့်ထောင့်များကို မှတ်သားပါ။

(2) ပုစ္ဆာတွင် စကေးကို ပေးထားခြင်းမရှိလျှင် သင့်လျော်သော စကေးကို ရွေးပါ။ ထိုစကေးကို အချိုးကျပုံ၏ အောက်တွင်ဖြစ်စေ အထက်တွင်ဖြစ်စေ ရေးပြပါ။

(3) ပုံကြမ်းကို သေချာစွာကြည့်ရှုစစ်ဆေးပြီးလျှင် ပုံချောကို သေသပ်မှန်ကန်စွာ ဆွဲပါ။ ပုံကို သေသပ်ပြီး တိကျပြတ်သားစွာ ဆွဲနိုင်မှသာ အဖြေမှန်ကို ရလိမ့်မည်။

(4) အလိုရှိသော အကွာအဝေးနှင့် အမြင့် စသည်တို့ကို အဖြေပေးရာ၌ ပုံပေါ်တွင် ရှိသည့်အတိုင်း လက်မနှင့်စင်တီမီတာ စသည် မရေးသားဘဲ စကေးဖြင့်ပြန်လည်တွက်၍ ပကတိအတိုင်းအတာများကို ပေးပါ။

လေ့ကျင့်ခန်း(7.4)

(ပုစ္ဆာများကို အချိုးကျ ပုံဆွဲ၍ တွက်ပါ။)

1. တြိဂံပုံရှိသော ABC မြေကွက်တစ်ခု၏အနားများမှာ AB= 34 m, BC = 26 m, AC = 32 m ရှိသော်၊ 1 လက်မလျှင် 10 m စကေးဖြင့် အချိုးကျ ပုံတစ်ခုကို ဆွဲပြီးလျှင် A,B,C ထောင့်သုံးခုကို တိုင်းပါ။

2. ရွှေ့ဆောင်လူငယ်တစ်ယောက်သည် နေရာတစ်ခုမှထွက်၍ 9 miles ခရီးကို ဖြောင့်ဖြောင့် စက်ဘီးဖြင့် သွားပြီးနောက် လက်ယာဘက်သို့ ထောင့် 50° လှည့်လျက် 6 miles ဖြောင့်တန်းစွာ သွားပြီး ရပ်နားနေသည်။ ယခု သူသည် စထွက်သော နေရာမှ မိုင်မည်မျှအကွာတွင် ရောက်ရှိနေသနည်း။

3. တြိဂံပုံမြေကွက်တစ်ခုကို တိုင်းရာ အနားတစ်ဖက်သည် 260 m ရှိ၍ ၎င်း၏ အစွန်းနှစ်ဖက်တွင် ရှိသော ထောင့်များမှာ 42° နှင့် 56° အသီးသီးရှိသော် ထိုမြေကွက်၏ စနစ်ပုံကို ဆွဲပြီးလျှင် ကျန်အနားနှစ်ဖက်ကို ရှာပါ။

4. ထောင့်မှန်ကျလျက် ဖြောင့်တန်းနေသော လမ်းနှစ်ခုဆုံရာ လမ်းထောင့်မှ ကျောင်းသားနှစ်ယောက်သည် အထက်ပါ လမ်းနှစ်လမ်းအတိုင်း ထွက်ခွာသွားကြ၏။ တစ်ယောက်သည် 12 miles ၊ အခြားတစ်ယောက်သည် 9 miles ရောက်ကြသောအခါ အပန်းဖြေကြ၏။ သူတို့နှစ်ယောက်သည် တစ်ယောက်နှင့်တစ်ယောကင် ခရီးမိုင်မည်မျှ အကွာတွင် ရှိနေကြသနည်း။

5. P,Q,R ရွာသုံးရွာသည် မျဉ်းတစ်ဖြောင့်တည်းတည်ရှိလျက် P မှ Q သို့ 3.5 miles , Q မှ R သို့ 2.5 miles ကွာဝေး၏။ S ရွာသည် P မှ 3.7 miles, Q မှ 1.5 miles ကွာဝေးလျှင် R မှ မိုင်မည်မျှ ဝေးသနည်း။